mngool.com

الطبعة الثانية

طرق تدريس الرياضيات

Teaching and Learning Mathematics

تأليف

فريدريك هـ . بل

ترجمـــة

ا . د محمد امين المفتى
أستاذ طرق تدريس الرياضيات
كلية التربية - جامعة عين شمس

ا . د ممدوح محمد سليمان
أستاذ طرق تدريس الرياضيات
كلية التربية - جامعة الزقازيق

مراجعــة

ا.د وليم تاوضروس عبيد
أستاذ طرق تدريس الرياضيات ووكيل
كلية التربية - جامعة عين شمس



الدار العربية للنشر والتوزيع

حقوق النشر :

• الطبعة الأجنبية :

• English Edition

by Frederick H. Bell

* الطبعة العربية :

• Arabic Edition

الطبعة العربية الأولى ١٩٨٦ .
الطبعة العربية الثانية ١٩٨٩ .
ISBN 977-1475-37-1

١٧ ش نادى الصيد بالدقى - القاهرة
ت : ٧١٨٠٠٦ - ٨٣٧١٩٦

المحتويـــات

مقدمة الناشر

يتزايد الاهتمام باللغة العربيه فى بلادنا يومًا بعد يوم ، ولاشك أنه فى الغد القريب ستستعيد اللغة العربية هيبتها التى طالما امتهنت وأذلت من أبنائها وغير أبنائها ، ولا ريب فى أن إذلال لغة أية أمة من الأمم هو إذلال ثقافى وفكرى للأمة نفسها ، الأمر الذى يتطلب تضافر جهود أبناء الأمة رجالًا ونساءً ، طلابًا وطالبات ، علماء ومثقفين ، مفكرين وسياسيين فى سبيل جعل لغة العروبة تحتل مكانتها اللائقة التى اعترف المجتمع الدولى بها لغه عمل فى منظمة الأمم المتحدة ومؤسساتها فى أنحاء العالم ؛ لأنها لغة أمة ذات حضارة عريقة استوعبت ــ فيما مضى ــ علوم الأمم الأخرى ، وصهرتها فى بوتقتها اللغوية والفكرية ؛ فكانت لغة العلوم والآداب ، ولغة الفكر والكتابة والمخاطبة .

إن الفضل فى التقدم العلمى الذى تنعم به دول أوروبا اليوم يرجع فى واقعه إلى الصحوة العلمية فى الترجمة التى عاشتها فى القرون الوسطى . فقد كان المرجع الوحيد للعلوم الطبية والعلمية والاجتماعية هو الكتب المترجمة عن العربية لابن سينا وابن الهيثم والفارابى وابن خلدون وغيرهم من عمالقة العرب . ولم ينكر الأوروبيون ذلك ، بل يسجل تاريخهم ما ترجموه عن حضارة الفراعنة والعرب والإغريق ، وهذا يشهد بأن اللغة العربية كانت مطواعة للعلم والتدريس والتأليف ، وأنها قادرة على التعبير عن متطلبات الحياة وما يستجد من علوم ، وأن غيرها ليس بأدق منها ، ولا أقدر على التعبير . ولكن ما أصاب الأمة من مصائب وجمود بدأ مع عصر الاستعمار التركى ، ثم البريطانى والفرنسى ، عاق اللغة من النمو والتطور ، وأبعدها عن العلم والحضارة ، ولكن عندما أحس العرب بأن حياتهم لابد من أن تتغير ، وأن جمودهم لابد أن تدب فيه الحياة ، اندفع الرواد من اللغويين والأدباء والعلماء فى إنماء اللغة وتطويرها ، حتى أن مدرسة قصر العينى فى القاهرة ، والجامعة الأمريكية فى بيروت درَّستا الطب بالعربية أول إنشائهما . ولو تصفحنا الكتب التي ألفت أو تُرجمت يوم كان الطب يدرس فيها باللغة العربية لوجدناها كتبًا ممتازة لا تقل جودة عن أمثالها من كتب الغرب في ذلك الحيْن ، سواء فى الطبع ، أو حسن التعبير ، أو براعة الإيضاح ، ولكن هذين المعهدين تنكرا للغة العربية فيما بعد ، وسادت لغة المستعمر ، وفرضت على أبناء الأمة فرضًا ، إذ رأى الأجنبى أن فى خنق اللغة مجالًا لعرقلة تقدم الأمة العربية . وبالرغم من المقاومة العنيفة التى قابلها ، إلا أنه كان بين المواطنين صنائع سبقوا الأجنبى فيما يتطلع إليه ، فتفننوا فى أساليب التملق له اكتسابًا لمرضاته ، ورجال تأثروا بحملات المستعمر الظالمة ، يشككون فى قدرة اللغة العربية على استيعاب الحضارة الجديدة ، وغاب عنهم ما قاله الحاكم الفرنسى لجيشه الزاحف إلى الجزائر : « علموا لغتنا وانشروها حتى نحكم الجزائر ، فإذا حَكمت لغتنا الجزائر ، فقد حكمناها حقيقة . »

فهل لى أن أوجه نداءً إلى جميع حكومات الدول العربية بأن تبادر — فى أسرع وقت ممكن — إلى اتخاذ التدابير، والوسائل الكفيلة باستعمال اللغة العربية لغة تدريس فى جميع مراحل التعليم العام، والمهنى، والجامعى، مع العناية الكافية باللغات الأجنبية فى مختلف مراحل التعليم لتكون وسيلة الاطلاع على تطور العلم والثقافة والانفتاح على العالم. وكلنا ثقة من إيمان العلماء والأساتذة بالتعريب، نظراً لأن استعمال اللغة القومية فى التدريس ييسر على الطالب سرعة الفهم دون عائق لغوى، وبذلك تزداد حصيلته الدراسية، ويُرتفع بمستواه العلمى، وذلك يعتبر تأصيلًا للفكر العلمى فى البلاد، وتمكيناً للغة القومية من الازدهار والقيام بدورها فى التعبير عن حاجات المجتمع، وألفاظ ومصطلحات الحضارة والعلوم.

ولا يغيب عن حكومتنا العربية أن حركة التعريب تسير متباطئة، أو تكاد تتوقف، بل تُحارب أحيانًا ممن يشغلون بعض الوظائف القيادية فى سلك التعليم والجامعات، ممن ترك الاستعمار فى نفوسهم عُقدًا وأمراضًا، رغم أنهم يعلمون أن جامعات إسرائيل قد ترجمت العلوم إلى اللغة العبرية، وعدد من يتخاطب بها فى العالم لا يزيد على خمسة عشر مليون يهوديًّا، كما أنه من خلال زياراتى لبعض الدول، واطلاعى وجدت كل أمة من الأمم تدرس بلغتها القومية مختلف فروع العلوم والآداب والتقنية، كاليابان، وإسبانيا، ودول أمريكا اللاتينية، ولم تشكك أمة من هذه الأمم فى قدرة لغتها على تغطية العلوم الحديثة، فهل أمة العرب أقل شأنًا من غيرها ؟!

وأخيرًا .. وتمشيًا مع أهداف الدار العربية للنشر والتوزيع، وتحقيقًا غراضها فى تدعيم الإنتاج العلمى، وتشجيع العلماء والباحثين فى إعادة مناهج التفكير العلمى وطرائقه إلى رحاب لغتنا الشريفة، تقوم الدار بنشر هذا الكتاب المتميز الذى يعتبر واحدًا من ضمن ما نشرته – وستقوم بنشره – الدار من الكتب العربية التى قام بتأليفها نخبة ممتازة من أساتذة الجامعات المصرية والعربية المختلفة.

وبهذا ... ننفذ عهدًا قطعناه على المُضىّ قُدُمًا فيما أردناه من خدمة لغة الوحى، وفيما أراده الله تعالى لنا من جهاد فيها.

وقد صدق الله العظيم حينما قال فى كتابه الكريم ﴿ **وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَرَى اللهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُه والمؤمنون، وسترَدّون إلى عالِمِ الغيب والشّهادة فَيُنبئكم بما كُنْتم تَعْمَلون** ﴾.

محمد دربالة

الدار العربية للنشر والتوزيع

مقدمة الطبعة العربية الثانية

يتناول هذا الجزء أربعة فصول هى : طبيعة الرياضيات ، استخدام نظريات التعليم والتعلم فى تدريس الرياضيات ، بناء بيئة التعلم الفعال ، وتدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين .

وهذا بالاضافة إلى ما جاء بالجزء الأول — وهو ترجمة لكتاب .

Teaching and Learning Mathematics (In Secondery Schools)

لمؤلفه فردريك بل Frederick H. Bell الأستاذ بجامعة بنسلفانيا .

وفى الترجمة قمنا ببعض التصرف لنقل الفكرة من الترجمة الحرفية واختصرنا بعض الفقرات والأجزاء لتتفق مع معطيات المدرسة العربية . وتتناسب فصول الجزء الثانى مع المقرر الثانى فى تدريس الرياضيات لطلاب كليات ومعاهد إعداد المعلمين .

والكتاب بصفة عامة يمثل مادة جيدة تفيد معلمى الرياضيات قبل وأثناء الخدمة ، حيث يتميز بإعطاء صورة واضحة عن طبيعة التقدم الذى حدث فى الرياضيات وتقديم أمثلة توضيحية لأساليب ونماذج التدريس المطورة لخدمة تدريس المحتوى المعاصر .

ونأمل أن يعاون هذا الكتاب فى إثراء المكتبة العربية التربوية .

والله نسأل التوفيق والسداد

١٩٨٩ — المترجمون

مقدمة الطبعة الأجنبية

إن تدريس الرياضيات مهنة شاقة ، مثيرة بل وداعية للتحدى . وقد نُشر هذا الكتاب لمساعدة مدرسى الرياضيات بالمرحلة الثانوية فى حل العديد من المشكلات اليومية التى يواجهونها فى نطاق نظامنا التعليمى سريع التغير .

والهدف الرئيسى لهذا الكتاب هو مساعدة الطلاب فى كليات إعداد المعلمين وكذلك مساعدة المعلمين القائمين بالعمل حتى يصبحوا أكثر كفاءة من خلال ممارسة وتطبيق تعليم وتعلم مضمون الرياضيات ، مناهج المرحلة الثانوية ، نظريات التعلم وطرق التدريس ، أساليب إدارة الفصل والأنشطة التطبيقية خارج الفصل .

وبالرغم من أن هذا الكتاب موجه إلى المعلمين إلا أنه لم يغفل تعلم التلميذ فى المجالين المعرفى والوجدانى ذلك لأنه لاينظر إلى التدريس فى حد ذاته كغاية ولكن كوسيلة لتيسير عملية التعلم .

وتوجد مجموعة مراجع منتقاه فى نهاية كل فصل ، لمساعدة القارىء فى التعرف على مواد إضافية مرتبطة بالموضوعات التى وردت بالكتاب ، هذا وقد ذكرنا للقارىء كيفية البحث عن مصادر المعلومات والإستفادة من إستخدام المراجع التى إقترحنا قراءتها وقمنا بتوجيه القارىء إلى الاطلاع على العديد من المجلات الحديثة مثل « مدرسى الحساب The arithmetic teacher ، « مدرسى الرياضيات The mathematics teacher ، « علوم ورياضيات المدرسة School science and mathematics حتى يكون ملماً بأحدث المعلومات فيما يتعلق بالموضوعات التى تناولها الكتاب .

وفى نهاية كل فصل من فصول الكتاب قمنا باقتراح بعض الأنشطة الإضافية التى يمكن للقارىء مزاولتها وذلك تحت عنوان « إشياء تفعلها » Things to do هذه الأنشطة تساعد القارىء على مراجعة وتحليل وتقييم الأفكار التى وردت فى كل فصل بالكتاب .

لقد صُمم هذا الكتاب لمساعدة مدرسى الرياضيات ليصبحوا مهنيين معتمدين على أنفسهم ، قادرين على تخطيط وتنفيذ برامجهم غير الرسمية للتعليم المستمر والنمو المهنى .

ولقد قمنا بتوضيح كيف يمكن لمعلم الرياضيث أو للطالب الذى يتم إعداده ليكون مُعلماً ، أن يقوم بتنفيذ العديد من أنشطة التعليم والتعلم .

ويشمل الكتاب مادة علمية لمقرر فصلين عن تعليم وتعلم الرياضيات فى المدرسة الثانوية . وكما سبق أن ذكرنا فإن هذا الكتاب قد تم تأليفه لمساعدة المعلمين العاملين والمعلمين فى دور الإعداد على تحسين كفاءتهم التدريسية هذا إلى جانب أنه يمكن أن يُستخدم كأساس لمقرر فى الدراسات العُليا فى مجال إعداد معلم الرياضيات .

يُعد كل فصل فى هذا الكتاب وحدة قائمة بذاتها إلى حدٍ ما ويمكن وضع برنامج مختصر لإعداد مُعلم حول أى من فصول هذا الكتاب . فمثلاً يمكن إعداد ورشة دراسية لمدة اسبوعين عن تطبيق نظريات التعلم فى تدريس الرياضيات كما وردت بالفصل الثالث . كذلك فإن الفصول الرابع والخامس والسادس يمكن أن تكون أساساً لمقرر فصل دراسى واحد لهؤلاء الذين يتم إعدادهم ليصبحوا معلمين للرياضيات وأما الفصول الأول والثانى والثالث والسابع والثامن والتاسع فيمكن أن تكون أساساً لمقرر فصل دراسى آخر فى مرحلة البكالوريوس وهناك بعض الأجزاء فى الكتاب تصلح كأساس لدراسة متعمقة لمقرر الفصل الدراسى الواحد لطلبة الدراسات العليا . ويمكن لأى محاضر بالجامعة أو أى منسق لمناهج الرياضيات المدرسية أن يستخدم الموضوعات التى تلائمة من الكتاب بما يتمشى مع مقررات المرحلة التى يدرسها .

فريدريك هـ . بل

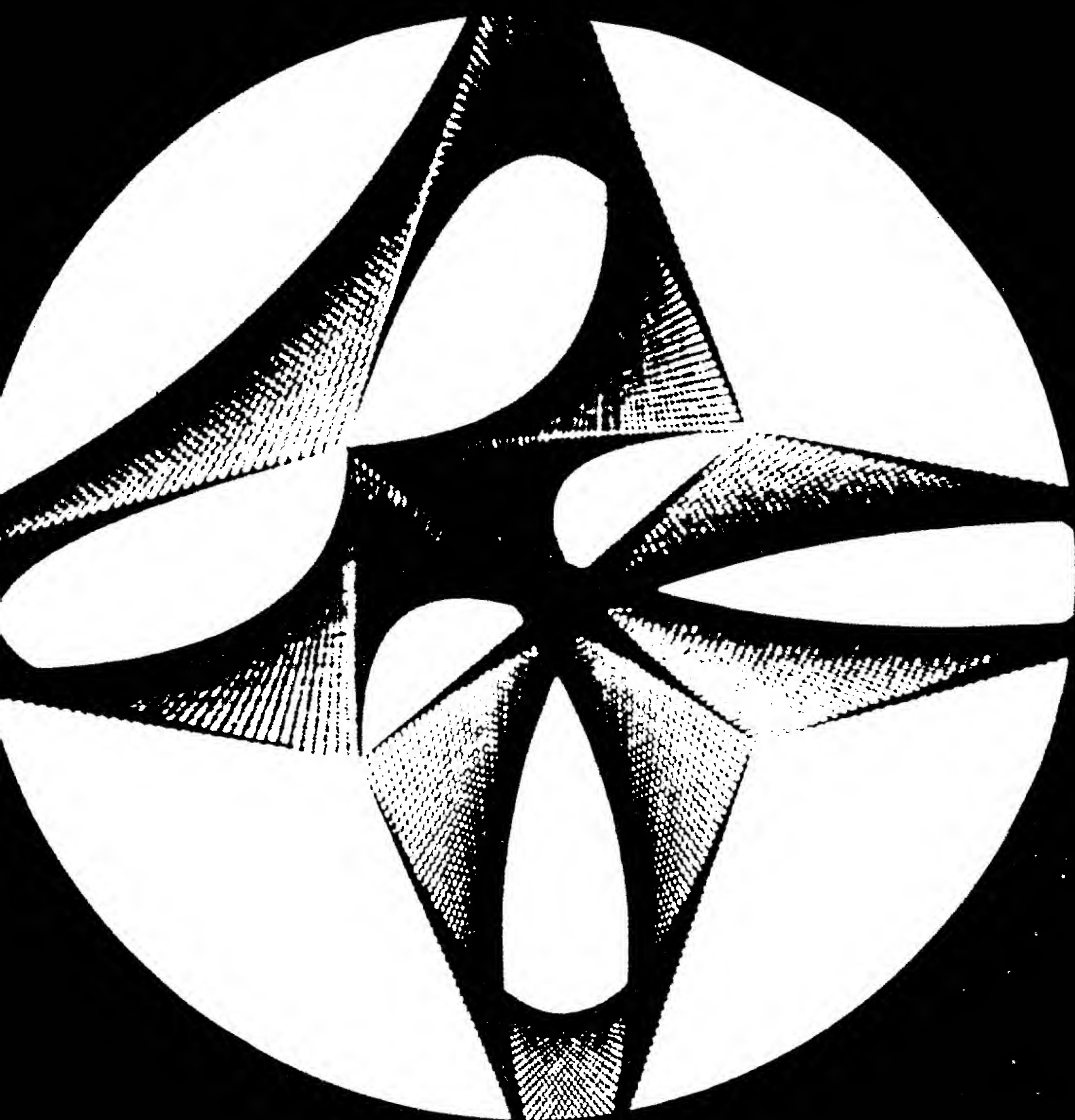
الفصـــل الأول

طبيعة الرياضيات

- **فلسفة الرياضيات**
- **بنية الأنظمة الرياضية**
- **المداخل الحديثة للرياضيات**
  - الحساب الحديث
  - الجبر الحديث
  - الهندسات الحديثة
  - التحليل

تمارين وأنشطه

1



طبيعة الرياضيات

The Nature of Mathematics

فلسفة الرياضيات

لقد ذكر بجدية أن الرياضيين هم أناس إما يكتشفون أو يخترعون الرياضيات وهم لا يعرفون ما إذا كانت الكائنات الرياضية موجودة ، ولا يعرفون ما إذا كانت النظريات الرياضية صادقة . وتضمين مثل هذه العبارة فى كتاب عن الرياضيات وتدريسها يعتبر مخاطرة .

وبالرغم من أن الرياضيات هى ملكة العلوم ، ولا يوجد ما يعيب طرقها ومنطقيتها وصدقها إلا أن لها مشكلات فى أسسها المنطقية ، وتتغير بإستمرار فى طرقها ومحتواها . وبينما تعتبر الرياضيات أكثر دقة من العلوم الإجتماعية ، وربما العلوم الطبيعية فإنها تعتبر غير دقيقة بالمعنى المطلق . فدراسة الرياضيين وتاريخ الرياضيات لشخص على معرفة بالصدق المطلق ودقة الرياضيات ؛ يمكن أن تكون مثبطة للهمة ، وتنويرية فى الوقت ذاته . فنمو الرياضيات غير منظم ، وحافل بالتكرار ، ويتسم بالفوضوية . وربما يكون النشاط الثانى الهام (الأول كان إنتاج رياضيات جديدة) للرياضيين هو إزالة الشوائب (إزالة عدم الإتساق وإكمال نمو الرياضيات التى أنتجها السابقون) .

وبرغم هذا كانت عملية نمو الرياضيات صاخبة ، فالنتاج النهائى جيد حيث يوجد قليل من عدم الإتساق ، والتناقضات المنطقية . وبالرغم من حقيقة أنه لاتزال هناك صعوبات منطقية فى أسس الرياضيات وخاصة فى المجموعات غير المحدودة ، إلا أن الرياضيات تعتبر أداة دقيقة وضرورية لتطور الإجتماعيات ، والإقتصاد ، والتكنولوجيا .

وصدق العبارة « أن الرياضيين لا يعرفون ما إذا كان نتاجهم موجود » واضح فى أن الأنظمة الرياضية تقوم على تعريفات تفترض وجود الكائنات الرياضية . فمثلا لمجموعة الأعداد الطبيعية وهى معروفة بالبداهة قد عُرِفت بواسطة بديهيات (عبارات يفترض صحتها) ، وقد صيغت هذه البديهيات لأول مرة بواسطة المنطقى الايطالى بيانو G. Peano (١٨٥٨ — ١٩٣٢) كالآتى :—

(أ) ١ هو عدد صحيح .

(ب) التالى لأى عدد طبيعى هو عدد طبيعى .

(جـ) لا يوجد لعددين طبيعيين نفس التالى .

(د) ١ ليس العدد التالى لأى عدد طبيعى .

(هـ) أى خاصية للعدد ١ ، وكذلك التالى لكل عدد طبيعى له هذه الخاصية هى خاصية لجميع الأعداد الطبيعية .

وتُسمى البديهية الأخيرة بمبدأ الإستقراء الرياضى . وإذا كان التالى يعنى أضف واحد فإن هذه البديهيات الخمس تعرف الاعداد الطبيعية على النحو التالى ١ ، ٢ ، ٣ ..... . وحيث أن التالى كلمة غير معرفة ، فإذا قررنا أنها سوف تعنى أقسم على ٣ فإن هذه البديهيات تُولد مجموعة الأعداد ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{٢٧}$ ، $\frac{١}{٨١}$ ، ..... وحتى بعد تعريفنا للأعداد الطبيعية يبدو أننا لا نعرف تماما ماذا نتحدث عنه .

وبإستخدام البديهية (هـ) [(e)] وقواعد الجمع ، والضرب للأعداد الطبيعية فإن النظرية

١ + ٢ + ٣ + ... + ﻫ = $\frac{ﻫ}{٢}$ (١ + ﻫ) [$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n}{2}(1 + n)$]

صادقة لأن ١ = $\frac{١}{٢}$ (١ + ١) [$1 = \frac{1}{2}(1 + 1).$]

وأيضا إذا فرضنا أن ١ + ٢ + ٣ + ... + ك = $\frac{ك}{٢}$ (١ + ك)

[$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k}{2}(1 + k)$]

فإن (١ + ٢ + ٣ + ... + ك + (ك + ١) = $\frac{ك}{٢}$ (١ + ك) + (ك + ١)

[$(1 + 2 + 3 + \cdots + k + (k + 1)) = \frac{k}{2}(1 + k) + (k + 1)$]

= ك ($\frac{ك + ١}{٢}$) + ٢ ($\frac{ك + ١}{٢}$) $= k\left(\frac{k+1}{2}\right) + 2\left(\frac{k+1}{2}\right)$

= $\frac{ك + ١}{٢}$ (١ + (ك + ١)) $= \frac{k+1}{2}(1 + (k + 1)).$

ومن البديهية (هـ) [(e)] ينتج أن النظرية صادقة . أى أن النظرية صادقة إذا كانت البديهية (هـ) [(e)] صادقة . وحيث أن البديهية (هـ) [(e)] قد إفترض صدقها بدون برهان ، فإننا لا نعرف حقيقة ما إذا كانت النظرية صادقة . وما يمكن قوله.إن منطق ومنهج الرياضيات يستلزم

صدق النظرية بإفتراض أن البديهية (هـ) [(e)] صادقة .

وخلاصة القول : إن بيانو عرَّف الأعداد الطبيعية ، التى ربما تكون غير موجودة ، وقمنا ببرهنة نظرية ، ربما لا تكون غير صادقة عن هذه الأعداد وبينما تبدو هذه المجادلة مجرد صفصطه إلا أنها توضح قضايا هامة فى أسس الرياضيات قام بدراستها ومناقشتها الرياضيون ، والمناطقة ، والفلاسفة .

ذكرنا من قبل أن الرياضيين هم أناس إما اكتشفوا الرياضيات أو إبتكروها ويوضحون قضايا فلسفية ، وإذا قسمنا هؤلاء الرياضيين إلى مدرستين فكريتين نجد أن المدرسة الأولى تعتقد بأن الرياضيات توجد فى الطبيعة ، تماما مثلما توجد قوانين الفيزياء فى الطبيعة ، وأن الرياضيين يكتشفون عناصر وقوانين الرياضيات . المدرسة الأخرى تشبه الأعمال الفنية ، فالرسم لا يوجد إلا بوجود الفنان ، وفى هذه الحالة الرياضى هو الذى يصنعها . وهناك آخرون مثل الرياضى الألمانى كرونكر Kronecker (١٨٢٣ ــ ١٨٩١) يعتقدون إن « الله قد خلق الأعداد الصحيحة والباقى من عمل الإنسان » .

وقد ظهر حديثا ، برغم الشك الطويل ، أن الرياضيات التقليدية برمتها يمكن إشتقاقها من الأعداد الطبيعية . وقد أعتقد الرياضى الأغريقى فيثاغورث الذى عاش منذ ستة قرون قبل الميلاد أن كل شيء آخر وليس الرياضيات فقط يمكن إشتقاقها من الأعداد . وربما أكتشف الفيثاغورثيون العقبات الجادة لأحلامهم بتحسيب الرياضيات . ويُعتقد بأن أحد الفيثاغورثيين ربما يكون قد أكتشف الأعداد غير القياسية ، ولم يمكن قياسها بإستخدام وحدة قياسها مهما كانت صغيرة . فمثلا العدد القابل للقياس ١٫٤١٤ يمكن قياسة بإستخدام طول صغير لوحدة ٠٫٠٠١ ، ومع ذلك فليس هناك وحدة قياسية يمكن إستخدامها لقياس √٢ وهذا قد جعل الفيثاغورثيين فى حيرة كبيرة . ويطلق على الأعداد القابلة للقياس والتى يمكن تمثيلها بالنسبة بين عددين صحيحين بالأعداد القياسية ، ويطلق على الأعداد غير القابلة للقياس بالأعداد غير القياسية . فيمكن إظهار الجذر التربيعى للعدد ٢ على أنه غير قياسى ، أى لا يمكن التعبير عنه بنسبة بين عددين صحيحين .

إذا كان √٢ قياسى فإن ك/م = √٢ [$\cdot \frac{k}{m} = \sqrt{2}$] حيث ك ، م [k and m] أعداد أولية أى أن ك/م [$\frac{k}{m}$] كسر قد تم إختصاره لأبسط صورة .

إذن ك٢/م٢ = ٢ [$\frac{k^2}{m^2} = 2$] ، ك٢ = ٢م٢ [$k^2 = 2m^2$]

وحيث أن ٢م٢ [$2m^2$] عدد زوجى فإن ك٢ [k^2] يجب أن تكون أيضاً عدد زوجى . وإذا كانت ك٢ [k^2] عدد زوجى فإن ك [k] تكون أيضا عدد زوجى . وبالتالى فإن [k^2] يمكن كتابتها على الصورة ٤ ب٢ [$4p^2$] ، ٤ب٢ = ٢م٢ $4p^2 = 2m^2$

∴ ٢ب٢ = م٢ $2p^2 = m^2$

وبالمنطق المستخدم أعلاه م^٢ ، م [m^2 and m] يجب أن يكونا عددين زوجيين . وحيث أن ك ، م [k and m] عددين زوجيين فإن ك ، م [k and m] ليسا أوليين . وهذا يناقض حقيقة أن ك ، م [k and m] قد أختيرا ليكونا أوليين . وعلى ذلك فإن الأفتراض بأن $\sqrt{٢}$ قياسى يؤدى إلى التناقض الذى يستلزم بأن $\sqrt{٢}$ غير قياسى .

وتُسمَى الطريقة المستخدمة سابقا بطريقة البرهان غير المباشر ، أو البرهان بالتناقض ، والذى أجتنبه فى الماضى بعض مشاهير الرياضيين حيث إعتبروه طريقة غير منطقية . وكتوضيح صعوبة منطقية ممكنة للبرهان غير المباشر ، إفرض أن $\sqrt{٢}$ غير قياسى ، وهو كذلك ، وأمكننا إستخدام عبارات صادقة من المنطق والرياضيات لنصل إلى تناقض لهذا الإفتراض . ماذا بعد ؟ هل نفترض أن $\sqrt{٢}$ قياسى ، وهو ليس كذلك ؟ هناك بعض القضايا (نظريات ممكنة ربما تكون صادقة أو غير صادقة) فى الرياضيات لا يمكن الفصل فيها . فالقضية التى لا يمكن الفصل فيها لا يمكن برهنتها كما لا يمكن ضحدها .

نشر الرياضى البولندى J. Lukasiewicz فى عام ١٩٢١ ورقة بحث عن المنطق ذى القيمة الثلاثية . وقام الأمريكى اميل بوست E. Post بإعداد مقال عن الأنظمة العامة للمنطق ذى القيمة النونية .

وفى نظام المنطق ذى القيمة الثنائية وهو الذى يألفه طلاب المدرسة الثانوية ، تكون العبارات إما صادقة (ص) [(T)] أو خاطئة (خ) [(F)] . وبإستخدام حساب القضايا فإن يمكن ضم عبارات عديدة فى عبارة جديدة يتوقف صدقها أوخطؤها على صدق أو خطأ العبارات المنفردة . فعلى سبيل المثال يبين الجدول التالى جدول صدق ذو قيمة ثنائية للوصل م ، ه [p and q] لعبارتين م ، ه [p and q] ، هذا الجدول له جميع قيم الصدق الممكنة لكل من م ، ه [p and q] وقيم الصدق الناتجة للعبارة الموصولة م ، ه [p and q.]

م	ه	م وه
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	خ
خ	خ	خ

p	q	p and q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

والجدول التالى يمثل نظاما منطقيا ذا قيمة ثلاثية حيث القيمة الثالثة هى غير مفصول فيها (غ) [(U)]

م	ق	م و ق
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	خ
خ	خ	خ
ص	غ	غ
غ	ص	غ
خ	غ	خ
غ	خ	خ
غ	غ	غ

p	q	p and q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	U	U
U	T	U
F	U	F
U	F	F
U	U	U

وبينما يجب تدريس النظام المنطقى ذى القيمة الثنائية فى الرياضيات المدرسية لمساعدة الطلاب فى التعامل مع التطبيقات المنطقية خارج حجرة الدراسة فإنه من المهم أيضا توضيح وإستخدام النظام المنطقى ذى القيمة الثلاثية لنفس السبب .

بنية الأنظمة الرياضية

يمكن تقسيم الرياضيات إلى أربعة مجالات كبيرة ــ الحساب العالى ، والجبر والهندسة ، والتحليل . وملكة الرياضيات ، الحساب العالى ، (يطلق عليه أيضا نظرية الأعداد) وهو دراسة تركيب ، وعلاقات ، وعمليات مجموعة الأعداد الصحيحة . والحساب العالى هو المجال الوحيد الذى تمثل قضاياه سلسلة غير منفصلة من الدراسة منذ الإنسان الأول وحتى رياضيو اليوم . فقد أثبت الهندسى الأغريقى أقليدس الذى عاش فى حوالى ٣٠٠ ق . م أن عدد الأعداد الأولية غير محدود . وفى القرن الثالث ق . م عمل على فصل الأعداد المؤلفة من مجموعة الأعداد الطبيعة تاركا الأعداد الأولية . وبإستبعاد الواحد الذى يطلق عليه بالوحدة فالعدد الأولى هو العدد الذى قواسمه هى العدد نفسه والواحد . وتلك الأعداد التى لها قواسم إضافية هى الأعداد المؤلفة . وإثبات أن هناك عدد غير محدود من الأعداد الأولية مساو لإيضاح أنه ليس هناك أكبر عدد أولى . والبرهنة على هذه الحقيقة هو مثال آخر عن البرهان بالتناقض . أفترض أن أكبر عدد أولى هو ب [p]. كوِّن العدد ق [N] الذى هو ١ مضافا إليه حاصل ضرب جميع الأعداد الأولية .

ق = ١ + (٢ × ٣ × ٥ × ٧ × ١١ × ١٣ × ١٧ × ١٩ .... ب)

$$\left[\; N = 1 + (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdots p) \;\right]$$

ن [N] ليست عدداً أوليا وليست عدد مؤلفا . إذا كانت ن [N] عدد مؤلف فيمكن أن تكون عواملها أعداد أولية . ومع ذلك فإن هذه الأعداد الأولية لا يمكن أن تكون ٢ ، ٣ ، ٥ ، ... ، ب [2, 3, 5, . . . , p] لأن أحداً من هذه الأعداد هو عامل ل ن [N] . وإذا قسمت ن على كل من الأعداد الأولية من ٢ إلى ب [2 to p] فإن الباقى ١ وعلى ذلك إذا كانت ن [N] عدد مؤلف فإن أحد عواملها يكون عدد أولي يجب أن يكون أكبر من ب [p] وإذا كانت ن [N] عدد أولى وحيث أن ن [N] أكبر ب [p] فإنه يجب أن يكون هناك عدد أولى ن [N] أكبر من ب [p] وفى كلتا الحالتين فإن الإفتراض بأن ب [p] هى أكبر عدد أولى يؤدى إلى تناقض ، وعلى ذلك فليس هناك أكبر عدد أولى .

وتمد رياضيات المدرسة الثانوية بأمثلة أخرى للخطوات والنظريات فى الحساب العالى للأعداد الصحيحة ، وكذلك بأمثلة من الجبر والهندسة . وأحد الأمثلة المبكرة والهامة للغاية فى التحليل (وهو دراسة العمليات غير المحدودة) هو تفاضل الانجليزى إسحق نيوتن I. Newton (١٦٤٢ — ١٧٢٧) ، والألمانى ج . ليبنتز G. Leibniz (١٦٤٦ — ١٧١٦) ، وبالرغم من أنه يمكن فصل الرياضيات إلى الأربعة مجالات السابق ذكرها ، إلا أنه يمكن تقسيمها إلى دراسة العمليات المحدودة ، والعمليات غير المحدودة . وبالرغم من أن معظم تكنيكات جبر وهندسة المدرسة الثانوية تتعامل مع العمليات المحدودة ، وتكنيكات التفاضل تتعامل مع العمليات غير المحدودة ، إلا أن ليس هناك فرع من الرياضيات يتعامل على وجه الخصوص مع المحدودات أو غير المحدودات . وحتى فى الجبر العالى فإن العمليات غير المحدودة تستخدم فعلى سبيل المثال صيغة مجموع متوالية هندسة غير محدودة مجـ = $\frac{أ}{١ - ر}$ [$S = \frac{a}{1 - r}$] (حيث أ [a] هو الحد الأول فى المتوالية ، س [r] هو الاساس) تتضمن مجموع (إيجاد حدود ل) متوالية غير محدودة .

ومنذ التوحيد والتحديث الجديد (خلال ٣٠٠ سنة السابقة) للرياضيات أى محاولة لتجزىء الرياضيات إلى فروع منفصلة بغض النظر عن طريقة الفصل باءت بالفشل فالرياضيون الذين يعملون فى أى تخصص يستخدمون تكنيكات ونتائج من فروع خاصة للرياضيات . وتطبيقات الرياضيات فى العلوم الهندسية ، والعلوم الطبيعية تعطى عائقا إضافيا لأى محاولة لتجزئة الرياضيات . فمن غير الممكن أن تضع حاجزاً فى أى مجال للرياضيات وتبقيه نقيا من الرياضيات . إن صدق وإبداع نظريات البرت أينشتين A. Einstein فى النسبية العامة والخاصة كانت غير ممكنة بدون أى من تطورات القرن الثامن عشر أو التاسع عشر فى الجبر ، والهندسة والتحليل . وبالإضافة إلى قوة التوحيد فى الرياضيات النابعة من تطبيقاتها ، فإن تخصصات الرياضيات تمد بإندماج إضافى بالأساس المنطقى الكامن فى كل الرياضيات . وفى الحقيقة يمكن اعتبار الأسس المنطقية مجالا خامساً يضاف إلى الأربعة مجالات الرياضية السابق ذكرها .

وقوة دافعة أخرى لتوحيد الرياضيات تعطى عن طريق البنية المشتركة لجميع الأنظمة الرياضية . فكل نظام رياضى يرتكز على مجموعته الفريدة من المصطلحات غير المعرفة ، والمسلمات غير

المبرهنة . وسوف تستخدم فى هذا الكتاب وكما هو الحال فى كتب أخرى ــ المسلمه والبديهية كمترادفين ويعبران عن فرض رياضى مقبول بدون برهان . وتطلق بعض الكتب على فرضيات الهندسة البديهيات ، وعلى فرضيات الجبر المسلمات وقد يبدو أنه من المفيد تعريف جميع المصطلحات فى أى مجال للمادة مثلما تعرف كل كلمة فى القاموس . ولكن هذا قد يوقعنا فى دائرة التعريفات غير المحدودة ، وهذا يعتبر غير منطقى فى الرياضيات وبالتالى يجب أن نبدأ بمصطلحات غير معرفة . وتعطى المسلمات المقبولة (غير المبرهنة) وهى عبارات عن العلاقات بين المصطلحات المعرفة ، وغير المعرفة أساسا لإشتقاق نتائج (نظريات مبرهنة) عن نظام رياضى مفترض . وبينما من الممكن وضع عدد غير محدود من الأنظمة الرياضية عن طريق التنويع العشوائى لمجموعة من المصطلحات غير المعرفة والمسلمات فى كل نظام ، نجد أن معظم الأنظمة غير المحدودة ليست مفيدة . وقد نمى الرياضيون خلال القرون مجموعة من القواعد لأنظمة رياضية مقبولة وهذه القواعد قد عدلت وربما سوف تعدل فى المستقبل . وهناك نوعان من القواعد أو المحكات للأنظمة الرياضية المقبولة ويرتكز أحد هاتين المجموعتين من القواعد على ثقافة الرياضيات ، أو على الشكل السائد للرياضيات . والمجموعة الأخرى للقواعد أكثر ثباتا برغم عرضتها للتعديل لأن هذه المجموعة توجد فى المنطق .

ويوضع الشكل السائد للرياضيات عن طريق الرياضيين الذين يعتبرهم الرياضييون الأخرون أفضلهم ، وأكثرهم تأثيراً وإنتاجا كما يقاس ذلك بكم ونوعية إنتاجهم .

وقد ينتقد الرياضيون أعمال بعضهم البعض كما حدث للعالم كانتـور G. Cantor (١٨٥٤ ــ ١٩١٨) عندما إنتقد بشدة على طرق البرهان غير البنائية وهى التى توجد الحلول لفصل معين من المعادلات ولكنها لا تحدد طريقة لإيجاد هذه الحلول فعلى سبيل المثال البرهان على أن القانون س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$ $\left[x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right]$ هو حل لمجموعة معادلات على الصورة ص = أس^{٢} + ب س + حـ $[y = ax^2 + bx + c]$ حيث أ $\neq$ صفر $[a \neq 0]$ هو برهان بنائى لأنه يؤدى إلى خوارزمية تُحل بها أى معادلة من الدرجة الثانية فى عدد محدود من الخطوات . وهناك رياضيون يجدون أنه من قبول خطوات رياضية للتعامل مع العمليات غير المحدودة والمجموعات غير المحدودة .

وتجسدت طرق كانتور فى تعريف المجموعات غير المحدودة والعمل بها فى برهان النظرية ، التى تتحدى البداهة ، بأن مجموعة الأعداد الطبيعية تحتوى بدقة على عناصر عددها كعدد عناصر مجموعة الأعداد المربعة ، والتى هى مجموعة جزئية فعلية للأعداد الطبيعية . وللبرهان على ذلك توجد مجموعتين لهما نفس العدد من العناصر ، ونحسب العناصر فى كل مجموعة . فإذا كان العدد متساوى فى كلتا المجموعتين فيكون لهما نفس العدد من العناصر . وإذا أختلف العدد فإن المجموعتين تختلفان فى عدد عناصرهما وهذا الإجراء المباشر لمقارنة المجموعات المحدودة عديم الفائدة فى مقارنة المجموعات

غير المحدودة . ومحاولة إستخدام التناظر الأحادى بين عناصر مجموعتين غير محدودتين ثبت عدم مناسبته كإجراء للمقارنة بين حجم المجموعات غير المحدودة . وإذا كان من الممكن المزاوجة بين عناصر مجموعتين غير محدودتين بحيث أن كل عنصر من مجموعة قوبل بعنصر من المجموعة الأخرى ، ولم تتبق عناصر فى كلٍ من المجموعتين ، فإن المجموعتين يكون لهما نفس العدد من العناصر ، أو بعبارة أكثر دقة يكون لهما نفس العدد الكاردينالى . وكما ذكرنا من قبل مجموعة الأعداد الطبيعية المربعة لها نفس العدد الكاردينالى الذى للأعداد الطبيعية . ويمكن توضيح التناظر الأحادى بين عناصر هاتين المجموعتين يمكن بوضع الإعداد المربعة أسفل الأعداد الطبيعية كالآتى :ـــ

1	2	3	4	5 · · · n · · ·		١	٢	٣	٤	... ه
1	4	9	16	25 · · · n^2 · · ·		١	٤	٩	١٦	... ه٢

والعدد الكاردينالى لأى مجموعة محدودة منتهية هو عدد عناصر هذه المجموعة . ويرمز للعدد الكاردينالى لمجموعة الأعداد الطبيعية ، أو لأى مجموعة يمكن وضع عناصرها فى تناظر أحادى مع مجموعة الأعداد الطبيعية بالرمز [$\aleph_0$] . وكما هو مبين فى المثال السابق أحد خصائص المجموعة غير المحدودة هو أنه يمكن وضع عناصرها فى تناظر أحادى مع عناصر أحد مجموعاتها الجزئية الفعلية . وهناك مجموعات غير محدودة أكبر من مجموعة الأعداد الطبيعية . مجموعة الأعداد الحقيقية هى أحد الأمثلة لمجموعة عددها الكاردينالى أكبر من [$\aleph_0$] . والطريقة لتوليد مجموعات غير محدودة أكبر وأكبر هو توليد جميع المجموعات الجزئية لمجموعة غير محدودة . ومجموعة جميع المجموعات الجزئية المفضلة لمجموعة غير محدودة سوف تكون مجموع عددها الكاردينالى أكبر من المجموعة الأصلية .

إن تأسيس نظام رياضى إستدلالى مجرد على مصطلحات غير معرفة ، والتى هى رموز جوفاء ـــ ومسلمات غير مبرهنة له ميزة العمومية والكفاية . فعلى سبيل المثال المفهوم المجرد للمجموعة عام بدرجة كافية ليكون مفيد فى توحيد عددٍ من المفاهيم الأخرى فى كل من نظرية الأعداد ، والجبر ، والهندسة ، والتحليل . وكثير من التركيبات الرياضية المختلفة لها الخصائص الأربعة المشتركة مع المجموعة :ـــ

١ ـــ المجموعة هى مجموعة غير خالية من العناصر لها عملية ثنائية على عناصرها . والعملية الثنائية عبارة عن قاعدة للتأليف بين عنصرين فى المجموعة للحصول على عنصر فى نفس المجموعة .
٢ ـــ يوجد عنصر محايد فى المجموعة وهو الذى إذا أرتبط بعنصر نتج نفس العنصر .
٣ ـــ لكل عنصر فى المجموعة معكوس إذا ما أرتبط بالعنصر كان الناتج العنصر المحايد .
٤ ـــ العملية الثنائية هى عملية تجميع .

إن كل نظام رياضى يبنى على أساس مصطلحات غير معرفة ، ومصطلحات معرفة ومسلمات ونظريات . وإذا كان للنظام الرياضى المجرد حد أقصى من الكفاية والفائدة فيجب أيضا أن يكون تام ، ومستقل ، وطبقى ، ومتسق .

فالنظام الرياضى يكون تام إذا كان من الممكن البرهنة على كل قضية أو دحضها عن المصطلحات غير المعرفة للنظام أو مسلماته . أما إذا كان هناك بعض القضايا غير المفصول فيها فإن النظام الرياضى يكون غير تام .

وفيما يختص بالكفاية ، يهتم بعض الرياضيين بالإستقلال المتبادل للبديهيات لنظام رياضى . فإذا كان من الممكن فى نظام رياضى البرهنة على مسلمة من المسلمات الأخرى فإن النظام فى هذه الحالة لا يكون نظام رياضى مستقل . إن النظام الرياضى المستقل هو نظام لا تشتق فيه إحدى مسلماته من مسلماته الأخرى . وعلى أية الأحوال فالإستقلال يعطى النظام الرياضى دقة منطقية وإختصار . ويبدو للرياضيين أكثر منطقية وخاصة الذين يبحثون منهم عن الدقة فى رياضياتهم . وأحيانا يكون من السهل أن يتعلم الطلاب الرياضيات إذا تضمن النظام الرياضى مسلمات غير مستقلة حيث يكون أكثر وضوحا وفهما . وهذا يعتبر صحيحا حيث أن برهنة نظرية ما فى نظام رياضى مستقل يعتبر فى منتهى الصعوبة ، ويتطلب تكنيكات رياضية فوق مستوى طلاب المرحلة الثانوية .

وقبل تعريف الطبقة فى نظام رياضى من المفيد أن نعطى تفسيراً رياضيا لكلمة النموذج . إن النموذج لنظام رياضى هو تفسير لمصطلحات النظام غير المعرفة التى تحول مسلمات النظام إلى عبارات صادقة . فيمكن أن يكون النموذج الرياضى تفسير فيزيقيا للمصطلحات غير المعرفة وللمسلمات ، أو يمكن أن يكون تفسير فى نظام رياضى اخر . ويكون النظام الرياضى طبقياً إذا كان كل زوج من نماذج النظام متشاكلين ، أى العناصر لأزواج النماذج تكون فى تناظر أحادى ، وتكون كل العلاقات بين العناصر فى كل نظام محفوظة بين الأنظمة .

وبينما الإكتمال ، والإستقلال ، والطبقية ليسوا ضروريين لصدق النظام الرياضى ، نجد أن الإتساق بين المسلمات هو خاصية هامة وحاسمة ويكون النظام متسقاً إذا كان من غير الممكن إثبات نظرية ونقيضها من مسلمات النظام . فالبرهان على نظريتين متناقضتين يمكن أن يؤدى لمجموعة كبيرة من النظريات المتناقضة التى تضعف صدق ، وفائدة النظام الرياضى .

ولما كان من المستحيل فى معظم الأنظمة الرياضية أن نسرد كل النظريات الممكنة فإن تعريفاً أقل صرامة وأكثر فائدة للإتساق يمكن صياغته كالآتى :ــ يكون النظام متسقا إذا أمكن إيجاد نموذجا للنظام يحول جميع مسلماته إلى عبارات صادقة . وتنتج أحد المآزق المحبطة فى الرياضيات من الصعوبة المتناهية (وربما الإستحالة) فى بناء نظام رياضى غير مقيد ومتسق . وقد أثبت ك . جودل K.Gödel عام ١٩٣١ أن كل نظام رياضى يجب أن يكون غير تام . ولما كان القدرة على برهنة كل قضية أو دحضها ليس حيوياً بالنسبة للنظام الرياضى ، فإن هذا الإكتشاف لا يعتبر هادماً لأسس الرياضيات . ومع ذلك فإن هناك عدم إرتباط وتفكك فى أن نجد أحد قضايا جودل غير المفصول فيها فى أى نظام هو إتساق هذا النظام الرياضى .

وبحذف تعقيد وتكنيكية الرمزية فى برهان جودل نجد أن الأساس البدهى للبرهان مشابه لما يأتى :ـــ

١ ـــ إذا كانت قضية ونقيضها قابلتين للبرهنة فإن القضية تكون غير متسقة . وبالتالى فإن النظام الرياضى الذى يحتوى هذه القضية يكون غير متسق .
٢ ـــ إذا كانت قضية ونقيضها غير مفصول فيهما ، فإن إستحالة البرهنة أو الدحض لقضية ونقيضها يمكن أقامته . ونتيجة لذلك فإن إتساق القضية ونقيضها غير مفصول فيه ، وإتساق النظام الذى يحتوى القضية غير مفصول فيه أيضا .
٣ ـــ إن عدم الفصل فى إتساق نظام رياضى لا يعنى عدم إتساق . ولكن يعنى عدم تحديد ما إذا كان النظام متسقا .

وقد وضح جودل أن كل نظام رياضى له قضايا غير مفصول فيها . وبإستخدام العبارات (١) ، (٢) ، (٣) السابقة ، نجد أن إتساق كل نظام رياضى غير مفصول فيها . ولكن ما الغرض من الإشارة إلى عدم الدقة فى أسس الرياضيات ؟ أولا : يجب أن يعرف المعلم طبيعة الرياضيات وأسسها حتى لو كانت لا تصل إلى الدقة وخلال تاريخ الرياضيات نجد أن المحاولات لحذف النقاط غير الدقيقة قد قاد الرياضيين إلى إكتشاف وإبتكار أجزاء ضخمة لرياضيات غاية فى الأهمية وذات فائدة كبيرة . وهناك عدد قليل من المشكلات فى أسس الرياضيات لها آثار ضئيلة إذا ما قورنت بالتطبيقات المتنوعة الكثيرة للرياضيات ، ثانيا : إن معلم الرياضيات الواعى المثابر الذى يعرف ما الرياضيات يمكن أن يظهر صبره فى مساعدة طلابة على فهم المفاهيم الرياضية التى يطلق عليها « واضحة » والتى قد أصابت عباقرة الرياضيين بالحيرة عبر التاريخ . فإذا لم يكن بمقدور كرونكر قبول العمليات الرياضية غير المحدودة ، وقادت أفكار كانتور عن المجموعات غير المحدودة إلى إصابته بإنهيار عصبى ، فلا يجب أن نتوقع أن طلابنا سوف يفهمون ويقبلون هذه الأفكار الرياضية وغيرها التى ترتكز فقط على تأكدنا من أن كل شيء صحيح . فالطلاب الذين يشكون فى صدق الطريقة غير المباشرة فى البرهان فى الهندسة يظهرون مستوى عالى من البداهة الرياضية . وبينما نجد بعض المعلمين يحاولون إخماد التفكير الناقد ، فإن المعلم الجيد سوف يقبل بل ويشجع الطلاب على إختبار الصدق الرياضى لبعض القضايا المألوفة .

المداخل الحديثة للرياضيات

منذ بداية الستينات ظهرت مشروعات لتطوير الرياضيات المدرسية ونتج عنها كتب مدرسية تحتوى على بعض التطورات والمداخل الحديثة للرياضيات تم تدريسها فى مراحل ما قبل الجامعة . ومع بداية السبعينات بدأت تسمع أوجه لنقد « الرياضيات الحديثة » من عدد قليل من الرياضيين ومعلمى الرياضيات . وفى حوالى عام ١٩٧٥ أشارت الدراسات والبحوث التى أجريت أن الطلاب الذين يستخدمون كتب الرياضيات الحديثة لا يختلفون فى مستوى تحصيلهم عن الذين يدرسون

الرياضيات التقليدية . ومع ذلك أظهرت برامج الاختبارات على المدى الواسع أن طلاب الرياضيات الحديثة أقل آداء فى المهارات الحسابية مقارنا بمن كانوا يدرسون الرياضيات التقليدية قبل ذلك وقد وجد كذلك أن نسبة كبيرة من الراشدين كانوا غير قادرين على حل مشكلات ومسائل تتضمن كسورا اعتيادية وعشرية . وعلى الرغم من أن هذا التخلف الواضح فى المهارات الرياضية لا يمكن إرجاعه مباشرة إلى التغيرات التى حدثت فى محتوى وطرق تدريس الرياضيات ، إلا أنه نشأ عنه موجه من النقد الموجه للرياضيات الحديثة والدعوة من جديدة إلى التأكيد على تدريس المهارات الأساسية .

وعلى الرغم من أن الكتب المدرسية للرياضيات الحديثة تحتوى تماما على بعض الرياضيات التى ظهرت فى القرنين الماضيين ، إلا أنها لا تمثل تماما صورة دقيقة لطبيعة الرياضيات الحديثة . كثير من الناس ومن بينهم بعض مدرسى الرياضيات ــ يعتقدون خطأ أن الرياضيات التقليدية هى دراسة الحساب وأن الرياضيات الحديثة هى دراسة المجموعات .

هناك تقسيمات عديدة لمراحل التطور التاريخى للرياضيات . ويرى بعض المؤرخين ان الفترة قبل عام ١٨٠٠ تعتبر حقبة الرياضيات الكلاسيكية أو التقليدية ، بينما يعتبرون الفترة بعد عام ١٨٠٠ هى زمن الرياضيات الحديثة . ويعتقد البعض أن الرياضيات التى نمت فى الفترة من عام ١٦٣٧ وهو تاريخ نشر كتاب ديكارت عن الهندسة التحليلية وحتى عام ١٨٠٠ يمكن أيضا اعتبارها فترة حديثة ، وذلك لأنها وضعت الأساس للابتعاد التام عن المعالجات الكلاسيكية والإعداد لاستخدام المداخل الحديثة فى بناء الرياضيات .

وسنعرض فيما يلى طبيعة التطورات التى حدثت فى أربعة مجالات رياضية هى : الحساب والجبر والهندسة والتحليل .

الحساب الحديث

بدأ الحساب الكلاسيكى قبل أن يسجل التاريخ عندما عرف البشر أنه توجد مجموعات تحتوى على أشياء أكثر مما تحتويه مجموعات أخرى ، وعندما بدأ العَدْ البدائى ١ ، ٢ ، كثير . وقد شملت الطرق التقليدية فى الحساب بناء خوارزميات بارعة لإجراء عمليات الضرب والقسمة ، والبحث عن تماثلات فى أنواع ومجموعات معينه من الأعداد ، وعمل قوائم من الجداول العددية التى تساعد فى إجراء العمليات الحسابية . ومن أمثلة تلك الطرق والمداخل غربال ارتاوشينس لفصل الأعداد الأولية عن غيرها . وتتلخص غربلته هذه فى أنه يسرد الأعداد الطبيعية إبتداء من ٢ وحتى أى عدد آخر وليكن ن $[n]$ ثم يبدأ بحذف كل ثانى عدد بعد العدد ٢ ثم كل ثالث عدد يعد العدد ٣ ثم كل خامس عدد بعد العدد ٥ .. وكل عدد رائى بعد العدد الأول ر $[p^{th}]$ .. وبذلك يحصل على الأعداد الأولية ابتداء من العدد العد ٢ وحتى العدد ن $[n]$

وهناك عاملان (تاريخيان) تسببا فى تعطيل تطور الحساب وغيره من فروع الرياضيات وهما : عدم وجود نظام فعال للترميز وصعوبة وربما انعدام الاتصال بين المكتشفين لنظريات جديدة مما أدى إلى بقاء بعض الاكتشافات غير معروفة أو فقدانها تماما إلى أن تكتشف مرة أخرى بعد قرون طويلة على يد رياضيين آخرين . وهناك احتمال أن يكون البابليون فى حوالى ٧٠٠ قبل الميلاد قد أخترعوا رمز للصفر ، وأن يكون قبائل ألمانيا فى أمريكا الوسطى قد اكتشفته حوالى عام ٤٠٠ بعد الميلاد دون معرفة بأعمال البابليين وإن كان المؤرخون يعزون فضل اكتشافه إلى الهنود فى حوالى عام ٨٠٠ بعد الميلاد* . وقد قبل البابليون الأعداد السالبة واستخدموا قواعد الاشارات فى بعض المسائل الفلكية ولكن ذلك ظل مفقودا لقرون طويلة لدرجة أن بعض الرياضيين كانوا يرفضون قبول الأعداد السالبة ضمن نظام الأعداد حتى عام ١٦٠٠ .

ويعود الفضل إلى الرياضى الألمانى كارل جاوس Gauss (١٧٧٧ ــ ١٨٥٥) فى تطوير نظرية الأعداد . وينسب إلى جاوس قوله إن « الرياضيات ملكة العلوم وأن الحساب ملكة الرياضيات » . وينظر بعض المؤرخين إلى جاوس على أنه أعظم الرياضيين فى التاريخ . وكان يبحث فى الرياضيات لمتعته الشخصية فلم يكن ينشر نتائجة مما أدى إلى ضياع بعضها وإلى اكتشاف بعض نتائجه بواسطة رياضيين آخرين ونسبتها إليهم رغم أنه كان أول من اكتشفها . وقد صادق جاوس ــ عن طريق المراسلة رياضيا فرنسيا قدم نفسه تحت اسم السيد لبلان Monsieur Leblanc ثم اتضح بعد ذلك أنه أمرأة رياضية عبقرية اسمها صوفى جرمان Sophie Germain وأنها خشيت أن تقول إنها إمرأة فلا يعتد بانتاجها الرياضى** .

إن إحدى المشكلات الرئيسية التى ظهرت فى الحساب العالى هى ايجاد حلول (من الأعداد الصحيحة) للمعادلات التى تحتوى على أكثر من متغير (المعروفة باسم لمعادلات غير المعينة) وكان أول من أشتغل بها الرياضى الأغريقى ديوفانتس (حوالى ٢٥٠ بعد الميلاد) . وتسمى مثل هذه المعادلات الآن المعادلات الديوفانتية . وقد أدت محاولات الرياضيين لحل المشكلة المعروفة باسم « نظرية فرمات الأخيرة » والتى تقول بإنه « لا يوجد حل فى الأعداد الطبيعية للمعادلة الديوفانية سن + صن = عن $[x^n + y^n = z^n]$ إذا كان ن $[n]$ عدداً طبيعيا أكبر من ٢ أدت هذه المحاولات إلى كثير من التطورات فى نظرية الأعدادية . ومازالت نظرية فرمات هذه فرضا لم يتم البرهان على صحته أو عدم صحتة . ومن الطريف أن فرمات كتب فى هامش مذكراته أنه وجد برهانا رائعا لنظريته ولكن الهامش لا يتسع لكتابته .. وهكذا مازال هذا البرهان فى طى الكتمان

* يرجع الفضل إلى العرب فى استخدام رمز الصفر ضمن النظام العدى العشرى الحالى . كما أن كلمة الصفر ونظيراتها الأجنبية مثل Zero وغيرها .. ترجع إلى أصل عربى تماما .

** يرى مؤلف هذا الكتاب أن إبعاد النساء عن الرياضيات كان سببا فى تأخر تطور الرياضيات .

أحد فروع الحساب الحديث الذى أنبثق عن التحليل الديوفانتى هو نظرية التطابقات Congruences التى أنشأها جاوس . فقد عرف جاوس أن عددين صحيحين يكونان متطابقين بالنسبة لعدد طبيعى مقياس ں $[n]$ إذا كان الفرق بينها يقبل القسمة على ں $[n]$. فمثلا فى حالة ں = ٣ $[n = 3]$ فإن العددين ١ ، ١٢١ يكونان متطابقين مقياس ٣ لأن ١٢١ — ١ = ١٢٠ يقبل القسمة على ٣ وتكتب بالصورة [١ ≡ ١٢١ (مقياس ٣)]

ومن الواضح أن :وكل عدد فى المجموعة [. . . ، — ١١ ، — ٨ ، — ٥ ، — ٢ ، ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ...] يكافىء ١ مقياس ٣

وكل عدد فى المجموعة [. . . ، — ١٠ ، — ٧ ، — ٤ ، ١ ، ٢ ، ٥ ، ٨ ، ...] يكافىء ٢ مقياس ٣ .

وكل عدد فى المجموعة [. . . . ، — ١٢ ، — ٩ ، — ٦ ، — ٣ ، ٠ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ....] يكافىء صفر مقياس ٣

وهذه المجموعات الثلاث غير المنتهية يمكن أن تمثل بالرموز [٠] ، [١] ، [٢] فقد جزأ التكافؤ مقياس ٣ مجموعة الأعداد الصحيحة إلى ثلاث مجموعات جزئية تُسمَى صفوف متكافئة . كال الأعداد الصحيحة فى الصف [.] تعتبر متكافئة ، وكذلك الحال فى كل من [١] ، [٢] . إن تجزىء مجموعة معناها فصلها إلى مجموعات جزئية بحيث أن كل عنصر من المجموعة يظهر مرة وحيدة فى مجموعة جزئية واحدة . وكل مقياس لعدد طبيعى ں $[n]$ يجزىء مجموعة الأعداد الصحيحة إلى ن $[n]$ من الصفوف المتكافئة . ومن الممكن تعريف عمليات على هذه الصفوف المتكافئة ودراسة خواصها الجبرية ،وهذا يقودنا من الحساب الحديث إلى الجبر الحديث . وقد درس جاوس وغيره معادلات تحتوى على متغيرات ومتكافئات مقياس ن $[n]$. فمثلا المعادله س٢+ س ≡ [٢] (مقياس ٣) $[x^2 + x \equiv [2] \pmod 3]$ حلها هو س = [١] $[x = [1]]$ لأن

[١]٢ + [١] = [٢] وذلك إذا عرفنا	$[1]^2 + [1] = [2]$ if we define
[١] × [١] = [١ × ١] = [١] ،	$[1] \times [1] = [1 \times 1] = [1]$, and
[١] + [١] = [١ + ١] = [٢]	$[1] + [1] = [1 + 1] = [2]$.

ودراسة الصفوف المتكافئة للأعداد الصحيحة مقياس ن $[n]$، مع عمليات الجمع والضرب عليها ، مهمة فى الجبر الحديث لأنها توفر طريقة للدراسة غير المباشرة لخواص مجموعة الأعداد الصحيحة غير المنتهية والعمليات عليها من خلال مجموعات منتهيه من الصفوف المتكافئة .

وتمثل جهود الرياضيين فى إنماء أصول منطقية لنظام الأعداد الحقيقية مبنية على المسلمات مثالا آخر للمدخل الحديث لدراسة الأعداد . لقد رأينا أن الأعداد الطبيعية نموذج يجسد مسلمات بيانو (Peano) وأن حساب المقياس هو تعميم لحساب الأعداد الصحيحة . وبداية بالأعداد الطبيعية كما هى معرفة لمسلمات بيانو ، يمكن تعريف الأعداد الصحيحة التى تحتوى على الأعداد الصحيحة السالبة

كأزواج مرتبة من الأعداد الطبيعية . وعملية التمثيل بأزواج مرتبة لا تصلح لإنشاء الأعداد الحقيقية . ومع ذلك يمكن تعريف الأعداد الحقيقية كمجموعة من الأعداد التى هى نهايات لمتتابعات غير منتهية معينة وهى متتابعات كوشى Cauchy والمسماه باسم الرياضى الفرنسى أوجوستين لويس كوشى (١٧٨٩ — ١٨٥٧) أحد رواد العصر الحديث للرياضيات كذلك يمكن تعريف الأعداد الحقيقية كقطوعات ديدكند Dedekind للأعداد النسبية الى مجموعتين غير منتهيتين متمايزتين . وسميت القطوعات باسم صاحبها ريتشارد ديدكند (١٨٣ — ١٩١٦) الرياضى الألمانى . وهذه الأعمال التى تستخدم العمليات غير المنتهية تقودنا من مجال الحساب إلى مجال التحليل الرياضى . وأخيرا يمكن أن تعرف الأعداد المركبة كأزواج مرتبة من الأعداد الحقيقية .

ومع التوسع من الأزواج المرتبة إلى نونيات مرتبة من الأعداد الحقيقية نصل إلى مفهومات جديدة أكثر عمومية من الأعداد الحقيقية مثل المتجهات .. وهكذا ننتقل من الحساب إلى الجبر والهندسة والتحليل .

مرة أخرى نجد صعوبة العمل فى مجال واحد من الرياضيات . ومن الغريب أن نجد فى تاريخ الرياضيات أن الأعداد لم تبنى أصوليا فى تتابع زمنى مرتب من الأعداد الطبيعية وحتى المتجهات النونية المعممة . فقد أرسى الرياضيون قضية الأعداد المركبه قبل بناء الأعداد السالبة على أسس صلبة بسنين عديدة .

وبداية بتعريف الأعداد الطبيعية عن طريق مسلمات بيانو ، يمكن تعريف الأعداد الصحيحة كأزواج مرتبة (م ، ن) [(m, n)] من الأعداد الطبيعية ، وبتعبير أدق كفصول تكافؤ من الأزواج المرتبة . فيعرف الصفر (.) على أنه مجموعة كل الأزواج المرتبة من الأعداد الطبيعية على الصورة (ك ، ك) [(k, k)] أى .

{(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، ... ، (ك ، ك) ، ...}

$\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), \cdots (k, k), \cdots\}$

العدد (+ ٥) هو مجموعة كل الأزواج المرتبة على الصورة (م + ٥ ، م) [$(m + 5, m)$]

أى {(٦ ، ١) ، (٧ ، ٢) ، (٨ ، ٣) ، ... (م + ٥ ، م) ، ...}

[$\{(1, 6)\ (2, 7), (3, 8), \cdots (m, +5, m), \cdots\}$]

وكل زوج فى المجموعة يكافىء زوج اخر فيها . والعدد الصحيح السالب عبارة عن مجموعة من الأزواج المرتبة من الأعداد الطبيعية يكون العنصر الأول فى الزوج أصغر من العنصر الثانى بينما الأزواج المرتبة التى تمثل عدداً موجباً يكون فيها العنصر الأول أكبر من العنصر الثانى . ويمكن تمثيل المجموعات بالصورة [م ، ن] $[m, n]$. ويكون الزوجان [م ، ن] (ق ، ك) [$[m, n]$ and $[p, q]$] متكافئان إذا كان ق + ن = ك + م [$p + n = q + m$] وبإستخدام هذا التعبير

يعرف الجمع والطرح فى الأعداد الصحيحة كالآتى

[م ، ن] + [ق ، ك] = [م + ق ، ن + ك]

$[m, n] + [p, q] = [m + p, n + q]$

[م ، ن] − [ق ، ك] = [م + ك ، ن + ق]

$[m, n] - [p, q] = [m + q, n + p]$.

فمثلا

[٥ ، ٢] + [٦ ، ١] = [٥ + ٦ ، ٢ + ١] = [١١ ، ٣]

So, $[5, 2] + [6, 1] = [5 + 6, 2 + 1] = [11, 3]$

أى [٣] + [٥] = [٨]

$[3] + [5] = [8]$

وأيضا [٥ ، ٢] − [٦ ، ١] = [٥ + ١ ، ٢ + ٦] = [٦ ، ٨]

and $[5, 2] - [6, 1] = [5 + 1, 2 + 6] = [6, 8]$

أى [٣] − [٥] = [−٢]

$[3] - [5] = [-2]$.

والأعداد الطبيعية مغلقة تحت عمليتى الجمع والضرب ولكنها ليست مغلقة تحت عمليتى الطرح والقسمة ، والأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الجمع وليست مغلقة تحت عملية القسمة .

ويمكن تعريف مجموعة الأعداد النسبية كصفوف متكافئة من أزواج من الأعداد الصحيحة العدد النسبى ق/ك حيث ك ≠ صفر [$\frac{p}{q}$ where q is not zero] {... ، (ق ، ك) ، ...} [$\{\cdots, (p, q), \cdots\}$] والتى يمكن التعبير عنها بالصورة [ق ، ك] [$[p, q]$]. وإذا كان ق ، ك [p and q] أوليين بالنسبة لبعضهما فإن المجموعة {... ، (ق ، ك) ، ...} [$\{\cdots, (p, q) \cdots\}$] تحتوى على كل أزواج الأعداد الصحيحة التى على الصورة (± ن ق ، ± ن ك) [$(\pm np, \pm nq)$] حيث ن [n] أى عدد طبيعى . العدد النسبى [ق ، ك] يكافىء [ر ، س] إذا كان ق ر = ك س [$[p, q]$ is equivalent to $[r, s]$ if $ps = rq$]

وتعرف العمليات كالآتى :

ق/ك + ر/س = [ق ، ك] + [ر ، س] = [ق س + ك ر ، ك س]

$\frac{p}{q}$ and $\frac{r}{s} = [p, q] + [r, s]$ is $[ps + qr, qs]$

ف/ق − ر/ل = [ف ، ق] − [ر ، ل] = [فل − قر ، قل]

and the difference is $[ps - qr, qs]$.

ف/ق × ر/ل = [فر ، قل]

The product $[p, q] \times [r, s] = [pr, qs]$ and

ف/ق ÷ ر/ل = [فل ، قر]

$[p, q] \div [r, s] = [ps, qr]$.

وكما هو الحال فى الأعداد الصحيحة ، فإن الأعداد النسبية مغلقة تحت عمليات الجمع والطرح والضرب وبالإضافة إلى ذلك فهى مغلقة تحت عملية القسمة مع استبعاد القسمة على الصفر .

وكمثال للعمليات الحسابية أعتبر العددين ٢/٥ = [٢ ، ٥] ، −٣/٧ = [−٣ ، ٧]

[٢ ، ٥] + [−٣ ، ٧] = [٢ × ٧ + ٥ (−٣) ، ٥ × ٧] = [−١ ، ٣٥] = −١/٣٥

[٢ ، ٥] ÷ [−٣ ، ٧] = [٢ × ٧ ، ٥ (−٣)] = [١٤ ، −١٥] = ١٤/−١٥

وأما الأعداد الحقيقية فلا يمكن تعريفها كأزواج مرتبة من الأعداد النسبية . أحد التعاريف هو أن العدد الحقيقى عبارة عن صف متكافىء من متتابعات كوشى غير المنتهية من الأعداد النسبية . ومتتابعة كوشى عبارة عن متتابعة تقترب حدودها من بعضها مع توالى المتتابعة . ومتتابعة كوشى شبيهة بمتتابعة تقاربية ورغم ذلك فهناك فروق دقيقة بينهما . فالمتتابعة التقاربية عبارة عن متتابعة تقترب حدودها من عدد معين ، يُسمى نهاية المتتابعة ، وذلك مع توالى المتتابعة . ويمكن أن يتضح الفرق بين النوعين من المتتابعات فى المثال التالى : لتكن ق $[R]$ مجموعة كل الأعداد النسبية ولتكن ك $[S]$ مجموعة كل الأعداد النسبية من غير الأعداد الصحيحة .

المتتابعة ١/٢ ، ٢/٣ ، ٣/٤ ، ... ، ن/(ن + ١) $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}, \ldots\right]$

تتقارب إلى العدد الطبيعى الذى ينتمى إلى ق $[R]$. وهذه المتتابعة تقاربية فى ق $[R]$ لأن لها نهاية فى ق $[R]$ وهى أيضا متتابعة كوشى فى $[R]$

ولكن هذه المتتابعة ليست تقاربية بالنسبة إلى ك $[S]$ وذلك على الرغم من أنها متتابعة كوشى فى ك $[S]$

انها لا تتقارب فى ك [S] لأن العدد الوحيد المرشح لنهايتها هو العدد ١ وهو ليس عنصراً فى ك [S] وهذا المثال يوضح النظرية العامة التى تقول بإن : كل متتابعة تقاربية هى متتابعة كوشى ولكن ليس كل متتابعة كوشى تكون تقاربية .

يمكن أن نبين أن متتابعة الأعداد النسبية التالية متتابعة كوشى ولكن ليس لها نهاية فى مجموعة الأعداد النسبية : $(\frac{٣}{٢})^{٢}$ ، $(\frac{٤}{٣})^{٣}$ ، $(\frac{٥}{٤})^{٤}$ ، $(\frac{٦}{٥})^{٥}$ ، ... ، $(\frac{ن + ١}{ن})^{ن}$ ، ...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2, \left(\frac{4}{3}\right)^3, \left(\frac{5}{4}\right)^4, \left(\frac{6}{5}\right)^5, \ldots, \left(\frac{n+1}{n}\right)^n, \ldots$$

فنهاية هذه المتابعة هى العدد غير النسبى (هـ) [e] الذى هو أساس اللوغاريتمات الطبيعية وكثير الإستخدام فى التفاضل والتكامل .

كثير من متتابعات كوشى المختلفة يكون لها نفس النهاية . فمثلا اعتبر المتتابعات التالية :

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ... ، $\frac{ن}{ن + ١}$ ، ...

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}, \ldots$$

$\frac{٢}{١}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، ... ، $\frac{ن + ١}{ن}$ ، ...

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}, \ldots$$

$\frac{١ + ك}{ن}$ ، $\frac{٢ + ك}{ن}$ ، $\frac{٣ + ك}{ن}$ ، ... ، $\frac{ن + ك}{ن}$ حيث ك ثابت

$$\frac{1+k}{n}, \frac{2+k}{n}, \frac{3+k}{n}, \ldots, \frac{n+k}{n}, \ldots \text{(for } k \text{ a constant)}$$

كل المتتابعات الثلاث السابقة تتقارب إلى العدد الحقيقى واحد . ولأى عدد حقيقى يمكن تكوين عدد لا نهائى غير منته من المتتابعات التى تتقارب إلى ر [r] . ومن ثم فإن العدد الحقيقى ر [r] يعرف على أنه فصل متكافىء يحتوى على كل المتتابعات التى تتقارب إلى ر [r] إذا تقاربت متتابعاتِ كوشى التى تنتمى إلى فصل متكافىء إلى عدد ليس نسبيا . فإن عدداً غير نسبى يمثل بهذا الفصل المتكافىء وحيث أن المتتابعات غير المنتهية يمكن أن تجمع وتطرح وتضرب وتقسم ، فإن هذه العمليات يمكن أن تعرف على متتابعات كوشى فنتيجة حساب للأعداد الحقيقية معرفا بهذه الطريقة .

وقد يميل الرياضيون الذين يحبون العمل بالمتتابعات غير المنتهية إلى استخدام متتابعات لتعريف الأعداد الحقيقية . ومع ذلك فإن المشتغلين بنظرية المجموعات يفضلون طريقة ديدكند الذى عرف الأعداد الحقيقية على أنها تجزيئات لمجموعة الأعداد النسبية . فقد اعتبر ديدكند الأعداد النسبية على أنها نقاط على خط الأعداد . ولاحظ أن كل عدد نسبى « يقطع » خط الأعداد إلى جزئين بحيث أن جزئى الخط الأيسر أو الأيمن يحتوى على العدد النسبى الذى أحدث القطع . فمثلا $\frac{٧}{٨}$ يقطع خط الأعداد إلى مجموعتين من الأعداد النسبية احداهما تضم الأعداد النسبية الأقل من $\frac{٧}{٨}$ والأخرى تضم الأعداد النسبية الأكبر من $\frac{٧}{٨}$. فإذا ضم العدد $\frac{٧}{٨}$ إلى مجموعة الأقل فإن مجموعة الأكبر لا يكون لها عدد نسبى أصغر . وإذا ضم العدد $\frac{٧}{٨}$ إلى مجموعة الأكبر فإن مجموعة الأقل لا يكون لها عدد نسبى أكبر .

ويمكن بناء هاتين الحقيقتين بملاحظة أنه إذا كان ر [r] هو العدد النسبى الأكبر فى مجموعة الأقل وكان ل [s] هو العدد النسبى الأصغر فى مجموعة الأكبر ، فإن العدد النسبى $\frac{ر + ل}{٢}$ $\left[\frac{r+s}{2}\right]$ لا ينتمى لأى من المجموعتين . وهذا يناقض تعريف القطع . وقد لاحظ ديدكند أن بعض القطوعات على خط الأعداد ينتج عنها مجموعات دنيا بدون عدد نسبى أكبر ومجموعات عليا بدون عدد نسبى أقل . وهذه القطوعات تنتج ثقوبا فى خط الأعداد . وقد عرف ديدكند الأعداد غير النسبية على انها تلك الأعداد التى تملأ هذه الثقوب والنتيجة هى وجود خط أعداد مستقل . وكمثال لقطع خلال ثقب فى خط الأعداد ، أعتبر تجزىء خط الأعداد إلى مجموعتين : احداهما دنيا يحتوى على كل الأعداد السالبة والموجبة النسبية التى مربع كل منها أقل من ٥ ، والمجموعة الأخرى (العليا) كل بقية الأعداد النسبية . حيث أن المجموعة الدنيا لا تحتوى على عدد نسبى يمثل الحد الأعلى يعرف عددا نسبيا يسمى $\sqrt{٥}$. ومع التركيز الكافى للنتائج المختلفة التى يتم الحصول عليها عند العمل بالأعداد الموجبة والسالبة فإنه يمكن تعريف الأربع عمليات الحسابية على قطوع ديدكند — فمثلا يمكن تعريف جمع قطوع ديدكند كالآتى :

ليكن ر [r] العدد الحقيقى المعرف بالقطع الذى يقسم الأعداد النسبية إلى مجموعتين دنيا $ر_١$ وعليا $ر_٢$ [R_1] [R_2] ، وليكن ل [s] العدد الحقيقى المعرف بالقطع الذى يحدث المجموعتين $ل_١$ ، $ل_٢$ [S_1 and S_2] . بذلك يكون ل + ر [r + s] هو القطع الذى مجموعته الدنيا تحتوى الأعداد النسبية ا + ب حيث ا تنتمى إلى $ر_١$ ، ب تنتمى إلى $ل_٢$ [$a + b$ where a belongs to R_1 and b belongs to R_2] . فمثلا — ٣ + ٢ هو القطع الذى مجموعته الدنيا تحتوى على كل المجاميع النسبية ا + ب حيث ا أقل من — ٣ ، ب أقل من ٢ . [$a + b$ where $a < -3$ and $b < 2$]

ولعله يكون طريفا أن تحاول ايجاد تعاريف لعمليتى الطرح والضرب للأعداد الحقيقية بإستخدام قطوع ديدكند .

ويمكن تعريف العدد المركب على أنه زوج مرتب من الأعداد الحقيقية أو بالصورة، ا + ب ت [$a + bi$] حيث ا ، ب [a and b] عددان حقيقيان ، ت = √-١ [$i = \sqrt{-1}$] وحساب الأعداد المركبة هو تقريبا نفس حساب المقادير ذات الحدين التى بالصورة ا + ب س [$a + bx$] وذلك مع مراعاة أن (√-١)² = -١ [$\sqrt{-1}$ is the real number -1]. ولم يكتف الرياضيون بإختراع الأعداد المركبة بل ساروا قدما نحو الأعداد فوق المركبة والمتجهات .

أعتبر الرياضى الأيرلندى وليم هاميلتون (١٨٠٦ ــ ١٨٦٥) أن الأعداد المركبة أزواج مرتبة من الأعداد الحقيقية . وبعد تفكير لسنين طويلة عن الرباعيات المرتبة من الأعداد الحقيقية ، وجد هاميلتون أنه لا يستطيع أن يعرف حسابا للرباعيات يحقق قوانين الفضاء الفيزيائى وتحقق أيضا خاصية الإبدال فى عملية الضرب . وعمليات الحساب التى عرفها على رباعيات الأعداد الحقيقية تعرف باسم « جبر الرباعيات » . عرف هاميلتون العدد فوق المركب على أنه العدد الذى على الصورة ا + ب ت + حـ ى + ءك [$a + bi + cj + dk$] حيث ا ، ب ، حـ ، ء [$a, b, c,$ and d] أعداد حقيقية ، ت ، ى ، ك معرفة [i, j and k] معرفة كما بجدول الضرب التالى

×	١	ت	ى	ك
١	١	ت	ى	ك
ت	ت	-١	ك	-ى
ى	ى	-ك	-١	ت
ك	ك	ى	-ت	-١

×	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

ومن الواضح من الجدول أن عملية الضرب هنا ليست إبدالية فمثلا نجد أن :

ت ى = ك ولكن ى ت = -ك [$ij = k$ but $ji = -k$]

وبإستخدام هذا الجدول نجد شبها بين ضرب الرباعيات وضرب المقادير الجبرية مع مراعاة عدم إبدال ت ، ى ، ك [$i, j,$ and k] فمثلا :

(ى + ك)(١ + ٢ت + ك) = ى + ٢ى ت + ى ك + ك + ٢ك ت + ك²

= ى − ٢ك + ت + ك + ٢ى − ١

= −١ + ت + ٣ى − ك

= ى + ك + ٢تى + ٢تك + كى + ك٢

(١ + ٢ت + ك)(ى + ك) = ى + ك + ٢ك − ٢ى − ت − ١

= −١ − ت − ى + ٣ك

$$(j + k)(1 + 2i + k) = j + 2ji + jk + k + 2ki + k^2$$
$$= j - 2k + i + k + 2j - 1$$
$$= -1 + i + 3j - k$$

However,

$$(1 + 2i + k)(j + k) = j + k + 2ij + 2ik + kj + k^2$$
$$= j + k + 2k - 2j - i - 1$$
$$= -1 - i - j + 3k$$

ويستخدم جبر المتجهات وهندسة المتجهات وتحصيل المتجهات أعداد أكثر عمومية وهى نونيات من الأعداد الحقيقية . ومجموعات نونيات من الأعداد الحقيقية لا عمليات حسابية تعرف عليها ولها تركيبات جبرية مثل الزمرة والحلقة . ويمكن التعميم إلى ما بعد النونيات إلى **مصفوفات** م × ن $[n \times m]$ ويعتبر البعض المصفوفات صورا من الأعداد ولكن لها تفسيرات أكثر فائدة وهى أنها تحويلات . فمثلا المصفوفة [٢ ١ ؛ ٣ ٧] ، $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ تحول الزوج [س ؛ ص] $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ إلى الزوج الجديد [٢س + ٣ص ؛ ٣س + ٧ص] $\begin{bmatrix} 2x + 1y \\ 3x + 7y \end{bmatrix}$ وذلك بحسب تعريف ضرب المصفوفات .

وللنوينات المرتبة تفسيرات هندسية كما هو الحال فى حالة الأزواج المرتبة والتى تمثل بنقط فى المستوى ، والثلاثيات المرتبة والتى تمثل بنقط فى الفضاء ثلاثى البعد . ومن الواضح صعوبة تطور لنونيات فى فضاء نونى البعد .

وعلى الرغم من أن هذه الأمثلة ترتبط بالحساب إلا أننا تحركنا فى مجالات عديدة من الرياضيات .

الجبر الحديث

الفرق الأولى بين الجبر الكلاسيكى والجبر الحديث يوجد فى طبيعة عناصر الجبر والمدخل إلى صياغة وحل المشكلات الجبرية . فعناصر الجبر الكلاسيكى هى الأعداد أو النقاط . بينما رجال الجبر الحديث يعتبرون الجبر نظاما مجرداً واستنباطيا ومبنيا على أسلوب المسلمات . لا تعرف عناصر الجبر الحديث على أنها أعداد أو نقاط ، ولكنها مجردات يمكن أن تفسر بطرق متعددة متفقة مع مسلمات

النظام . والاسئلة التى كان يواجهها الجبر الكلاسيكى كانت متعلقة بأشياء محسوسة ، وكانت الأجابة عليها تتم بطرق مناسبة لمشكلات معينة أو مجموعة من المشكلات . ومع ذلك فإن هذه الطرق لم تكن بالضرورة مفيدة فى حل المشكلات . ومع ذلك فإن هذه الطرق لم تكن بالضرورة مفيدة فى حل مشكلات ذات طبيعة أكثر عمومية .

فمثلا مسلمات الزمرة صحيحة بالنسبة لمجموعة الأعداد الصحيحة (مع عملية الجمع) ، وهى أيضا صحيحة لبنيات رياضية وفيزيائية أخرى كثيرة مثل مجموعات معينة من التحويلات فى الهندسة وفى الفيزياء . والرياضى الحديث يعبر ويبرهن على نظريات على الصورة : « فى الزمرة صواب العبارة ق [p] يؤدى إلى صواب العبارة ك [q] . ثم يدرس نظما رياضية وفيزيائية بالبحث عن بنيات للزمرة . فأى نظام أينما وجد قد يكون فى الالكترونيات أو الكيمياء أو الهندسة) والذى يثبت أنه يحقق مسلمات الزمرة فإنه بالتالى يمتلك كل خواص الزمرة التى أثبتت فى نظريات الزمرة (وهى بصورة مجردة) . ولكن رجل الرياضيات الكلاسيكية الذى عبر عن نظرياته على الصورة . « فى الأعداد الصحيحة ، صواب العبارة ق [p] يؤدى إلى صواب العبارة ك [q] لا يقدر أن يستخدم تلك النظريات فى أى بنية رياضية أخرى غير بنية الأعداد الصحيحة .

والرياضى الحديث يعرف ، عادة بنيات رياضية شديدة العمومية وهو يبرهن نظريات خاصة بتلك البنيات ، ويبحث عن نظم رياضية أو فيزيقية معينة تمتلك تلك البنيات ويطبق نظريات البنيات العامة على بنيات خاصة . وبتعبيرات رياضية فإن الرياضيين يبحثون عن أيسومورفيزمات (تناظرات أحادية تحافظ على العمليات) بين النظم الرياضية والفيزيقية . هذا المدخل طريقة أكثر فائدة وفعالية لمحاولة حل المشكلات فى الرياضيات والعلوم . ويسمى الجبر التقليدى أحيانا الحساب المعمم لأن نظرياته وبنيته مبنية على الأعداد الحقيقية .

تعتبر هيباتيا Hypatia أول امرأة معروفة فى تاريخ الرياضيات وقد عاشت فى مدينة الاسكندرية وتأثرت فى أعمالها الجبرية بديوفانتس الذى كان أول رياضى يستخدم الاختصارات بدلًا من الكلمات والمناقشات المطولة فى الجبر . ومنذ زمن هيباتيا* وحتى القرن السادس عشر تقدم علم الجبر ببطء إلا أنه ظهر كعلم مستقل++ على يدى العرب والمسلمين الذين تأثروا بأعمال الهنود ويمثل القرنان السادس عشر والسابع عشر دراسات وأبحاث مثمرة فى علم الجبر ومع ذلك فتعتبر هذه الفترة بداية نهاية الجبر الكلاسيكى ففى هذين القرنين قدم كثير من الرياضيين أعمالا جادة منها ايجاد طرق لحل معادلات من درجات معينة لها خواص محددة مثل طرق نيكولو فونتانا Fontana الشهير باسم تارتاجليا (١٥٠٠ ــ ١٥٥٧) وجبر ولامو كاردان Caradano (١٥٠١ ــ ١٥٧٦) ولودوفيكو فرارى Ferrari (١٥٢٢ ــ ١٥٦٥) .

---

* اغتيلت هيبتيا فى حوالى عام ٤١٥ ميلادية وهى ابنة الرياضى السكندرى ثيون الذى عاش فى اواخر القرن الرابع الميلادى .

++ اشتقت كلمة Algebra من كتاب الخوارزمى « الجبر والمقابلة » الذى ألفه فى القرن التاسع الميلادى .

وبينما من الثابت أن الرياضيين الإيطاليين أوجدوا حلولا مضبوطة لأى معادلة من الدرجة الثالثة ، إلا أنه يوجد خلاف فى الرأى عن الذى ينسب إليه الفضل فى أنه أول من أوجد هذا الحل . وتروى أدنا كرامر Kramer فى كتابها Nature and Growth of Modern Mathematics المؤلف عام ١٩٧٠ . القصة التالية مؤداها أنه فى حوالى عام ١٥٣٥ أقترح انتونى ما ربوفيور Fior من بولوينا مسابقة رياضية . وكان على كل متسابق أن يودع رهاناً وأن المتسابق الذى يحل المسائل ، وعددها ثلاثون والتى يقترحها منافسة يكسب كل الرهان . وتعطى فرصة ثلاثين يوماً لحل المسائل المقترحة . كان فيور قد تعلم أن يحل نوعا معينا من معادلات الدرجة الثالثة من معلمة دِل فِيرْو Fero (١٤٦٥ — ١٥٢٦) ومن المعتقد أن فرو قد حصل على طريقة حل هذا النوع من المسائل من مصادر عربية . وكان منافس فيور فى هذه المسابقة أستاذ رياضيات من فينسيا هو تارتاجليا* . وقد شك تارتاجليا فى أن أسئلة المسابقة سوف تكون عن حل معادلات الدرجة الثالثة ، فوضع قانونا لحل معادلات الدرجة الثالثة . وبالتالى أجاب عن كل الأسئلة التى وضعت له . ثم أعطى فيور اسئلة تتضمن معادلات من الدرجة الثالثة ولكن من نوع غير الذى يعرفه فيور وبذلك لم يتمكن فيور من النجاح فى المسابقة .

وقد وضع فرارى — الذى كان تلميذاً لكارادان — قانونا لحل المعادلة العامة من الدرجة الرابعة . وتتضمن طريقته إستخدام تعويضات وتبسيطات يستخدم فيها حل معادلة الدرجة الثالثة لحل معادلات الدرجة الرابعة . وكانت طريقة تارتاجليا لحل معادلات الدرجة الثالثه هو إستخدام تحويلات وإختزالات يستخدم فيها قانون حل معادلات الدرجة الثانية .

وعلى الرغم من محاولات كثير من الرياضيين . قبل فرارى — لحل معادلات الدرجة الخامسة ، فقد ظل الأمر مشكلا إلى أن أستقر على يدى لاجرانج Lagrange ، روفينى Ruffini ، وإبل Able وجالوا galois فبينما كان لاجرانج (١٧٣٦ — ١٨١٣) يحاول حل معادلة الدرجة الخامسة بتحويلها إلى معادلات أقل منها درجة وجد أن الأمر تحول إلى الحاجة إلى حل معادلة من الدرجة السادسة . وعندئذ توقف عن محاولاته . وترك الموضوع لأبل وجالوا ليقوما بانقلاب حميد فى الجبر التقليدى .

فى أوائل القرن التاسع عشر أثبت بطريقة مستقلة — كل من الرياضى النرويجى آبل والفيزيائى الايطالى فورينى استحالة إيجاد حل عام للمعادلات العامة الأعلى من الدرجة الرابعة . وقد شجع عمل أبل الرياضى الفرنسى جالوا أن يبحث عن الشروط اللازمة لحل معادلة كثيرة الحدود بواسطة كميات جذرية . ولحسن الحظ وجد هذه الشروط فى نظرية الزمرة والحقل وذلك قبل أن يقضى نحبة فى مبارزة وهو فى سن الحادية والعشرين . وتنص النظرية الأساسية فى الجبر التى وضعها جالوا على الآتى : « تكون معادلة ما قابلة للحل بكميات جذرية إذا وفقط إذا كانت زمرتها ، فى حقل خوارجها ، قابلة للحل » .

* تارتاتجليا تعنى المتلعثم ، واشتهر فونتانا باسم تارتجليا لأنه أصيب بمرض أدى إلى تلعثمه أثناء نهب الفرنسيين لموطنه الأصلى .

القوانين المستخدمة لحل المعادلات من الدرجة الرابعة فأقل تستخدم معادلات كثيرات الحدود المتضمنة فى المعادلات بالإضافة إلى العمليات الحسابية الأربعة وإيجاد الجذور . والمعادلة التى تحل بإستخدام قانون يحتوى فقط على العمليات الحسابية والجذور تسمى معادلة قابلة للحل بواسطة الكميات الجذرية . إن جالوا لم يثبت بأنه لا توجد معادلة أعلى من الدرجة الرابعة يمكن أن تحل . ولكنه أثبت أنه لا توجد قوانين عامة تحتوى على عمليات حسابية ، بعض المعادلات من الدرجات العالية تحل بإستخدام الدوال المثلثية . كذلك من الممكن إستخدام الكومبيوتر لإيجاد حلول تقريبية على درجة كبيرة من الدقة ـــ لأى معادلة غير قابلة للحل بواسطة الكميات الجذرية .

وهناك العديد من الرياضيين أضافوا الكثير لأعمال الرواد الجبرية العظيمة . وواحد من هؤلاء البارزين إيمى نويذر Noether (١٨٢٢ ـــ ١٩٣٥) الرياضية الألمانية التى حاضرت بدلا من أبيها الرياضى نويذر بعض الوقت فى جامعة إرلانجن ثم بعد ذلك كانت استاذة بجامعة جوتينجن . ومن بين أعمالها الرئيسية بحوث فى نظرية الحلقات وخاصة الحلقات المعروفة باسمها (Noetherian rings) . وامتد عملها كثيرا على أيدى تلاميذها .

وخلاصة القول إن : الجبر التقليدى (الكلاسيكى) هو حساب معمم حيث بنيت خوارزميات (طرق) معينة لحل مشكلات محددة . ولكن الجبر الحديث هو نظام من الرياضيات مبنى على مسلمات ويتضمن الجبر التقليدى كواحد من بين النماذج المتعددة لمصطلحاته غير المعرفة وتعاريفه ومسلماته ومبرهاناته .

الهندسات الحديثة

يتضح الفرق بين المداخل الكلاسيكية والحديثة للهندسة فى البناء العام والوحدوى للهندسات الحديثة مقارنا بهندسة عصر اقليدس ذات البديهيات والمسلمات المحددة . وكان الإكتشاف بأن الهندسات المتفقة منطقيا والمتناقضة بالنسبة لبعضها البعض يمكن بأن تفترض وأن تطبق فى الرياضيات والعلوم ـــ كان هذا الاكتشاف علامة النهاية لعصر الهندسة الحدسية الكلاسيكية . ومع ذلك فإن الهندسة المستوية التقليدية التى بناها الأغريق قبل عام ٣٠٠ قبل الميلاد مازالت تدرس ، مع تغيرات بسيطة فى تركيبها ، فى المدارس حتى الآن . والهندسة التى نظمها أقليدس أحد أساتذة مدرسة الاسكندرية فى حوالى عام ٣٠٠ قبل الميلاد هى البنية الأساسية لكل نظم الرياضيات الحديثة . فالأساس المبنى على المسلمات الذى وضعه الأغريق للهندسة هو أول مثال جوهرى للمدخل الاستنباطى المدقق فى تاريخ الرياضيات . وقد بنى أقليدس هندسته على خمسة أفكار عامه سميت بديهيات وخمس مسلمات . ورغم أن الرياضيين حاليا لا يفرقون بين البديهية والمسلمة ، ولكن الأغريق كانوا ينظرون إلى البديهية على أنها فكرة عامة أو حقيقة مقررة ينبغى أن تقبل بسبب طبيعة منطق الفكر الإنسانى . وكانوا ينظرون إلى المسلمة على أنها فكرة أكثر تحديدا لها أسس فى الأفكار الهندسية . وطبقا لبعض كتب تاريخ الرياضيات فقد كانت صياغات بديهيات اقليدس ومسلماته للهندسة المستوية كمايلى :

بديهيات (أفكار عامة) :

(١) الأشياء المساوية لنفس الشيء تكون متساوية .
(٢) إذا أضيفت متساويات إلى متساويات كانت النواتج متساوية .
(٣) إذا طرحت متساويات من متساويات كانت النواتج متساوية .
(٤) الأشياء التى تطابق أحدها الآخر تكون متساوية .
(٥) الكل أكبر من الجزء .

مسلمات :

(١) يمكن رسم خط مستقيم من نقطة لأخرى .
(٢) يمكن مد أى مستقيم محدود على استقامته بصفة مستمرة .
(٣) جميع الزوايا القائمة متساوية .
(٤) تتحدد الدائرة بمعلومية مركز ومسافة .
(٥) إذا قطع مستقيم مستقيمين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين فى جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين ، فإن المستقيمين إذا مدا يتقابلان فى هذه الجهة من القاطع .

وتعرف المسلمة الخامسة باسم « مسلمة التوازى » . والتى لها صياغة بديلة نصها « يمكن رسم مستقيم واحد وأحد فقط موازيا لمستقيم معلوم وعبر نقطة معلومة خارج المستقيم المعلوم وفى نفس المستوى » .

وهناك أوجه نقد قدمت عن بديهيات ومسلمات اقليدس . فمثلا لابد من صياغة أفضل للمسلمة الأولى لكى تصبح « يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يصل بين أى نقطتين » . ويتضح عدم أكتمال هندسة اقليدس فى أنه لا يمكن البرهنة أو عدم البرهنة بإستخدام بديهياته ومسلماته فقط — على أن كل المثلثات متساوية الساقين .

وأنه ولم يرتح كثير من الرياضيين إلى قبول المسلمة الخامسة وحاولوا لمدة تقترب من ألفى عام بعد اقليدس للبرهنة على تلك المسلمة استنادا إلى البديهيات والمسلمات الأخرى ولكنهم فشلوا فى ذلك . وكان ممن حاول ذلك أرشميدس (٢٨٧ — ٢١٢ ق م) وهيباركوس (١٨٠ — ١٢٥ ق م) وغيرهم . ولم يحدث تقدم فى هذه الأمر حتى القرن السابع عشر .

فى النصف الأول من القرن السابع عشر حدث تطور هام فى الهندسة التقليدية عندما ابتكر ديكارت وفرمات الهندسة التحليلية بمحاور متعامدة حيث ربطوا الجبر بالهندسة . وبعد حوالى ٢٠٠ سنة عمم جاوس الهندسة الاحداثية بأن قدم محاور إحداثية غير متعامدة . وقد بنى جاوس هذه

الاحداثيات العامة للسطوح فى الفضاء لتساعدة فى حل مشكلة عملية حيث كان يقوم بمسح جيوديسى Ge›detic لبعض الأراضى الألمانية .

وبدأ عصر الهندسة الحديثة مع اكتشاف أن مسلمة اقليدس فى التوازى هى مسلمة مستقلة عن بقية المسلمات والبديهيات الأخرى . فى النصف الثانى من القرن الثامن عشر وجد الرياضى الألمانى لامبرت Lambert (١٧٢٨ ــ ١٧٧٧) أن هندسة الكرة تعطى نموذجا لهندسة لا إقليدية حيث أن أى مستقيمين فيها لا يكونان متوازيين وقد أقترح كذلك أن هناك لزوما لوجود نوع جديد من السطوح يكون فيه عدد لا نهائى من الخطوط المار بنقطة معلومة توازى مستقيماً معلوماً . ولم يظهر شىء من هذا النوع ، حتى أظهر الرياضى بلترامى Beltramo (١٨٣٥ ــ ١٩٠٠) أن السطح الذى خمنه لامبرت هو سطح الكرة الزائفة (preudosplere) . ورغم أن لامبرت كانت لديه فكرة هندسات لا إقليدية إلا أنه لم يتابعها . وبقى الأمر للرياضى الروسى نيكولاس لوباتشفكى Lobachevski (١٧٩٣ ــ ١٨٥٦) ، والمجرى بانوس بولياى Boly (١٨٠٢ ــ ١٨٦٠) والألمانيين برتارد ريمان Rieman (١٨٢٦ ــ ١٨٦٦) وكارل جاوس وغيرهم لكى ينشئوا هندسات لعصر حديث . أوجد كل من بولياى ولوب تشفسكى ــ على انفراد وكل مستقلا عن الآخر ــ هندسات متفقة تتحقق فيها مسلمات إقليدس الأربعة الأولى ولكنها تناقض المسلمة الخامسة . أوجد كل منهما هندسات يكون فيها مجموع زوايا المثلث أقل من ١٨٠° وفيها يوجد عدد لا نهائى من المستقيمات التى تمر بنقطة معلومة وتوازى مستقيما معلوما لا يحوى هذه النقطة وهناك جدل بين مؤرخى الرياضيات عمن كان أول من ابتدع الهندسة اللاقليدية ومن تأثر بمن .

وقد أسهم ريمان فى تطوير الهندسة الحديثة وينسب إليه الفضل فى إبتكار هندسة لا إقليدية لا يوجد بها أى مستقيمين متوازيين ويكون فيها مجموع زوايا المثلث أكبر من ١٨٠°. وساهم ريمان جزئيا ــ فى بناء الهندسة نونية البعد وكميات إنحنائيه تُسمى الشادات (Tensors) . ويتعامل جبر الشادات مع عمليات (فى الجبر والهندسة والتحليل) فى أبعاد منتهية . ويتعامل تفاضل وتكامل الشادات مع عمليات فى مساحات صغيرة وضعية تؤدى إلى التفاضل .

وتابعت الهندسة مسيرتها بعد اسهامات هؤلاء الرواد نحو تعميمات متزايدة أدت إلى نظم ذات مسلمات مبنية على خواص تبقى غير متغيرة تحت أنواع معينة من التحويلات . وقد طور الرياضى الألمانى فيلكس كلاين Klein (١٨٤٩ ــ ١٩٢٥) فكرة أن أى هندسة هى دراسة اللامتغيرات المرتبطة بزمرة معينة من التحويلات . وتحويلات كلاين قريبة من الاقتراحات الأحادية لمجموعة فوق نفسها ، وعناصر هذه المجموعات عبارة عن أشياء (مجموعات من النقط) فى فضاءات نونية البعد . هناك بعض الإقترانات مثل الانتقال والدوران تحافظ على الشكل والحجم ، أى أن الشكل والحجم خواص لا متغيرة تحت تأثير هذه الاقترانات . وبعض الاقترانات الأخرى مثل من وانكماش أشياء هندسية تحافظ على خواص الانغلاق والاتصال ولكنها تغير الشكل والحجم . وهناك العديد من الرياضيين الذين أسهموا فى الهندسة الحديثة ، كما أن هناك أنواعا عديدة من الهندسات المحددة

والمحسوسة لها الكثير من التطبيقات فى العلوم وأعمال المهندسين . وسوف تعطى هنا مثالين فقط يوضحان له الطبيعة العامة والاستنباطية للهندسة الحديثة فى سياق نماذجها وتطبيقاتها وذلك من هندسة ريمان على سطح كرة وبين هندسة لوبا تشفسكى على سطح كرة زائفة .

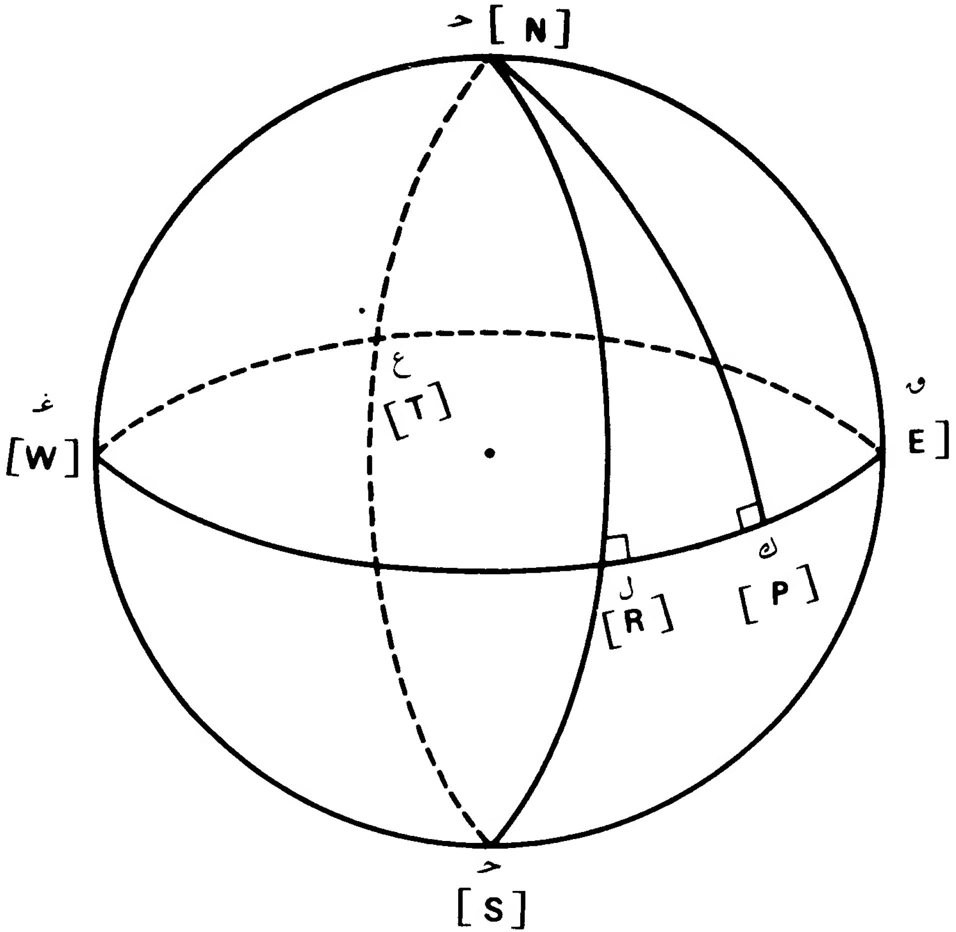
تعلم أن أقصر مسار بين ين نقطتين على سطح مستو هو الخط المستقيم . وبصفة عامة أقصر مسار بين نقطتين على سطح منحنى هو خط منحنى . فمثلا أقصر مسار من القاعدة إلى القمة على أنوف بعض الناس هو منحنى محدب . بينما أقصر مسار على أنوف أناس آخرين هو منحنى مقعر . فبعض السطوح المعقدة مثل أجسام البشر لها درجات متغيرة من الانحناء عند مساحات مختلفة منها ومن ثم أقصر المسارات بين أزواج من النقط على هذه السطوح هى خطوط ذات انحناءات مختلفة . أقصر المسارات بين أزواج النقط على سطوح فى الفضاء تُسَمى جيودسياً Geodesico فالجيودسيا على السطوح المستوية تكون خطوط مستقيمة ، والجيودسيا على السطوح الكروية تكون أقواسا لدوائر عظمى . والدائرة العظمى على كرة هى دائرة يمر مستواها بمركز الكرة فمثلا على سطح محيطات الكرة الأرضية فإن أقصر طريق للسفن بين جزيرتين صغيرتين يكون على طول قوس من الدائرة العظمى يمر مستواها بكل من الجزيرتين ومركز الأرض .

إذا أستبدلنا الخط المستقيم بجيوديسى فى مسلمات أقليدس (١) ، (٢) فإن الأربع مسلمات الأولى تظل صحيحة فى هندسة سطح الكرة . ولكن المسلمة (٥) – وهى مسلمة التوازى ليست صحيحة على سطح الكرة . ففى الهندسة الكرية يجب أن تستبدل مسلمة أقليدس بمسلمة أخرى مؤداها أنه من أى نقطة لاتقع على جيوديس معلوم لا يوجد أى جيودس يوازى الجيوديسى المعلوم وهذا يكافىء القول بإن كل الدوائر العظمى تقطع بعضها البعض .

وفى الحقيقة فإن كل دائرتين عظميين تتقاطعان فى نقطتين . والنموذج الكرى لهندسة ريمان اللا إقليدية مفيد جداً فى الأعمال البحرية على المحيطات . وبهذا ترى أن هندسة تناقض هندسة إقليدس ليست بالضرورة هندسة خيالية . والشكل التالى (١ ــ ١) يوضح حقيقة أن الدوائر العظمى تتقاطع دوما. فالدائرة العظمى سل حـ ى [NRST] تقطع الدائرة العظمى غ ل و ى [WRET] النقطتين ل ، ى [R and T] . والمثلث الكرى هـ ك ل [NPR] يبين أن مجموع زوايا المثلث أكبر من ١٨٠° فى هذه الهندسة اللاإقليدية . والشكل (١ ــ ١) يوضح أن المستوى المار بكل دائرة عظمى يحتوى على مركز الكرة .

ويمكن الحصول على هندسة لوبا تشفسكى اللاإقليدية بأن نستبدل الخط المستقيم بجيوديسى فى المسلمات (١) ، (٢) وإستبدال المسلمات الخامسة لإقليدس بمسلمة تقول بإن من نقطة تقع خارج جيوديسى معلوم يوجد عدد لا نهائى من الجيوديسيا التى لا تقطع الجيوديسى المعلوم . وتمدنا الهندسة على سطح كرة زائفه بالنموذج المناسب بهذه المجموعة من المسلمات . والكرة الزائفه هى الكرة التى تتكون نتيجة دوران منحنى التراكتريكس Tractrix دورة كاملة حول محور السنيات .

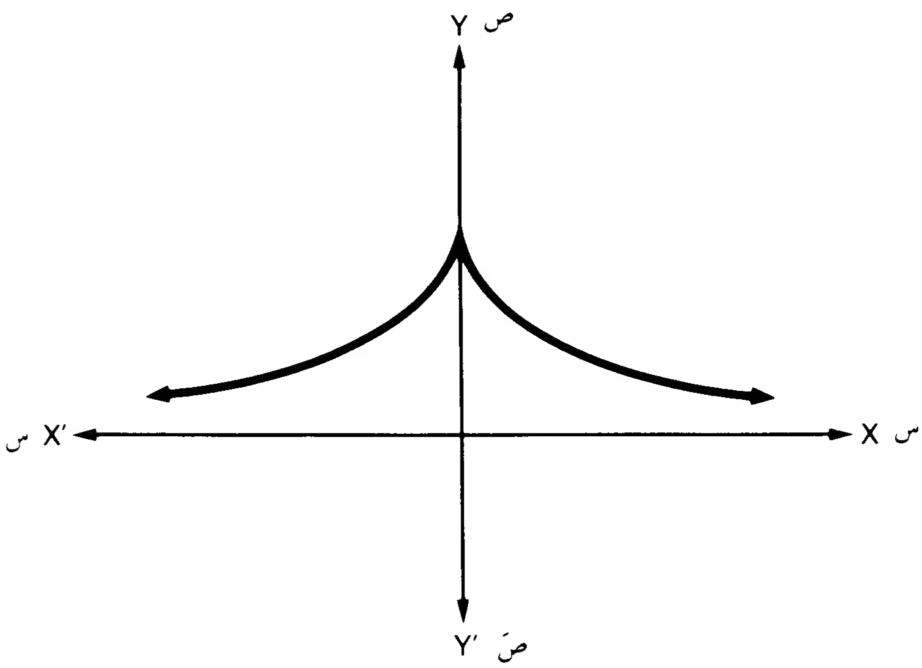
والتراكتريكس منحنى مقعر تتضمن معادلاته دوال مثلثية زائدية كما بالشكل (١ — ٢) .



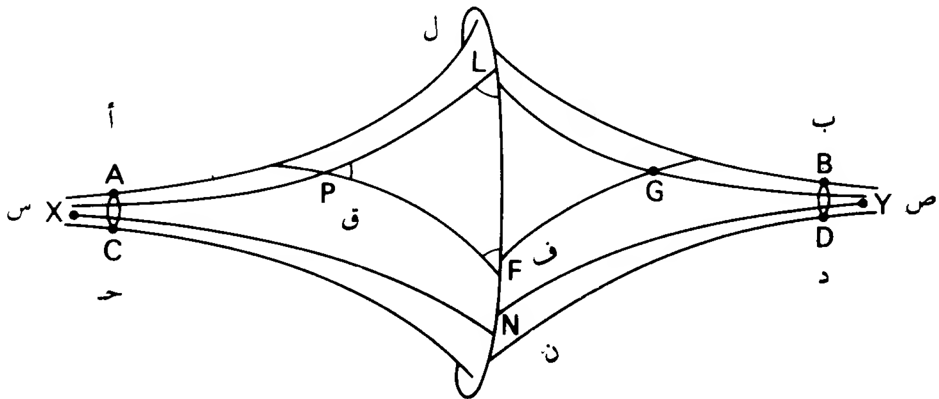
والكرة الزائفة هى سطح مقعر وهى النظير المقعر للكرة ذات السطح المحدب والكرة الزائفه والتى تمتد إلى مالا نهاية فى اتجاهين متضادين ، تكوين على هيئة شكل له بوقين ويبدو كما بالشكل (١ — ٣) .

المستوى المار بمركز الكرة الزائفة ، من القمة إلى القاع ، يقطع السطح فى الخطين ا ب ، حـ ء [AB and CD] هذا الخطان هما خطان جيوديسيان (تراكترايكسات عظمى) المناظرة للدوائر العظمى على الكرة العادية . وعلى الرغم من أن كل التراكتريكسات عبارة عن جيوديسيا ، إلا لأنه توجد منحنيات أخرى على الكرة الزائغة التى تكون أيضا جيوديسيا ، فمثلا الدائرة المارة بالنقاط

ل ، ف [L and F] هى جيوديس . الجيوديسيان ق‌ف‌ك ، ق‌ل‌ك [PFG and PLG] ولا واحد منها تراكتريكس لا يقطعان التراكتريكس س‌ن‌ص [XNY] وبذلك نرى مثالا لجيوديسيين يمران بنقطة لا تقع على جيوديس معلوم يوازيان الجيوديس المعلوم . ومجموع زوايا المثلث ق‌ف‌ل [PFL] الواقع على سطح الكرة الزائفة أقل من ١٨٠° مناقضا مجموع زوايا المثلث فى المستوى الاقليدى



الشكل (١ ــ ٢) تراكتريكس



الشكل (١ ــ ٣) : هندسة على سطح كرة زائفة

وكملاحظة ختامية عن الهندسة الحديثة فإن أعمال اينشتاين فى النسبية وكثير من الفيزياء الحديثة ما كان يمكن أن تحدث بدون الأعمال التى قام بها رياضيو القرنين الثامن عشر والتاسع عشر الذين كانوا روادا للهندسة الحديثة .

التحليل

التحليل هو الدراسة الرياضية للعمليات اللانهائية . وقد أهتمّ الرياضيون بل انزعجوا منذ القرن الخامس قبل الميلاد بفكرة اللانهائية . وقد حيرت هذه الفكرة ، وفكرة الكميات المتناهية فى الصغر الرياضى الإغريقى زينو Zeno (٤٩٠ ــ ٣٤٠ ق م) ، وقد كانت متناقضاته مصدرا للبحوث الرياضية منذ وقته وحتى الآن .

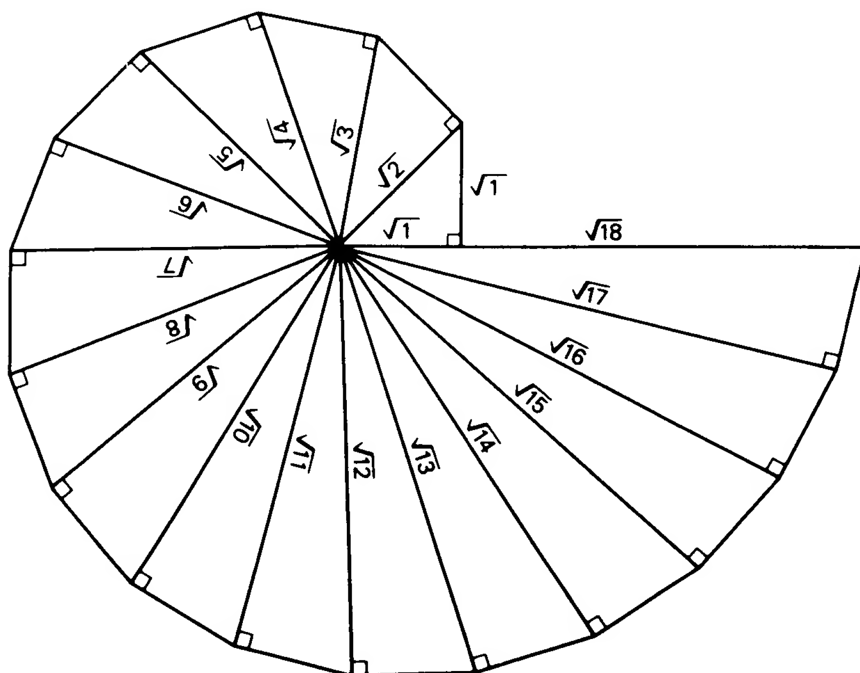
ففى متناقضة الأرنب أشيلس والسلحفاة . ففى هذه المتناقضة قال زينو بإن الأرنب لن يتمكن أبداً من اللحاق بالسلحفاة فى السباق بينهما . لأنه لكى يعقل ذلك لابد وأن يصل اولا إلى النقطة التى تبدأ منها السلحفاة وعند هذه اللحظة تكون السلحفاة عند نقطة أمامية جديدة وبالتالى فإن الأرنب يظل متخلفا عنها . وعندئذ على الأرنب أن يلحق بالسلحفاة فى موقعها الجديد .. وهكذا سيظل الأرنب دون اللحاق بالسلحفاة ولن يكسب السباق .. والمشكلة هنا أنه إذا كان على الأرنب أن يشغل عدداً لا نهائيا من النقاط فى زمن محدود فإنه لن يتغلب على السلحفاة أبدا . وحل هذه المتناقضة يتطلب توضيح فكرة اللانهائية . ويحل التحليل الحديث للمتتابعات اللانهائية هذا التناقض . إذا جرى كل من الأرنب والسلحفاة إلى ما شاء الله فإن متتابعتى المساحات الكلية التى يغطيها كل منها تتباعد إلى مالا نهاية . ولكن لأن الأرنب أكبر سرعة فإن متتابعته ستتباعد أسرع من متتابعة السلحفاة . وبالتالى فإنه عند فترة زمنية محدودة فى السباق فإن حدود متتابعة الأرنب ستصبح وتظل أكبر من حدود متتابعة السلحفاة ، وبذلك فإن استمرار السباق مدة زمنية محدوده وطويلة بدرجة تكفى لتتغلب متابعة الأرنب على متابعة السلحفاة فإن الأرنب سوف يكسب السباق . ويمكن أن تكون المتتابعات كما فى الجدول التالى بفرض أن السلحفاة بدأت السباق فى موقع يسبق موقع الأرنب بمسافة قدرها (١٠٠) قدم .

الزمن المستغرق	٠	١	٢	٣	٤	٥
المسافة التى تقطعها السلحفاة	١٠٠	١٠٠ر٥	١٠١ر	١٠١ر٥	١٠٢ر	١٠٢ر٥
المسافة التى يقطعها الأرنب	٠	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	

ومن الجدول يتضح أن الأرنب سوف يتقدم عن السلحفاة بعد ٤ ثوانى من نقطة البدء وسوف يظل متقدما ليكسب السباق .

وفى متناقضة السهم افترض زينو أن الزمن يتكون من كميات متناهية فى الصغر من اللحظات ، وأنه عند أى لحظة فإن سهماً متحركا أما أن يكون فى حالة سكون أو فى حالة حركة . فإذا كانت اللحظة غير قابلة للتجزىء فإن السهم يكون فى حالة سكون ، لأنه إذا لم يكن كذلك فإن اللحظة تكون قابلة للتجزىء وحيث أن السهم لا يمكن أن يتحرك عند أى لحظة منفردة فإنه يجب أن يبقى ساكنا .

وكان اكتشاف العدد غير النسبى بواسطة الفيثاغورثيين مثالا آخر للمتناقضات التى ظهرت عند قدامى الرياضيين وكانت نتيجة فهم ناقص لطبيعة اللانهائية . فقد أصيب الفيثاغوريين بصدمة عندما أكتشفوا أنه لا يمكن قياس وتر المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين وطول كل من ساقية الوحدة بالأعداد الصحيحة والكسور وهى الأعداد الوحيدة التى كانت معروفة فى ذلك الحين . وقد أثبتوا أن طول هذا الوتر يساوى عدداً غير نسبى ، كما أمكنهم إستخدام نظرية فيثاغورث لتعيين كثير من الأعداد غير النسبية كأطوال الأوتار مثلثات قائمة الزاوية كما هو مبين بالشكل (١ — ٤) .



الشكل (١ — ٤) حلازون فيثاغورى لتوليد أعداد غير نسبية

وقد ساهمت أعمال جورج كانتور Cantor وكيرت جيدل Gôdel فى شرح هذه المتناقضات وغيرها والتى لم يكن حلها ممكناً قبل ذلك بسبب عدم الفهم الكامل لمفهوم اللانهاية . وعلى الرغم من تقديم تعاريف أفضل للانهاية فقد ظلت هناك عقبات منطقية فى أصول الرياضيات الخاصة بها كما فى المتناقضات التى قدمها الفيلسوف الرياضى البريطانى برتراند راسل Russell (١٨٧٢ — ١٩٧٠) . فقد افترض راسل أن هناك حلاقا فى مدينة معينة التى كان رجالها حليقين . وقد تبين أن هذا الحلاق قد حلق فقط لكل رجال المدينة الذين لم يحلقوا لأنفسهم . والآن من الذى حلق للحلاق نفسه ؟ فلو كان الحلاق من بين الذين لم يحلقوا لأنفسهم لحلق هو لنفسه . ولو كان الحلاق قد حلق لنفسه لما كان هو الذى يحلق لنفسه . وهنا يحدث التناقض ، ويحلق لنفسه ولا يحلق لنفسه . وهذه المتناقضة تمثل حالة خاصة من متناقضة أعم ناشئة من مشكلة مجموعة كل المجموعات . هل مجموعة كل المجموعات ولتكن ش [S] عنصر فى نفسها ؟. إذا لم تكن ش [S] عنصراً فى نفسها فإنه يجب أن توجد مجموعة ج [P] التى تحتوى ش [S] كأحد عناصرها ولا تكون مجموعة كل المجموعات — وهذه أيضا متناقضة . فالفرض بأن ش [S] عنصر فى نفسها ينتج عنه تناقض أكثر وضوحا . ما شكل المجموعة التى تحتوى على نفسها ؟

فى عام ١٩٠٨ وجد راسل طريقاً لتجنب هذه المتناقضات وغيرها فقد أفترض أنه ينبغى وضع قيود معينة على أنواع العناصر التى يسمح لها بأن تكون عناصراً فى صفوف معينة من المجموعات . صاغ راسل ما سمى بنظرية الأنماط وفيها أن العناصر المفردة تكون من نمط (٠) ، وأن صفوف المفردات تكون من نمط (١) ، وأن صفوف صفوف المفردات تكون من نمط (٢) .. وهكذا . أى صف من النمط (ن) [n] يسمح له بأن يكون عنصرا فى صف من نمط (ن + ١) [n + 1] أو بعد النمط (ك) [k] حيث ك > ن [k > n] لا يسمح لها أن تكون عناصر من صفوف نمط ن [n] أو نمط آقل من ن [n] وكنتيجة لهذا الترتيب التتابعى للمجموعات فى صفوف من رتب أعلى وأعلى فإن مجموعة كل المجموعات لا يسمح لها أن تكون عنصراً فى نفسها . ومن ثم فإن متناقضة مجموعة كل المجموعات لا يصبح لها وجود . وهناك ترتيب مماثل لأنماط اللغة . فالكلمات التى تشير إلى أفراد تعطى المستوى (٠) ، والعبارات الخاصة بالأفراد تكون فى المستوى (١) ، والعبارات عن العبارات عن الأفراد تكون فى المستوى (٢) .. وهكذا فإذا حفظت المستويات متمايزة عن بعضها ، فإن أى عبارة فى مستوى معين لا يمكن أن تشير إلى نفسها . لأن كل عبارة فى مستوى لغوى معين يجب أن تشير إلى عبارات فى المستوى اللغوى السابق لها مباشرة . وبدون ترتيب للعبارات اللغوية فإن المتناقضة التالية تحدث . أعتبر العبارات الثلاثة التالية : « أنا أكذب دائماً » ، « أنا أكذب دائماً عبارة صواب » ، أنا أكذب دائما عبارة خطأ » . بدون ترتيب هرمى للعبارات تصبح العبارة « أنا أكذب دائما متناقضة . فإذا كانت العبارة « أنا أكذب دائماً » عبارة صواب فإننى لا أكذب أبدا ، وذلك لأننى قلت صدقا . وإذا كانت العبارة .. « أنا أكذب دائما » عبارة خطأ فإننى لا أكذب دائما ، وهذا يناقض أنا أكذب دائما . ولكن هذا التناقض لا يحدث فى النظام اللغوى المرتب هرميا . فالعبارة « أنا أكذب دائما » تخص أفراد (أى أنها فى المستوى (١)) . والعبارتان

« أنا أكذب دائما عبارة صواب » ، « أنا أكذب دائما عبارة خطأ » هما عبارتان عن عبارات عن أفراد (أى أنها فى المستوى (٢)) . ومثل هذه العبارات عن العبارات عن أفراد مستبعدة من المناقشات التى تحتوى عبارات عن أفراد .

العرض السابق عن المتناقضات وفصول الفصول ومستويات اللغة ، وإن كانت تختص بعمليات لا نهائية ، إلا أنها لا تمثل التحليل ، بالمعنى الذى يستخدمة الرياضييون حاليا . وينظر إلى التحليل الحديث على أنه بدأ مع حساب التفاضل والتكامل الذى ابتدعه الرياضى البريطانى اسحق نيوتن Nwton (١٦٤٢ — ١٧٢٧) والرياضى الألمانى جوتفريد ليبنتز Leibniz (١٦٤٦ — ١٧١٦) .

على الرغم من أن الرياضيين يعتمدون على الحدس فى اكتشافاتهم الرياضية الهامة ، إلا أنهم يكونون حذرين من النتائج التى تعتمد على الحدس فقط . وقد كانت المحاولات لإبعاد أصول العمليات اللانهائية من مجال الحدس بمتناقضاته الكثيرة ، والاتجاه نحو أصول أكثر قوة هى نقطة النهاية للتحليل الكلاسيكى والبداية للتحليل الحديث . فمثلا رغم أن الفكرة الحدسية التقليدية عن المنحنى المفصل أنه المنحنى الذى ليس به أى انقطاع قد تكون مفيدة ، إلا أنها يمكن أن تؤدى إلى صعوبات فمن الناحية الحدسية يكون المنحنى متصلا عند نقطة إذا لم يكن منقطعا عند هذه النقطة . ولكن هذا ليس تعريفاً قوياً للإتصال عند نقطة ، ويتضح هذا من بعض المنحنيات المعرفة عند كل نقطة وتكون غير متصلة عند كل نقطة ماعدا عند نقطة واحدة .

اعتبر مثلا ، الدالة المعرفة كالآتى على الفترة (— ١ ، ١) :

ص = د(س) = س إذا كانت س غير نسبية
صفر إذا كانت س نسبية

$$y = f(x) = \begin{cases} x \text{ if } x \text{ is irrational} \\ 0 \text{ if } x \text{ is rational} \end{cases} \text{ on the interval } [-1, 1].$$

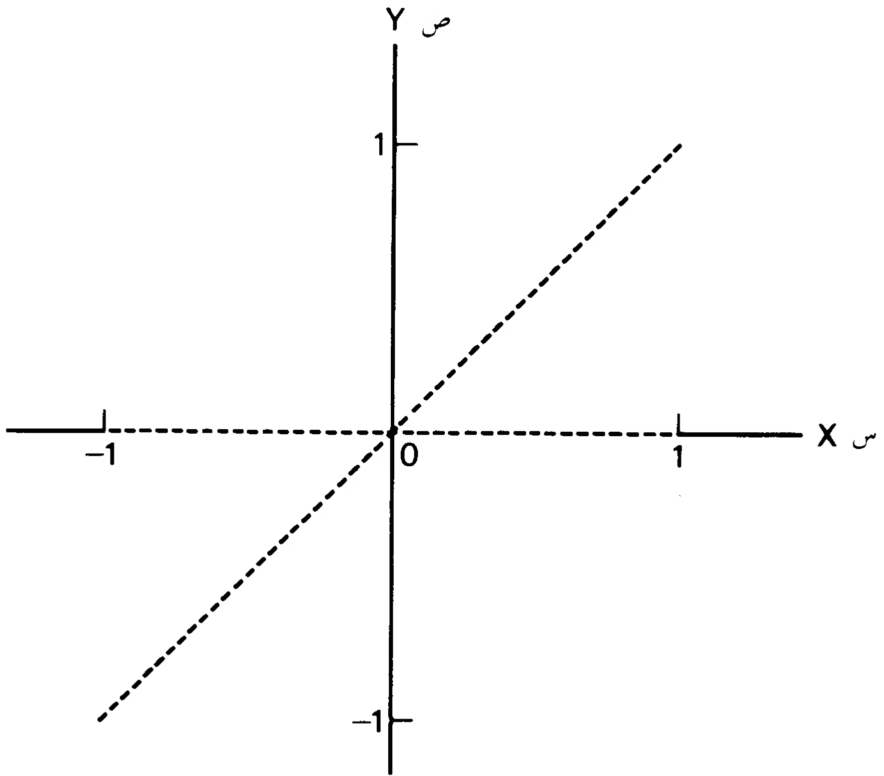
يشير الحد س $[x]$ إلى أن الشكل البيانى للدالة ص = د(س) $[y = f(x)]$. الممثل بالشكل (١ — ٥) هو شكل غير متصل عند ل النقط ، ولكن الأمر ليس كذلك . إذ إن ص = د(س) $[y = f(x)]$ غير متصل عند كل قيم س $[x]$ ماعدا عن س = صفر $[x = 0]$ فعند س = صفر $[x = 0]$ فإن الدالة تخذل الحد س $[x]$ لأنها متصلة .

ولكى نثبت ذلك نحتاج إلى تعريف حديث للإتصال عند نقطة وهو :

ص = د(س) $[y = f(x)]$ دالة متصلة عند النقطة س = أ $[x = a]$ إذا كانت نهاية د(س) $[f(x)]$ عندما تقترب س من أ $[x \text{ approaches } a]$ ، لها وجود وتساوى د(أ) $[f(a)]$. أى أن

نهـــا (س←أ) (س) = د(أ)

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$



الشكل (١ — ٥) : د(س) = { س ، س غير نسبية ؛ صفر ، س نسبية }

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ if } x \text{ is irrational} \\ 0 \text{ if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

والتعريف الحديث لنهاية دالة عند النقطة كالآتى :

نها د (س) = ب $\left[\lim_{x \to a} f(x) = b\right]$ إذا كان لكل ∋ > $[0 < \epsilon]$ مهما كانت ∋ صغيرة
س ← ا

يوجد δ > صفر $[\delta > 0]$ بحيث أن |س − ا| > δ $[|x - a| < \delta]$ يؤدى إلى أن
|د(س) — ب| > ∋ $[|f(x) - b| < \epsilon]$

والدالة الممثلة فى الشكل (١ — ٥) نهايتها صفر عن النقطة س = صفر $[x = 0]$ ، لأن لأى ∋ > صفر $[\epsilon > 0]$ ، يمكن اختيار δ تساوى ∋ $[\delta = \epsilon]$ وهذا يحقق المتباينات الموجودة . فى تعريف النهاية . كذلك نجد أن قيمة الدالة عند س $[x]$ هى الصفر وهذا يساوى نهاية الدالة

عندما س [x] تقترب من الصفر . وهذا يعطينا مثالا لدالة متصلة عند س = صفر [$x = 0$] ويمكن أن يثبت فيها أنها غير متصلة لكل النقط الأخرى وذلك بإستخدام تعريف الإتصال عند نقطة .

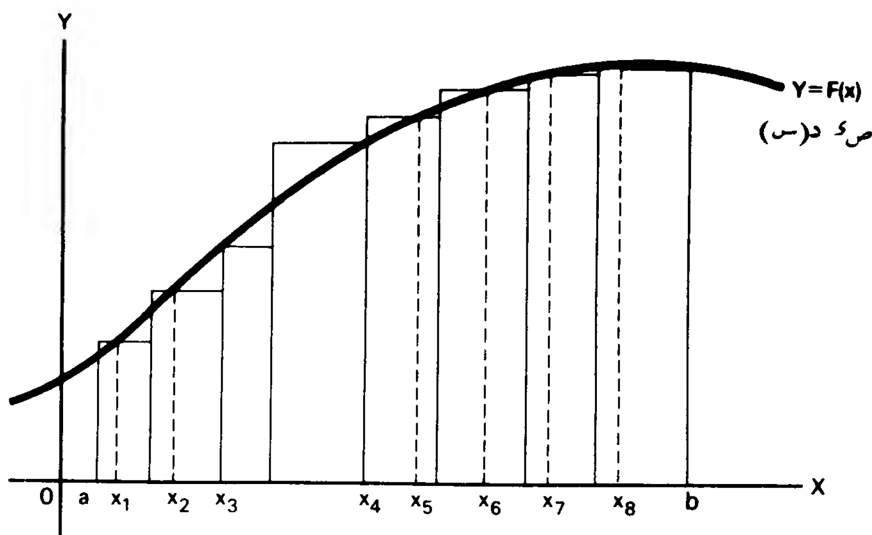
وقد وضعت تعاريف ليبنتز ونيوتن للتكامل المحدد مفهوم المساحة على أسس عامة قوية ، ولكن هذه التعاريف لم تغط كل المواقف الممكنة للمساحة فى الرياضيات . فبينما ليبنتز ونيوتن عمما مفهوم المساحة وجعلاه حديثا ، إلا أن الأمر بقى لرياضيين آخرين ليوسعوا هذا التعميم ويضعوه على أسس رياضية أفضل . وقد وضع الرياضى الفرنسى العظيم كوشى Cauchy التفاضل والتكامل على أسس منطقية قوية فوضع تعريفه للتكامل المحدد على أنه نهاية مجاميع مساحات مستطيلات ، ثم أطلق عليه اسم تكامل منجولى كوشى Mengoli-Cauchy تخليداً لذكرى الرياضى الايطالى بيترو منجولى (١٦٢٦ — ١٦٨٦) وكوشى . وقد سبق منجولى كلا من نيوتن وليبنتز فى تمثيل المساحات بطريقة منتظمة كنهايات مجاميع مساحات مستطيلات . ويتطلب تعريف منجولى كوشى للتكامل المحدد أن تكون الدالة التى يتم تكاملها متصلة . وأستخدم ريمان فى عام ١٨٥٤ مجاميع داربو Darboux العليا والسفلى لتصميم تعريف منجولى / كوشى لكى يمكن تكامل الدوال المحدودة (Bounded) التى بها عدد منته من نقاط عدم الاتصال . وقد بين الرياضى الفرنسى جاستون داربو (١٨٤٢ — ١٩١٧) — والذى سميت المجاميع بإسمه أن الدالة المحدودة فوق فترة ما يكون لها تكامل ريمانى فوق هذه الفترة إذا وفقط إذا كانت مجموعة عدم الاتصال على هذه الفترة هى مجموعة مقياسها الصفر . وهذا يعنى أن الدالة التى لها عدد لا نهائى من نقاط عدم الإتصال المحدودة على فترة يمكن أن يكون لها تكامل بإستخدام تعريف ريمان للتكامل المحدد ، إذا عدد نقاط الاتصال ليس أكبر من ا [$\aleph_0$] (أَلِف صفر) حيث ا [$\aleph_0$] يعنى العدد الكاردينالى اللانهائى للأعداد الطبيعية . وفى عام ١٩٠٢ قام الرياضى الفرنسى هنرى ليبيه Lebesgue (١٨٧٥ — ١٩٤١) بتوسيع تعميم بل تثوير مفاهيم المساحة والتكامل المحدد بأن عرف ما يسمى الآن بتكامل ليبيه . و تسمح تعميمات ليبيه للدوال نونية البعد والتى لها لانهائيات ضخمة من نقاط عدم الاتصال بأن يمكن تكاملها . ويمكن أن تستخدم طرق ليبيه لتكامل أى دالة التى كان من الممكن تكاملها بطرق سابقة . وبالإضافة إلى ذلك ، يمكن أن تستخدم فى تكامل صفوف من الأولى الدوال لم يكن من الممكن تكاملها قبل ذلك .

تعريف منجولى / كوشى للتكامل المحدد للدالة ص = د(س) [$y = f(x)$] على الفترة [أ ، ب] [$[a, b]$] حيث د(س) [$f(x)$] دالة متصلة هو كالآتى :

$$\int_{أ}^{ب} د(س)\, ءس = \lim_{\triangle س_ر \to صفر} \sum_{ر=1}^{ن} س_ر \triangle س_ر$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x_i.$$

وكما هو مبين فى الشكل (١ ــ ٦) فإن د(سـر)[Δx_i] هى فترات على محور الستينات تغطى الفترة [أ ، ب][$[a, b]$] د (س)[$f(x_i)$] هى قيم الدالة عند النقاط سـر [x_i] فى الفترات △سـر [Δx_i]



الشكل (١ ــ ٦) : تقريب مستطيلات لتكامل منجولى / كوشى

وتعريف ريمان للتكامل المحدد للدالة صى د(س) [$y = f(x)$] حيث د(س)[$f(x)$] محدودة ولها عدد منته من نقاط عدم الاتصال على الفترة [أ ، ب][$[a, b]$] هو كالآتى :

$$\int_{أ}^{ب} د(س)\, ءس = \underset{△سر \to صفر}{نها} \sum_{ر=1}^{ن} ل_ر △سر$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} L_i \Delta x_i$$

حيث △سـر [Δx_i] هى فترات صغيرة تجزىء محور الستينات ، وكل لـر [L] هى أكبر حد سفلى للدالة د(س)[$f(x)$] فى الفترة △سـر [Δx_i] بشرط أن هذه النهاية تساوى النهاية التالية .

$$\underset{△سر}{نها} \sum_{ر=1}^{ن} ع_ر △سر \qquad \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} U_i \Delta x_i$$

حيث كل عر [U_i] هو أقل حد أعلى للدالة د(س)[$f(x)$] فى الفترة △سـر [Δx_i]
وتسمى النهاية الأولى مجموع داربو السفلى ، وتسمى النهاية الثانية مجموع داربو العلوى .

ويبنى تعريف ليبيه للتكامل المحدد على مفهوم المقياس (حجم) مجموعة من النقاط . ومجموعة النقاط المعنية قد تكون نقاط قطعة مستقيمة أو جزء من مستوى أو فضاء ثلاثى البعد أو حتى قطعة من فضاء نونى البعد . ويدلنا الحد س [x] على أنه يجب أن يعرف المقياس بحيث أن مقياس قطعة مستقيمة من النقطة صفر إلى النقطة (مثلا) يجب أن يكون ، وأن مقياس المربع الذى طول ضلعه وحدتين ينبغى أن يكون ع ع وحدات مربعة ، وأن مقياس مكعب طول ضلعه وحدتين يجب أن يكون ٨ وحدات مكعبة ، وأن مقياس « فوق مكعب » (Hyper cube) طوله ضلعه وحدتان ينبغى أن يكون ١٦ وحدة فوق مكعبية . ومن المرغوب فيه أيضا أن تتحقق الأفكار العامة التالية فى تعريف المقياس :

(١) مقياس مجموعة إما صفر أو عدد حقيقى موجب .
(٢) مقياس المجموعة الخالية صفر .
(٣) مقياس أى مجموعة إما أكبر من أو يساوى مقياس أى من مجموعاتها الجزئية .
(٤) مقياس اتحاد مجموعتين متباعدتين يساوى مجموع مقياس المجموعتين المتفردتين .

وبصفة عامة فإن مقياس مجموعة تحتوى على نقطة واحدة يساوى الصفر ، كذلك يكون مقياس مجموعة تحتوى على عدد منته أو لا نهائى معدود من النقاط . وهذا يعنى أن مقياس المجموعة اللانهائية المعدودة من النقاط الممثلة بالأعداد هو الصفر . وحيث أن مقياس كل المجموعة من النقاط من صفر إلى ٢ هو ٢ ، لذلك فإن مقياس مجموعة النقاط غير النسبية من صفر إلى ـــ ينبغى أن يكون ـــ ٢ .

وبدلا من تعريف تكامل ليبيه ، وهو ليس صعبا ولكنه يحتاج إلى مقدمة كبيرة جدا من التعاريف الأولية والمسلمات والنظريات ، فسنعرض فيما يلى لدالة لها عدد غير معدود (Uncountable) من نقاط عدم الاتصال . وهى دالة ليست قابلة للتكامل لا بحسب تعريف منجولى / كوشى ولا بحسب تعريف ريمان :

أعتبر الدالة د(س) [$f(x)$] المعرفة كالآتى :

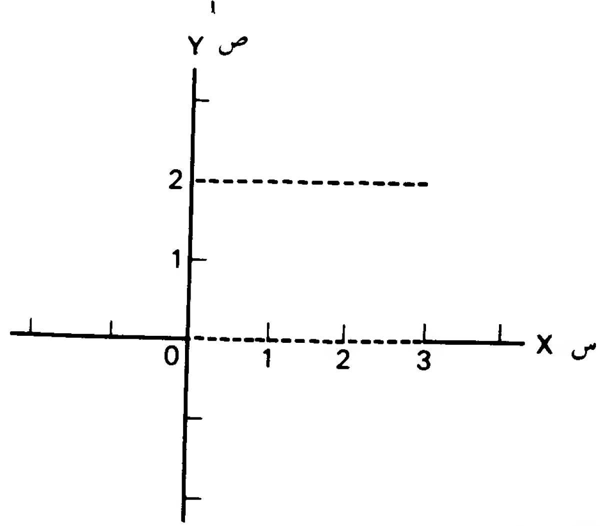
د(س) = ٢ ، عندما س تكون غير نسبية
صفر ، عندما س تكون نسبية

$$y = f(x) = \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ if } x \text{ is irrational} \\ 0 \text{ if } x \text{ is rational} \end{array} \right\}$$

هذه الدالة غير متصلة عند جميع نقاط الفترة [٠ ، ٣] وتمثل كما بالشكل (١ ـــ ٧) .

هذه الدالة ليس لها تكامل منجولى / كوشى على هذه الفترة لأن إذا اختبرت كل قيم سر [x_i] فى كل فترة △سر [Δx_i] من الأعداد غير النسبية ، فإن كل القيم د(سر) [$f(x_i)$] سوف

تكون ٢ ∴ وبذلك تكون نهاية منجولى / كوشى تساوى ٦ . وإذا اختبرت كل قيم سـ ر [x_i] من الأعداد النسبية فإن النهاية تساوى صفرا . وإذا استخدمنا تعريف ريمان فإن مجموع داربو السفلى سيساوى الصفر ومجموع داريو العلوى سيساوى ٦ . لذلك فإن هذه الدالة ليس لها أيضا تكامل ريمان . وفيما يلى طريقة ليبيه لتكامل هذه الدالة .



الشكل (١ — ٧) :

د(س) = { ٢ ، س غير نسبية ؛ صفر ، س نسبية } فوق الفترة [٠ ، ٣]

$$f(x) = \begin{cases} 2 \text{ if } x \text{ is irrational} \\ 0 \text{ if } x \text{ is rational} \end{cases} \text{ on the interval } [0, 3].$$

(أ) حيث أن مدى هذه الدالة يحتوى على قيمتين مختلفتين فقط هما صفر ، ٢

(ب) نوجد مقياس كل قيم س [x] التى تناظر القيمة الصادية ٢

(جـ) وتوجد مقياس كل قيم س [x] التى تناظر القيم الصادية صفر

(د) المقياس الأول (ب) هو مقياس كل النقاط غير النسبية من صفر إلى ٣ وهذا يساوى ٣

(هـ) المقياس الثانى (جـ) هو مقياس كل النقاط النسبية من صفر إلى ٣ وهذا يساوى صفر .

(و) تكامل ليبيه هو مجموع حواصل ضرب كل قيمة صادية مضروبة فى مقياس مجموعة السينات المناظرة لهذه القيمة الصادية .

أى أن

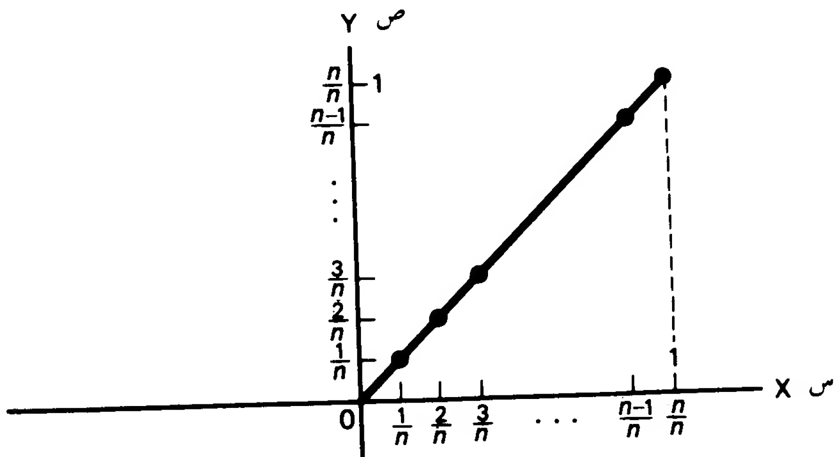
∫

ليبيه = (٢ × ٣) + (صفر × صفر) = ٦

$\int_L = (2 \times 3) + (0 \times 0) = 6.$

ويوضح المثال التالى كيف دالة بسيطة لها تكامل ريمانى يمكن أن يكون لها تكامل ليبيه :

التكامل الريمانى للدالة ص = د(س) = س [$y = f(x) = x$] على الفترة [٠ ، ١] [[0, 1]] يساوى $\frac{١}{٢}$ وهذه هى قيمة مساحة المثلث المبين بالشكل (١ ـــ ٨) .



الشكل (١ ـــ ٨) د(س) = س فوق الفترة [٠ ، ١] . $f(x) = x$ on the interval [0, 1].

لكل قيمة س [x] فى الفترة [٠ ، ١] تكون قيمة ص [x] المناظرة تساوى س [x] . وكل قيمة مختلفة ص [y] لها قيمة مختلفة س [x] بحيث ص = د(س) [$f(x)$] وحيث أن قياس أى نقطة واحدة هو الصفر ، فقد يغرينا ذلك بالقول بإن كلا من قيم ص [y] التى عددها لا نهائى يجب أن يضرب فى صفر وهذا يعطينا مجموعا لعدد نهائى من العناصر قدره الصفر . ورغم إمكانية أن يكون التعليل صالحا فى حالة مجموعة منتهية من النقاط ، إلا أنه ليس مناسبا لأن يستخدم عند اعتبار مجموع عدد لا نهائى من العناصر . والمعالجة الأفضل هى:

(أ) نقسم محور السينات إلى ن [n] من الفترات المتساوية مقياس كل منها $\frac{١}{ن}$ [$\frac{1}{n}$]

(ب) قيم ص $[y]$ للفترة س $[x]$ من صفر إلى $\frac{١}{ن}$ $[\frac{1}{n}]$ يكون مداها من صفر إلى $\frac{١}{ن}$ $[\frac{1}{n}]$

ومتوسطها يساوى $\frac{١}{٢}$ (٠ + $\frac{١}{ن}$) = $\frac{١}{٢ن}$ $\left[\frac{1}{2n} = \frac{1}{2}\left(0 + \frac{1}{n}\right)\right]$

(جـ) فى فترة س $[x]$ التالية من $\frac{١}{ن}$ إلى $\frac{٢}{ن}$ $[\frac{1}{n} \text{ to } \frac{2}{n}]$ تكون قيم ص $[y]$ من $\frac{١}{ن}$ إلى $\frac{٢}{ن}$ $[\frac{1}{n} \text{ to } \frac{2}{n}]$ ومتوسطها $\frac{٣}{٢ن}$ $[\frac{3}{2n}]$

(د) فى الفترة س $[x]$ التالية من $\frac{٢}{ن}$ إلى $\frac{٣}{ن}$ $[\frac{2}{n} \text{ to } \frac{3}{n}]$ تكون قيم ص $[y]$ من $\frac{٢}{ن}$ إلى $\frac{٣}{ن}$ $[\frac{2}{n} \text{ to } \frac{3}{n}]$ ومتوسطها = $\frac{٥}{ن}$ $[\frac{5}{2n}]$ .... وهكذا .

(هـ) فى الفترة س $[x]$ النونية من $\frac{ن - ١}{ن}$ $[\frac{2n-1}{2n}]$ إلى $\frac{ن}{ن}$ $[\frac{n}{n}]$ تكون قيمة ص $[y]$ من $\frac{ن - ١}{ن}$ $[\frac{n-1}{n}]$ إلى $\frac{ن}{ن}$ $[\frac{n}{n}]$

ومتوسطها = $\frac{١}{٢}$ ($\frac{ن - ١}{ن}$ + $\frac{ن}{ن}$) = $\frac{٢ن - ١}{٢ن}$

(و) حيث أن مقياس كل فترة س $[x]$ هو $\frac{١}{ن}$ $[\frac{1}{n}]$ فإن :

تكامل لبيه للدالة ص = س $[y = x]$ على الفترة [٠ ، ١]

the Lebesgue integral for $y = x$ on [0, 1]

= ($\frac{١}{٢ن}$ + $\frac{٣}{٢ن}$ + $\frac{٥}{٢ن}$ + ... + $\frac{٢ن - ١}{٢ن}$)($\frac{١}{ن}$)

$$\left(\frac{1}{2n} + \frac{3}{2n} + \frac{5}{2n} + \cdots + \frac{2n-1}{2n}\right)\left(\frac{1}{n}\right)$$

= $\frac{١}{٢ن^٢}$ (١ + ٣ + ٥ + ٧ + ... + (٢ن - ١))

$$\frac{1}{2n^2}(1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)).$$

= $\frac{١}{٢ن^٢}$ × ن^٢ = $\frac{١}{٢}$

أى أن

لبيبه $\int$ س ءس فى الفترة [٠ ، ١] = $\frac{١}{٢}$ the Lebesgue integral is $\frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$

وهذا طبعا ما تتوقعه وحتى إذا ما كبرت ن [n] كبرا لا نهائيا فإن مجموع ليبيه يظل $\frac{١}{٢}$

إن طرق التكامل التى أنشأها ريمان وليبية ، كما هو الحال فى طرق التفاضل تكون أساس التحليل المعاصر . وعلى الرغم من أن الأمثلة السابقة جاءت من التكامل لدوال فى بعدين ، إلا أن رجال التحليل المعاصرين يهتمون أيضا بمسائل النهايات والاتصال والتفاضل والتكامل لدوال فى فضاءات نونية عامة .

تمارين وأنشطه

(١) إثبت أن $\sqrt{٥}$ عدد غير نسبى مستخدماً برهاناً يصلح لطالب فى المرحلة الثانوية .

(٢) جذ برهانا مناسبا لطلبة المرحلة الاعدادية لتثبت أن مجموع أى عددين طبيعيين زوجيين يساوى عددا طبيعيا زوجيا .

(٣) أثبت أن مجموع أى عددين طبيعيين فرديين يساوى عددا طبيعيا زوجيا .

(٤) كوّن جدول الصدق للعبارة (ق أو ك) [p or q] فى المنطق ذى القيمتين (صواب / خطأ)

(٥) كوّن جدول الصدق للعبارة (ق أو ك) [p or q] فى المنطق ثلاثى القيمة (صواب / خطأ / لا أدرى)

(٦) أوجد نهاية مجموع المتسلسلة

$$\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{١٢} + \frac{١}{٢٤} + \ldots\ldots$$

هل النهاية عدد نسبى ؟

(٧) اشرح كيف يمكن للنظم الرياضية أن تكون ذات فائدة عملية علما بأنها مبنية على مصطلحات غير معرفة وعلى مسلمات .

(٨) اشرح معنى « نموذج رياضى »

(٩) استخدم تعريف العدد الصحيح كزوج مرتب من الأعداد الطبيعية ، ثم ضع تعريفا لضرب الأعداد الصحيحة مستخدما فقط جمع وضرب الأعداد الطبيعية .

(١٠) أوجد الصفوف المتكافئة لمجموعة الأعداد الصحيحة (مقياس ٤) ثم (مقياس ٥) وكوّن جداول الجمع والضرب لكل منهما ، وبين الزمر والحقول فيها .

الفصل الثانى

إستخدام نظريات التعليم والتعلم فى تدريس الرياضيات

ـ نظرية بياجيه فى النماء العقلى
- مرحلة الإحساس والحركية
- مرحلة ما قبل العمليات
- مرحلة العمليات الملموسة
- مرحلة العمليات المجردة
- عوامل فى النمو العقلى
- نظرية بياجية وتدريس الرياضيات

ـ نموذج بيئة جيلفورد للعقل
- متغيرات الذكاء .

ـ نظرية روبرت جانبية فى التعليم
- خبرات تعلم الرياضيات
- الأطوار المتتابعة للتعلم
- أنماط التعلم
- مراتب التعلم
- ملاحظة أخيرة عن جانبية

ـ دينز وتعلم الرياضيات
- المفاهيم الرياضية
- مراحل تعلم المفاهيم الرياضية
- الألعاب
- مبادىء تعلم المفهوم
- تطبيق نظرية دينز عن درس .

ـ نظرية أوزوبل فى التعلم اللفظى ذى المعنى
- التعلم بالتلقى (التعلم بالإكتشاف) ، التعلم ذو المعنى والتعلم الاستظهارى .
- الشروط المسبقة للتعلم بالتلقى ذى المعنى
- إستراتيجيات التعلم اللفظى ذى المعنى

ـ التعليم والتعلم عند برونر
- نظرية برونر للتدريس
- نظريات عن تعلم الرياضيات
- تطبيقات عن أعمال برونر

ـ التعليم والتعلم عند سكنر
- أنواع السلوك والتعلم
- الإرتقاء بالتعلم وتغيير السلوك
- الشروط العامة للتعلم
- فن التدريس

ـ خلاصة

ـ تمارين وأنشطه



إستخدام نظريات التعليم والتعلم في تدريس الرياضيات

Using Learning and Instructional Theories in Teaching Mathematics

إن فهم نظريات عن كيف يتعلم الناس ، والقدرة على تطبيق هذه النظريات فى تدريس الرياضيات هى من المتطلبات الأولية الهامة لتدريس فعال للرياضيات . وقد باشر كثير من الناس دراسة النمو العقلى ، وطبيعة التعلم بطرق مختلفة ، ونتج عن هذا نظريات متنوعة للتعلم وبالرغم من أنه لايزال هناك بعض الإختلافات بين السيكولوجيين ، ومنظرين التعلم ، ورجال التربية حول كيف يتعلم الناس ، وحول أكثر الطرق فاعلية فى الارتقاء بالتعلم إلا أن هناك مجالات كثيرة للإتفاق . ولا يجب أن ينظر إلى نظريات التعلم كفئة من النظريات المتنافسة أحدها صادقة والأخرى كاذبة . فكل نظرية يمكن إعتبارها كطريقة لتنظيم ودراسة بعض المتغيرات الكثيرة فى التعلم ، والنمو العقلى ، وبإمكان المعلمون أن يختاروا ويطبقوا عناصر من كل نظرية فى فصولهم . فقد تجد أن بعض النظريات أكثر قابلية للتطبيق بالنسبة لك ولطلابك لأنها تبدو نماذج مناسبة لبيئة التعلم ، ومع الطلاب الذين تتفاعل معهم . وعلى أية الأحوال فالمعلم الحاذق سوف يجد بعض التطبيقات لكل نظرية تعلم مع طلابه . وكنتيجة للقدرة على تقدير أسباب إستخدام نظريات التعلم لأشكال السلوك المتنوعة التى يظهرها كل طالب ، سوف يصبح الفرد معلما أكثر تفهما وتعاطفا .

فى الماضى ، أهمل كثير من المعلمين ، ومعلمين المعلم تطبيقات نظريات عن طبيعة التعلم ، وركزوا طرق تدريسهم حول معارف المادة الدراسية . إن النتائج الحديثة فى نظريات التعلم ، والفهم الأفضل للنمو العقلي ، والتطبيقات الجديدة للتدريس فى الفصل قد مكنوا المعلم من اختيار استراتيجيات التدريس وفقاً لمعلومات عن طبيعة التعلم . والغرض من هذا الفصل هو تقديم العديد من النظريات الكبرى عن طبيعة النمو العقلى ، ومناقشة نظريات عن التعلم ، ولبيان تطبيقات لكل نظرية لتعليم وتعلم الرياضيات .

فسوف ننظر فى البداية لنظرية جين بياجيه J.Piaget الذى حدد وقام بدراسة المراحل المتنوعة التى يتقدم فيها البشر فى نموهم العقلى من الميلاد حتى الرشد . ثم سوف نأخذ فى الاعتبار عمل جيلفورد J.P.Guilford ، الذى طور واختبر نموذج نظرى لتركيب الذكاء البشرى . فقد تعرف جيلفورد ومعاونوه على ١٢٠ استعداد عقلى التى تضم الكثير من القدرات العقلية التى يمكن قياسها وتقويمها . وسوف نتناول أيضاً عمل روبرت جانيه R.Gagné الذى قام بتعريف أربعة أطوار لتتابع التعلم . هذه المراحل هى مرحلة الادراك ، ومرحل الاكتساب ، ومرحلة التخزين ، ومرحلة الاسترجاع . كما خصص أيضاً ثمانية أنواع من التعلم يمكن أن تميز عن بعضها وفقاً للشروط الضرورية لحدوث كل نوع من أنواع التعلم ، وهى : التعلم الإشارى ، وتعلم المثير – الاستجابة ، والتسلسل ، والترابط اللفظى ، والتعلم المتمايز ، وتعلم المفاهيم ، وتعلم القواعد ، وحل المشكلات . وكذلك نظريات وأعمال دينيس Z.Dienes ترتبط بالرياضيات . فينظر دينيس إلى الرياضيات على أنها دراسة للتراكيب والعلاقات بين التراكيب ، وقد طور نظاماً للرياضيات التربوية مبنى على نظرية للتعلم ، وعملية لتدريس الرياضيات . وقد أسهم أوزبل D.Ausubel بإسهامات دالة فى التعلم اللفظى ، ويعتقد أنه يمكن تحقيقه من خلال أخذ تركيب النظام فى الحسبان باستخدام مبادىء مناسبة لترتيب المادة الدراسية من أجل تقديمها للطلاب . وقام برونر J.Bruner بسرد النظريات العامة للتعليم ، وقام بتطوير فلسفة للتربية تتركز حول تركيب شبكة عمل أساسية للتعلم ، ولاستعداد الطالب للتعلم ، والبداهة ، والدافعية للتعليم . ونظرياته العامة لها ارتباط بمعلم الرياضيات . وتوصل سكنر B.F.Shhiner دراسات مكثفة للسلوك ، وقام بتطور علماً للسلوك البشرى مبنى على عمله فى التحليل السلوكى . وتقترح كتاباته طرقاً يمكن بواسطتها أن يبتكر المعلم مواقف أكثر فاعلية للتعلم باستخدام تكنيكات مناسبة لإظهار سلوكيات مرغوبة من الطلاب .

نظرية بياجيه فى النماء العقلى

وفقاً لنظرية السيكلوجى السويسرى ذائع الصيت جين بياجيه J.Piaget ، يتقدم النمو العقلى البشرى زمنياً خلال أربع مراحل متتابعة . وقد وجد أن حدوث المراحل لا يتغير بين الناس ، وعلى أية الأحوال فالأعمار التى يدخل بها الناس لكل مرحلة أعلى فى الترتيب تتغير وفقاً لخصائص الوراثة والبيئة لكل فرد .

مرحلة الإحساس والحركة

يطلق على الفترة الأولى من النمو العقلى مرحلة الاحساس والحركة ، وتمتد من الميلاد وحتى عمر سنتين تقريباً . ويتكون تعلم الطفل فى هذه الفترة من نمو وتنظيم أنشطته الجسمية والعقلية فى سلسلة من الأفعال المُعرفة جيداً وتسمى مخططات Schemas . ويتعلم الأطفال من الميلاد إلى عمر سنتين أن ينسقوا بين إحساساتهم وحركاتهم ، ويتعلم أن الشىء الذى يبعد عن النظر لا يعتبر غير موجود ، ويتعلم ربط رموز الكلمة بالشىء العينى . فعلى سبيل المثال فى نهاية هذه المرحلة يمكن أن يدرك

الطفل صوت الأب يغلق الباب للخروج إلى العمل ، ويمكنه الذهاب إلى النافذة ويراه وهو يصعد إلى الأتوبيس ، ويفهم أنه سوف يعود فيما بعد . ويتقدم الأطفال فى هذه المرحلة من امتلاكهم للقدرات الانعكاسية عند الميلاد إلى قدرتهم على المشى ، والكلام عند عمر سنتين .

مرحلة ما قبل العمليات

وتمتد المرحلة الثانية ، وهى مرحل ماقبل العمليات ، من عمر سنتين تقريبا إلى عمر سبع سنوات ، ويمكن للطفل خلالها تشكيل معظم خبرات العالم الخارجى فى مخططات تنمو من البيئة الحالية ورؤية جميع الأشياء فى علاقة بنفسها . ويعتقد الأطفال الصغار أن كل أفكارهم وخبراتهم يشترك فيها الآخرون ، وأن الجوامد لها خصائص الأشياء الحية ، وأن التمييز بين المفرد والمتعدد ليس له أهمية . وهذا يفسر لماذا لايهتم الطفل الصغير بوجود بابا نويل فى كل ركن من أركان الشارع ، وتماثيل بابا نويل فى كل نافذة عرض للمحلات . إن المفكر فى مرحلة ماقبل العمليات يواجه صعوبة فى عكس أفكاره ، وإعادة بناء الأفعال ، ولايمكن أن يأخذ فى إعتبار مظهرين لشىء أو موقف فى نفس الوقت ، ولايمكنه أن يجرى أستدلال إستقرائى (من الحالات الفردية إلى العامة) ، أو استدلال إستنباطى من القاعدة العامة إلى الحالات الفردية) إن الطفل الصغير يستدل من الأمثلة الخاصة إلى الأمثله الأخرى Tnomaductuiely ولايستطيع الأطفال فى هذه المرحلة التفرقة بين الحقيقة والخيال ، وهذا يفسر أن أكاذيبهم ليس نتيجة نقص فى الأخلاق ، ولكن نتيجة عدم قدرتهم فى الفصل بين الأحداث الحقيقة من عالم تخيلاتهم . ومن خلال نضجهم الجسمى وتفاعلهم مع بيئتهم ينمى الطفل فى مرحلة ماقبل العمليات المخططات العقلية الضرورية للعمل على مستوى عقلى أعلى . ويصبح الأطفال فى نهاية هذه المرحلة قادرين على إعطاء أسباب لما يعتقدونه ، ويمكنهم تصنيف فئة من الأشياء وفقا لخاصية واحدة ، ويبدؤا فى إكتساب بعض المفاهيم الواقعية .

مرحلة العمليات الملموسة

تمتد مرحلة العمليات الملموسة للنمو العقلى من عمر السابعة إلى الثانية عشرة ، أو الثالثة عشر أو اكثر . وهناك نقص ملحوظ فى التمركز حول الذات عند الطفل فى بداية هذه المرحلة فيلعب مع الأطفال الآخرين الألعاب المنعزلة يستبدل الألعاب المنعزلة أو الفردية فى وجود الأطفال الآخرين . ويصبح الأطفال فى هذه المرحلة قادرين على تصنيف الأشياء التى لها خصائص متعددة إلى فئات ، وفئات جزئية بناء على خصائص معينة ، ويمكنهم أن يأخذوا فى الإعتبار خصائص متعددة للشىء فى نفس الوقت .

ويبدؤا فى فهم النكات ؛ ولكنهم لايزالون يواجهون صعوبة فى تفسير الأقوال المأثورة ويفشلون فى معرفة المعانى الخفيفة . وهم الآن قادرون على التعامل مع العلاقات المركبة بين الفصول ، ويمكنهم عكس العمليات ، والخطوات الإجرائيه ، ويمكنهم فهم وتجسيد الحالات الوسيطة للتحويل مثل

شروق الشمس وغروبها . ويمكن للأطفال فى فترة العمليات الملموسة رؤية وجهه نظر شخص آخر ، ويستدل إستقرائيا وإستنباطيا قرب نهاية هذه المرحلة ؛ وعلى أية الأحوال فالعديد لايزال يميل إلى النظر للأمثلة المتتابعة لمبدأ عام على أنها أحداث غير مرتبطة .

وبالرغم من أن الأطفال فى هذه المرحلة تنمو لديهم كثير من القدرات العقلية التى توجد عند الراشدين ، إلا أن توجد لديهم صعوبات فى فهم التجريدات اللفظية . ويمكنهم أداء عمليات معقدة مثل إجراء المعكوسات ، والتعويض ، وإتحاد وتقاطع المجموعات ، والترتيب التسلسلى للأشياء الملموسة ، ولكن قد يكونون غير قادرين على إجراء نفس هذه العمليات على الرموز اللفظية . وقدراتهم على الإستدلال المنطقى وإصدار الحكم لم تنمو بعد كما يجب ، ونادراً ما يمكنهم حل مشكلة مثل : هشام أطول من محمد ، وهشام أقصر من صفاء من يكون أقصر الثلاثة ؟

وعلى أية الأحوال فالاطفال فى هذه المرحلة يمكنهم ترتيب حزمة من العصى من الأقصر إلى الأطول . ونادراً ما يستطيع الأطفال قبل نهاية هذه الفترة فى صياغة تعريف وصفى دقيق ، وبرغم هذا فيمكنهم تذكر تعريف شخص آخر وإعادة صياغة ما يتذكرون . يتعلم الأطفال فى هذه المرحلة أن يفرقوا بين الفعل الخاطىء المتعمد ، والاخطاء غير المتعمده . وحتى بعد نمو مفهوم القواعد والأخلاقيات نجد أنهم لايزالون يلصقون معنى روحى بأصل القواعد ، والأخلاق ، والقوانين والمعتقدات ، وكذلك بأصل الأسماء . فبالنسبة للأطفال قبل الرشد فالوردة يطلق عليها وردة لأنها وردة ، وليس لأن أحداً أعطاها أسم ورده .

وقد أطلق على هذه الفترة التطورية العمليات الملموسة لأن علماء النفس قد وجدو أن الأطفال بين السابعة والثانيه عشره تكون لديهم مشكلات فى تطبيق العمليات العقلية المجردة على الرموز اللفظية ، والأفكار المجردة ؛ وبرغم هذا فعند سن الثانية عشرة يصبح الأطفال مهيئين لإستخدام ذكائهم للتعامل اليدوى مع الأشياء العينية . ويحب الأطفال فى هذه الفترة بناء الأشياء ، يتعاملون يدويا مع الأشياء ، وجعل الأجزاء الميكانيكية تعمل .

مرحلة العمليات المجردة

عندما يصل الراشدين إلى مرحلة العمليات المجردة ، فإنهم لا يحتاجون بعد للإعتماد على العمليات الملموسة لتمثيل أو بيان التجريدات العقلية . فهم الآن قادرون على أخذ وجهات نظر عديدة فى الإعتبار فى وقت واحد ، ينظروا إلى أفعالهم الشخصية بموضوعية ، ويعكسونها على عمليات تفكيرهم الشخصية . ويمكن للمفكر ـــ تفكيراً مجرداً أن يصيغ نظريات ، وفروض عامة ، ويختبر فروض متنوعة . ويمكن للافراد الذين وصلوا إلى هذه المرحلة تقدير الخير والشر ، ورؤية التعريفات والقواعد ، والقوانين فى مضمون فعلى موضوعى . ويمكنهم أيضا التفكير إستقرائيا وإستنباطيا ويمكنهم المجادلة بالتضمين (إذا كان س س فإن ص) . والراشدون قادرون على فهم وتطبيق المفاهيم

المركبة مثل التبادل والتوافيق ، والتناسب ، والارتباط ، والاحتمالات ، ويمكنهم إستيعاب الكبر اللانهائى ، والصغر المتناهى .

عوامل فى النمو العقلى

توضح نظرية بياجية النمو العقلى كعملية للإستيعاب والتسكين للبيانات فى التركيب العقلى . الاستيعاب هو العملية التى تدمج من خلالها البيانات والخبرات فى التركيب العقلى ، والتسكين هو إعادة تركيب العقل الناتج عن البيانات والخبرات الجديدة . فالعقل لا يستقبل فقط البيانات الجديدة ولكنه يعيد تركيب البيانات القديمة لكى يسكن الجديدة . فعلى سبيل المثال البيانات الجديدة عن شخصية سياسية لا تضاف فقط للبيانات القديمة للعقل عن هذا الشخص . فهذه البيانات ربما تبدل أيضا وجهه نظر الفرد عن السياسة ، والسياسيين ، والحكومة بصفة عامه ، وربما تغير أيضا قيمة الأخلاقية . إن التعلم ليس إضافه بيانات جديدة فحسب إلى ركام البيانات القديمة ، لأن كل قطعة من البيانات الجديدة تسبب تعديلا فى كومه البيانات القديمة لتسكين البيانات القديمة المستوعبه .

وبناء على نظرية بياجية هناك عوامل متعددة تؤثر على النمو العقلى . أو لا يعتبر النمو السيكولوجى فى المخ والجهاز العصبى عامل هام فى النمو العقلى العام . ويطلق على عملية النمو هذه النضج . ويدرك بياجيه أيضا أهمية الخبرة فى النمو العقلى وقد تعرف على نوعين من الخبره . الخبره الجسمية وهى تفاعل كل شخص مع الإشياء فى بيئته ، والخبراتْ المنطقرياضية وهى الأفعال العقلية التى يمارسها الأفراد كمخططاتهم العقلية التى أعيد تركيبها وفقا لخبراتهم . وعامل آخر ، الإنتقال الإجتماعى ، وهو التفاعل والتعاون لشخص مع الآخرين وهو هام لدرجة كبيرة لنمو المنطق فى عقل الطفل . يعتقد بياجية أن العمليات المجردة قد لا تنمو فى العقل بدون تبادل ، وتناسق لوجهات النظر بين الناس . العامل الأخير ، التوازن ، وهو العملية التى يفقد بواسطتها التركيب العقلى للشخص إستقراره كنتيجة للخبرات الجديدة ، ويعود للإتزان من خلال عمليتى الإستيعاب والتسكين . وكنتيجة للتوازن تنمو التراكيب العقلية وتنضج . يعتقد بياجيه أن هذه العوامل الخمسة (النضج) الخبرة الجسميه . المنطقرياضية ، الإنتقال الإجتماعى ، والتوازن) ذات أهمية للنمو العقلى ، ويجب وجود كل واحدة منها إذا كان للشخص أن يتقدم خلال المراحل الأربعة للنمو العقلى .

وبينما نجد المراحل الأربعة (الحس والحركة ، ما قبل العمليات ، العمليات الملموسة ، العمليات المجردة) متتابعة طبيعيا ، فليس لها نقط بداية أو نهاية معرفة تعريفا جيداً . ويحدث التقدم من مرحلة إلى أخرى عبر فترة من الزمن ، وقد يتفاوت كل فرد فى قدرته لعرض العمليات العقلية الأعلى خلال هذه الفترة الإنتقالية . وحتى بعد ما يتم الشخص الإنتقال من مرحلة لأخرى تالية ربما لايزال يستخدم عمليات عقلية مرتبطة بالمراحل السابقة . إن الراشد الذى نمت مقدراته العقلية لمرحلة العمليات المجردة يكون لديه التراكيب العقلية الضرورية لإجراء العمليات المجردة ولكن سوف لا يفعل ذلك دائما . فالعديد من الكبار فى مرحلة العمليات المجردة كثيراً ما يعدون على أصابعهم والتى

تعتبر سمه لما قبل العمليات . إن الشخص الصغير الذى يدخل مرحلة العمليات المجردة سوف يستمر فى تحسين مهارات العمليات المجردة لكثير من السنوات .

نظرية بياجية وتدريس الرياضيات

بينما كنت أناقش طرق التدريس مع معلمه رياضيات شابة منذ عدة سنوات لاحظت أنها مروعة لأن معظم طلابها فى الصف السابع غير قادرين على فهم حتى البرهان البسيط . وسألتها إذا كانت قد درست نظرية بياجية للتعلم فى الكلية ، وأجابت بالإيجاب ، ولكنها لا ترى مدى إرتباطها بطلاب الصف السابع الذين يدرسون البراهين الرياضية وقد بينت هذه الواقعة حاجة المعلمين لرؤية التطبيقات فى تدريسهم للنظريات التى تعلموها فى الكلية ، وحاجة معلمين المعلم ليظهروا لمعلمين المستقبل تطبيقات نظرية التعلم .

ولما كان عمر طلاب الصف السابع إثنى عشر أو ثلاثة عشرة عاما ، فإن بعضهم لايزال فى مرحلة العمليات الملموسة ، والبعض الآخر قد دخل لتوه مرحلة العمليات المجردة ، ولايزال البعض فى مرحلة الإنتقال بين مرحلتى النمو العقلى . وبالتالى فإن النمو العقلى لكثير من طلاب الصف السابع لم يتقدم بعد إلى النقطة التى يكون لديهم عندها التراكيب العقلية الضرورية لبناء براهين رياضية مجردة . ولا يرى بعض هؤلاء الطلاب الفرق بين حالة فردية ، ومبدأ عام وبرهان لهذا المبدأ . وهذا لا يعنى أن معلم الصف السابع لا يجب أن يستكشف طبيعة البراهين الرياضية البديهية والمجردة مع الطلاب ، وعلى أية الأحوال فهو يدرك أن راشد الثانية عشرة له تركيب عقلى مختلف (وتركيب جسمى يختلف إختلافا واضح) عن معلم عمره اثنان وعشرون عاما .

ولما كان من المتوقع من معلمى رياضيات المستوى الثانوى أن يكونوا قادرين على تدريس الطلاب فى المدارس الإعدادية والمدارس الثانوية ، فإنه يجب عليهم التحضير لتدريس الطلاب الذين تتراوح أعمارهم من الحادية عشرة إلى التاسعة عشرة . ويتوقع معلمى الصف السادس ، والسابع ، والثامن عديد من الطلاب فى مرحلة العمليات الملموسة فى فصولهم ، وحتى بعض طلاب المرحلة الثانوية لايزالون فى هذه المرحلة للنمو العقلى . وعلى ذلك فإنه من المناسب لنا أختبار الصفات العقلية المميزة التى ليست لدى بعض طلاب المدرسة الثانوية ، ولكنها متطلبة لممارسة كثير من مستويات أنشطة تعلم الرياضيات المدرسية .

ويجب أن يتوقع المعلم بعض القدرات المركبة ، والمهارات ، والسلوكيات ، من طالب فى مرحلة العمليات المجردة ، ويجب أن يبدى إهتمام إذا لم تظهر العمليات العقلية المجردة . وعلى أية الأحوال فعند أى مستوى صفى بالمدرسة الثانوية هناك طلاب لم يدخلوا تماما مرحلة العمليات المجردة ، ويجب أن يكون المعلمون على وعى بالسلوكيات المتوقعة من هؤلاء التلاميذ . وهم يوضحون فحسب حقيقة أن الناس ينضجون عقليا عند أعمار مختلفة ، وهى تناظر نسب مختلفة من النضوج الجسمى الذى يجب أن نتوقعة وما من معلم ينظر إلى طالب الصف السابع الذى يعتبر أصغر بالنسبة لمجموعته

العمرية كمعوق جسميا ، ولا يجب أن ينظر المعلمون إلى الأطفال الذين ينضجون عقليا فى سن متأخرة كمعوقين عقليا . ويجب على كل معلم للرياضيات ، وخاصة الذين يدرسون من الصف السادس حتى التاسع ، أن يتوقع أن كثيرا من طلابه يكونون فى مرحلة العمليات الملموسة ؛ ويجب أن يفهم القدرات العقلية القاصرة للطلاب فى هذه المرحلة ، ويجب أن يعطى إستراتيجيات تعلم مناسبة للعمليات الملموسة ، ويجب أن يخطط أنشطة لمساعدة الطلاب ليتقدموا إلى مرحلة العلميات المجردة .

إن الطلاب فى الصف السادس إلى التاسع يصعب تدريسهم لأنهم لايزالون يختبرون قدرات العمليات الملموسة المكتشفة حديثا بينما يدخلون مرحلة العمليات المجردة . طلاب العمليات الملموسة قد اكتشفوا أن القواعد ليست مطلقة ، ولكنها إختيارية . هؤلاء الطلاب يحاولون القواعد الخاصة بهم ويتحدون قواعد المعلم ، والتى ينتج عنها ما نطلق عليها عادة بمشكلات النظام . فيحتاج الأطفال فى هذه الفترة بالإندماج والتحدث مع الأطفال الآخرين كوسيلة لدخول مرحله العمليات المجردة من خلال عملية الانتقال الاجتماعى . ونتيجة لهذا يبد طلاب المرحلة الاعدادية لمعلمهم على أنهم يتحدثون كثيراً ، ومصدراً للضوضاء ، ومشاكين ، وغير مهذبين . وما يبدو للكبار على أن عبث وتهريج من جانب التلاميذ إنما هو جزء من وسائل رعاية نموهم العقلى .

هؤلاء التلاميذ لايريدون قبول صيغ مبنية فقط على سلطة المعلم ، ولا يهتمون بقبول مفاهيم جديدة خارج قدرتهم على تجسيدها وفهمها . وبالتالى فإنهم لا يعتقدون أو يقبلون مفهوم المالانهاية ، ولا حقيقة أن العدد الكاردنيالى لمجموعة من أرقام العد هو نفسه العدد الكاردينالى لمجموعة الأرقام الزوجية العدية والذى هو مجموعة جزئية فعلية من أرقام العد . وفى الحقيقة معظم طلاب العمليات الملموسة لديهم مشكلات مع مفهوم اللانهاية ، والتجزئة غير المحدوده لقطعة مستقيمة إلى قطع مستقيمة صغيرة .

ويستمتع طلاب المرحلة الإعداية بالعمل بالأشكال ، والنماذج ، والأدوات ؛ ويحتاجون إلى ربط المفاهيم المجردة الجديدة للواقع الفيزيقى ولخبراتهم الشخصية . ويجب أن تقدم رؤوس الموضوعات فى الرياضيات من خلال أمثلة ملموسة ، ويجب أن تلعب البديه والتجريب دوراً كبيراً فى إستراتيجيات تدريس المبادىء والمفاهيم الجديدة . ويجب أن يتوقع الفرد فى الهندسة أن عديد من الطلاب سوف يواجهون مشكلات فى تجسيد الأشياء ذات الأبعاد الثلاث ، والعلاقات بين الأشياء . وسوف يحتاجون إلى بناء نماذج للأشكال الهندسية ومعالجتها يدويا . إن الهندسة فى المدرسة الإعدادية يجب أن تقدم غير مجرده وبطريقة بديهيه ، ويرجىء البرهان الهندسى المجرد حتى يجيد الطلاب مرحلة العمليات المجردة من النمو العقلى . ولقلة من الناس هذا لا يحدث قبل عامهم الأول أو الثانى فى الكلية .

وبالرغم من أن طلاب العمليات الملموسة يمكنهم صياغة المفاهيم وإستخدامها بطريقة صحيحة ، إلا أن لديهم مشكلات فى تفسير المفاهيم بإستخدام الرموز الرياضية واللفظية . وكنتيحة لهذا القصور

نجد أن كثيرا من الطلاب الأصغر (فى الغالب الطلاب الاصغر) لا يمكنهم حل المشكلات الرياضية الكلامية ، ويلجأون إلى تذكر أنماط ، وحل المشكلات عن طريق المحاولة والخطأ . وما يجرونه من محاولة وخطأ ليست منتظمه حتى أنهم يكررون المحاولات الخاطئة . وكما هو متوقع فكثير من طلاب المدرسة الثانوية غير قادرين على صياغة تعريفات ذات معنى لحدود رياضية ويتذكر فحسب التعريفات . وغير متوقع من يفكر بطريقة ملموسة أن يحل مشكلات منطقية ، أو التناقضات الرياضية وغير متوقع ممن يفكر بطريقة ملموسة أن يحل مشكلات منطقية ، أو التناقضات الرياضية . وكذلك لا يمكنهم الوصول إلى تعميمات مبنية على عدد من الأمثلة المتشابهه . فعلى سبيل المثال قد لايصلون إلى مبدأ الإبدال فى الجمع ا + ب = ب + ا $[a + b = b + a]$ من أمثلة مثل ٢ + ٣ = ٣ + ٢ ، ٨ + ١١ = ١١ + ٨ . هؤلاء الاطفال غير قادرين على معالجة متغيرات متعددة فى آن واحد ، وتعتبر العلاقات المركبة مثل التناسب ، والدوال لمتغيرات متعددة غير مناسبة لكثير من طلاب المدرسة الإعدادية . إن الرموز الرياضية ، والمعالجات اليدوية تتضمن عمليات مجردة ، ويتعلم كثير من الطلاب الجبر عن طريق تذكر القواعد للتأليف بين الرموز ومعالجتها بفهم قليل لمعنى التكنيك الجبرى . فعلى سبيل المثال (س + ص)٢ = س٢ + ص٢ ، (ا + ب)/ا = ب ، √(س٢ + ص٢) = س + ص $\left[(x + y)^2 = x^2 + y^2, \frac{a + b}{a} = b, \text{ and } \sqrt{x^2 + y^2} = x + y \right]$

هىَ عبارات معقولة جداً بالنسبة لكثير من الطلاب الذين يدرسون الجبر . وحتى الأمثلة العددية المضادة التى توضح خطأ هذه العبارات غير ذات معنى للطلاب الذين يتعاملون فحسب مع الرموز س ، ص ، ا ، ب [x's, y's, a's, and b's] وفقا لقواعد إختيارية .

وخلاصة القول ، إن يجب الإشارة بأن بياجية ومعاونيه المقربين قد إهتموا بدراسة وتعريف طبيعة التفكير البشرى ونموه ، ولم يحاولوا تخصيص طرق لتحسين التعليم والتعلم . وقد ترك هذا لأخرين لتطبيق نظريات بياجية ونتائجها فى حجرة الدراسة . وتتضمن كثير من التجارب التى أجريت لتحديد مراحل النمو العقلى ، ملاحظة وتسجيل إستجابات الطلاب عند إعطائهم واجبات ذات طبيعة رياضية . وبالتالى فإن بعض أنواع المشكلات الرياضية التى يستطيع الأطفال ذوى الأعمار ومستويات الذكاء المختلفة قد حددها بياجية . وبرغم هذا فإن كثيراً من عمل نظرية بياجية للنمو العقلى باق للإنجاز ، فقد لاقت نظريته قبولا واسعا بين السيكولوجيين ، وأصحاب نظريات التعلم ، ورجال التربية . ويجب أن يكون كل معلم للرياضيات على ألفه بعمل بياجية ، ويجب تطبيق إكتشافاته عن الإستعداد العقلى لواجبات التعلم المتنوعة على تدريسه . إهتم بالمثال فى بداية هذا الموضوع عن المعلم الذى يعرف نظرية بياجية ولكنه لم يفكر فى تطبيقه على فصله . وهناك بعض المراجع فى نهاية هذا الفصل سوف تساعدك لتتعلم أكثر عن تطبيقات نظرية بياجية فى تدريس الرياضيات .

نموذج بيئه جيلفورد للعقل

بينما درس بياجية وآخرون مراحل النمو العقلى ، وضع جيلفورد وزملاؤه نموذج ثلاثى الأبعاد يحتوى على ١٢٠ نوعاً منفصلا من القدرات العقلية . ويشمل المائة وعشرين عامل معظم القدرات العقلية البشرية التى يمكن تحديدها وقياسها . وقد حاول جيلفورد وزملاؤه فى صياغتهم لهذا النموذج أن يعرفوا الذكاء العام ويضعوا له تركيبا فى إستعدادات عقلية متنوعة ومحددة جداً . وتؤكد نتائجهم صحة ما لاحظه معلم المستقبل : قد يواجه أكثر الطلاب ذكاء صعوبة فى القيام باعمال عقلية معينة ؛ بينما يجيد بطريقة تدعو إلى الدهشة فى بعض أنواع الأنشطة العقلية الطلاب الآخرين الذين حصلوا على درجات منخفضة فى إختبارات الذكاء العام . ومن الأهمية بمكان أن يفهم المعلمون أن الطلاب كأفراد ربما يكون لديهم نقاط قوة أو ضعف فى نواحى عقلية متنوعة معينة . وقد صممت الإختبارات لقياس كثير من هذه العوامل للذكاء ، ومن الممكن إنتقاء واجبات مناسبة لمساعده الناس فى تقوية نقائصهم الإدزاكية المعينة .

فعندما يجد المعلم أن تلميذاً غير قادر على إكتساب المستوى الأدنى من التمكن لمهارات معينة ، فإن الإخصائى النفسى للمدرسة قد يكون قادراً على تحديد أى من القدرات العقلية منخفضة فى نموها عند هذا الطالب ، وربما يقترح أنشطة لتحسين تلك القدرات . حتى المعلم الذى يعمل فى مدرسة غير متاح فيها خدمات الإخصائى النفسى ، أو تكون فيها هذه الخدمات متاحه فقط للمعوقين عقليا أو إنفعاليا ، فإنه يمكن إدراك مهارات عقلية معينة ناقصة عند بعض الطلاب ويمكن مساعدتهم فى تنمية هذه المهارات . وبمقدور المعلمين أن يكون لديهم تأثير إيجابى دال على تكوين صورة الذات لكل طالب ، ويجب على كل معلم أن يدرك ويشجع المواهب الفريدة التى لدى كل فرد . ويمكن أن يؤثر المعلمون تأثيراً سلبيا على الطلاب . فيظهر بعض المعلمين من خلال أفعال صريحة أو غير صريحة أن الطلاب الذين يفتقرون إلى البراعة والإهتمام بتخصص المعلم لهم مستقبل ضيق فى إرتياد حياة ذات فائدة وسعيدة يجب على كل معلم الرياضيات أن يظهر تقدير للرياضيات وقيمتها ويجب أن يشجع الطلاب لتعلم الرياضيات والإستمتاع بها ؛ وعلى أية الأحوال يجب على كل معلم أن يكون موضوعى بدرجة كافية ليفهم أن الرياضيات هى فقط جزء صغير ، وغير مهمه فى بعض الحالات فيما يتعلق بحياة كثير من الناس الناجحين .

متغيرات الذكاء

لقد تطور نموذج جيلفورد للإستعدادات العقلية ــ والذى يطلق عليه تركيب جيلفورد لنموذج الذكاء ــ فى جامعة كاليفورنيا بإستخدام منهج إحصائى يُسمى التحليل العاملى للتعرف على وتصنيف القدرات العقلية المتنوعة . وقد ظهر النموذج للوجود عن طريق إختبار أفراد يتفاوتون فى العمر من سنتين إلى الرشد . ويضع تركيب نموذج الذكاء ــ الذى أستخدم كأداة بواسطة الباحثين الذين يدرسون متغيرات الذكاء ــ خصائص التعلم والنمو العقلى كمركب من ثلاث متغيرات . أول هذه

المتغيرات هو العمليات Operations ، وهى فئة من العمليات العقلية المستخدمة فى التعلم . والمتغير الثانى هو المحتويات Contents ، وتضع فى مصنفات طبيعة المادة المتعلمه والنواتج Products وهو المتغير الثالث فى الذكاء يشير إلى الأسلوب الذى تنظم به المعلومات داخل العقل .

عمليات العقل :

تعرف جيلفور على خمس عمليات عقلية أطلق عليها التذكر ، والمعرفة ، والتقويم ، والنتاج التقاربى والنتاج التباعدى . التذكر هو القدرة على تخزين البيانات فى العقل ، وإستدعاء البيانات فى العقل ، وإستدعاء البيانات المخزونة فى إستجابة لمثر معين . والمعرفة هى القدرة على إدراك أشكال متنوعة من البيانات وفهم البيانات . والتقويم هو القدرة على تشغيل البيانات لعمل أحكام ، وإشتقاق نتائج ، والوصول إلى قرارات . النتاج التقاربى هو القدرة على أخذ فئة معينة من البيانات وإشتقاق نتيجة شاملة مقبولة ، أو إستجابة مبنية على بيانات معطاه . النتاج التباعدى هو القدرة الإبتكارية على رؤية بيانات معطاه فى صورة جديدة بحيث أن الناتج يكون فريد وغير متوقع . إن الطالب الذى يجيب فوراً $\frac{١}{٢}$ عندما يسأل عن جيب الزاوية ٣٠ يستخدم ذاكرته . والطفل الذى يفصل تجمع من المربعات والمثلثات المختلطة فى تجمعين منفصلين من المربعات والمثلثات يمارس درجة من الإدراك . وعندما يجلس عضوا من المحلفين أثناء محاكمة ، ويتناقش فى جلسة مغلقة مع بقية الأعضاء المحلفين ، وينتهى إلى أن المدعى عليه مذنبا كما هو منسوب إليه ، فإن هذا الشخص قد أستخدم قدرته العقلية للتقويم . والطالب الذى يدرس الجبر والذى وجد الحل الصحيح لفئة من ثلاث معادلات خطية فى ثلاثة مجاهيل قد إستخدم قدره النتاج التقاربى لديه . والرياضى الذى أكتشف نظرية رياضية جديدة وهامه وبرهن عليها فهو يظهر قدرة هائلة فى النتاج التباعدى .

محتويات التعلم .

تعرف جيلفورد فى تركيبه لنموذج الذكاء على أربعة أنواع من المحتوى متضمنة فى التعلم . وقد أطلق على الأشياء المتعلمه المحتويات الشكلية ، والرمزية ، واللغوية ، والسلوكية المحتويات الشكلية هى أشكال وصيغ مثل المثلثات ، والمكعبات ، والقطوع المكافئة ، وهكذا . المحتويات الرمزية هى رموز وكودات تمثل الأشياء الملموسة أو المفاهيم المجردة . هو تمثيل رمزى للمرأة ، + هو رمز رياضى لعملية جمع . المحتويات اللغوية للتعلم هى تلك الكلمات والأفكار التى تثير صورة عقلية عندما تقدم كمثير . فشجرة ، وكلب وشمس وحرب ، وخوف ، وأحمر هى كلمات تثير صورا فى عقول الناس عند سماعها أو قراءتها . المحتويات السلوكية للتعلم هى إظهار المثير والإستجابات عند الناس ، أى الطريقة التى يسلك بها الناس كنتيجة لرغباتهم الشخصية ، وأفعال الناس الآخرين . إن الأشكال والصيغ الملموسة (الأشكال) ، والتمثيلات (الرموز) ، والكلمات المتحدثه والمكتوبة (اللغويات) ، وأفعال الناس (السلوكيات) تندمج لتنتج البيانات التى ندركها فى بيئتنا .

نواتج التعلم :

إن الستة نواتج للتعلم فى نموذج جيلفورد (الطريقة التى يتم بها التعرف على البيانات وتنظيمها فى العقل) هى الوحدات ، والفئات ، والعلاقات ، والنظم ، والتحويلات ، والتضمينات . الوحدة هى رمز مفرد أو شكل ، أو كلمة ، أو مدرك ، أو فكرة . ويطلق على مجموعات الوحدات بالفئات ، وقدرة الفرد العقلية هى التى يصف بها الوحدات . العلاقات هى الروابط بين الوحدات والفصول وتنظم فى عقولنا الوحدات والفصول وتتكامل فى تركيبات بحيث نكون على وعى بالعلاقات بين منتجى التعلم . والنظام هو توليف الوحدات ، والفصول ، والعلاقات فى تركيب أكبر وله معنى أكثر . التحويلات هى عملية تعديل البيانات الموجودة وإعادة تفسيرها وتركيبها فى بيانات جديدة . ويعتقد عادة أن القدرة على إجراء تحويلات هى خاصية للمبتكرين من الناس . التضمين هو تنبؤ أو حدس عن نتائج التفاعلات بين الوحدات . وتبين طريقة تركيب نظام الاعداد الحقيقية كيف ينظم العقل البيانات فى ستة نواتج للتعلم . فكل عدد حقيقى يمكن إعتباره كوحدة ، ومجموعة الأعداد الحقيقية برمتها هى فئه . التساوى وعدم التساوى هى علاقات فى فئة الاعداد الحقيقية . وفئة الاعداد الحقيقية مع عمليات الجمع والطرح والضرب ، والقسمة والخواص الجبرية لهذه العمليات هو تركيب رياضى . والدوال المعرفة على نظام الاعداد الحقيقية هى تحويلات ، وكل نظرية عن الدوال على الأعداد الحقيقية هى تضمين .

إن المائة والعشرين (٥ × ٤ × ٦) قدرة عقلية متمايزة المعرفة فى تركيب جيلفورد لنموذج الذكاء تنتج عن أخذ كل التوفيقات الممكنة للخمس عمليات ، والأربعة محتويات ، وللسته نواتج . فعلى سبيل المثال الإستعداد العقلى ـــ تذكر وحدات الأشكال ـــ هو قدرة الشخص على تذكر المدركات الشكلية التى رآها . وقدرة الطالب على إعادة استرجاع شكل هندسى بعد رؤيته لمثال عن هذا الشكل بالذات هو مثال عن هذا الاستعداد فى الرياضيات . وتوضح القائمة التالية للعمليات والمحتويات ، والنواتج كيف يمكن تكوين المائة وعشرين إستعدادا بالتوفيق بين أى عملية مع أى محتوى ، مع أن ناتج لتكوين ثلاثى مرتب .

عوامل جيلفورد للقدرة العقلية

العمليات	المحتويات	النواتج
١ ـــ تذكر	١ ـــ شكلية	١ ـــ وحدات
٢ ـــ ادراك	٢ ـــ رمزية	٢ ـــ فئات
٣ ـــ تقويم	٣ ـــ لغوية	٣ ـــ علاقات
٤ ـــ ناتج التقاربى	٤ ـــ سلوكية	٤ ـــ نظم
٥ ـــ ناتج التباعدى		٥ ـــ تحويلات
		٦ ـــ تضمينات

بالرغم من فائدة هذا النموذج للذكاء البشرى فى تعريف متغيرات التعلم ، والمساعدة فى توضيح إستعدادات وقدرات التعلم المتنوعة ، إلا أن هناك تحفظ على تركيب نموذج الذكاء يجب أن يذكر . إن أى محاولة لتركيب وتبويب القدرات البشرية المركبة فى نموذج ينتج عنها بالضرورة تبسيط مبالغ فيه للحقيقة . فمعظم الحقائق ، والمهارات ، والمبادىء ، والمفاهيم التى يدرسها المعلمون ويتعلمها الطلاب تتطلب توافقات مركبة للقدرات العقلية . عندما يكون الطالب غير قادر على بناء براهين فى الهندسة المستوية ، فقد يكون من الصعب تحديد أى من الإستعدادات العقلية (أو أى فئة من الاستعدادات) هى التى تسبب هذه المشكلة التعلمية . وقد تتطلب البرهنة على نظريات الهندسة المستوية توفيق فريد لفئة كبيرة من المائة والعشرين قدره عقلية ، وليس لدى معظم معلمى الرياضيات المهارة أو المصادر للتعرف على وقياس هذه القدرات الخاصة فى كل طالب . ومع ذلك فمساعدة سيكلوجى مدرب مطلوبة لتحديد نواحى القصور العقلى بدقة عند طالب معين وتوصيف الأنشطة العلاجية ، ويجب على كل معلم أن يتعلم إدراك بعض النقائص العامة للتعلم ، ويساعد الطلاب على التغلب على بعض مشكلاتهم فى التعلم . الخطوة الأولى فى التعامل مع هذا التنوع العقلى البشرى هو إدراك أن عقل الطالب يتكون من كثير من العوامل المختلفة التى قد توجد بدرجات متفاوته فى كل طالب . الخطوة الثانية هى ملاحظة أداء كل طالب فى مجالات معينة فى الرياضيات ومحاولة تعرف نقاط قوته وضعفه المتمايزه . الخطوة الثالثة هى إعطاء واجبات فردية (حسبما تتطلبه حاجات الطلاب والوقت المسموح به) للطلاب بحيث يمكنهم تطبيق قدراتهم العقلية الأقوى ، وتحسين استعداداتهم العقلية الأضعف . وتقترح هذه الخطوة أن هناك مدخلان للتعلب على معوقات التعلم . أحد المدخلين للمتعلم كى يتجنب نقاط ضعفه ، ويطبق مقدراته العقلية على كل واجب . ومدخل آخر هو محاولة تقوية الضعف فى المقدرات العقلية . كلتا الطريقتين لمهاجمة النقص العقلى مفيدتين ويمكن إستخدامهما آنيا فى حجرة الدراسة . واخيراً يجب أن يجاهد المعلم كى يتعلم أكثر عن طبيعة الذكاء ، ويتعلم عن طريق قراءه المجلدات المهنية ، وبالإشتراك فى الورش التعليمية أثناء الخدمة ، ومقررات الكلية ، وبرامج مابعد البكالوريا (Postbaccalaureate) .

إن أحد المصادر الجيدة لدراسة أوفى لتركيب جيلفورد لنموذج الذكاء وتفسيره وتطبيقاته فى التدريس هو كتاب مارى ميكر (١٩٦٩) Mary Meeker تركيب العقل The Structure of Intellect عرف ميكر فى هذا الكتاب كل عامل عقلى من المائة والعشرين ، ووضع إختبارات لقياس العوامل ، وإقترح أنشطة وخبرات لحجرة الداسة لتقوية كل عامل إدراكى . لبيان صيغة ميكر التى تقدم كل عامل عقلى ، فإن مناقشتها عن إدراك فئات الرموز مقتبسة الفقرة التالية :

إدراك فئات الرموز هى القدرة على تعريف خصائص مشتركة فى فئات من البيانات الرمزية .

الإختبارات :

تسمية عدد المجموعة . أذكر ما تشترك فيه ثلاثة أعداد معطاه . عدد التصنيف . تخير واحدا من خمسه بدائل للأعداد لتلائم كل واحده من فئات أربع تحتوى كل منها على ثلاثة أعداد معطاه .

أفضل أزواج عدديه . تخير واحداً من ثلاثة أزواج أعداد بحيث تجعلها أفضل فئة وحيدة .

وغير أختبارات العوامل ، يحتوى قليل من الإختبارات التحصيلية الجماعية على أسئلة تصنف فيها الرموز .

إقتراحات للمنهج

ويمكن للمعليمن فى أى مستوى صفى ، بإستخدام الإختبارات المشار إليها أعلاه كنماذج ، أن يضعوا تدريبات داخل محتوى واجباتهم الحسابية . وسوف تختلف التصنيفات فى الرموز الجبرية عنها فى تصنيفات الضرب أو الهندسة . وقد تكوت الغاية الأولية هى إدراك الخواص المشتركة فى المادة الدراسية . فالكيمياء التى تتكون بصفة أولية من بيانات رمزية مستندة على نموذج تصنيفى . وحتى الرموز يمكن تصنيفها فى طرق إخرى فريده . والمعاينه البصرية الدقيقة لمعانى الصيغ من أجل تصنيفهم بالطرق الأخرى يمكن فعلا أن تقوى وتكيف التعلم المتوقع .

نظرية روبرت جانبية فى التعلم

إن ابحاث السيكلوجى روبرت جانبيه فى أطوار تسلسل تعلم ما ، وأنماط التعلم يرتبط بصفة خاصة بتدريس الرياضيات . وقد أستخدم البروفسور جانبيه الرياضيات كوسط لإختبار وتطبيق نظريته عن التعلم ، وتعاون مع مشروع الرياضيات لجامعة ميرلاند فى دراسة تعلم الرياضيات وتطوير المنهج .

خبرات تعلم الرياضيات

قبل إختبار الأربعة أطوار لتسلسل التعلم ، والأنماط الثمانية للتعلم عند جانبيه ، من المناسب أن نناقش خبرات تعلم الرياضيات التى أخذت فى الأعتبار فى نظريته . وخبرات تعلم الرياضيات هذه هى تلك الأشياء المباشرة وغير المباشرة التى نريد أن يتعلمها الطلاب فى الرياضيات .

إن الخبرات المباشرة فى تعلم الرياضيات هى الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادىء ؛ وبعض من الخبرات غير المباشرة الكثيرة هى إنتقال أثر التعلم ، والقدرة على الاستقصاء ، والقدرة على حل المشكلات ، وضبط الذات ، والتقدير لتركيب الرياضيات . والخبرات المباشرة لتعلم الرياضيات — الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادىء — هى الصفوف الأربعة التى يمكن أن يقسم إليها محتوى الرياضيات .

الحقائق الرياضية هى تلك الحوامل الإختبارية فى الرياضيات مثل رموز الرياضيات . فهذه حقيقة أن ٢ هى رمز للكلمة إثنين هى حقيقة ، وأن + هو رمز لعملية الجمع ، وأن « حا » « حا » هى اسم معطى لدالة خاصة فى حساب المثلثات . ويتم تعلم الحقائق من خلال طرق متنوعه للتعلم الآلى مثل التذكر ، والتدريب ، والممارسة ، والإختبارات الموقوته ، والالعاب ، والمنافسات . ويعتبر أن

الناس قد تعلموا حقيقة ما عندما يكون باستطاعتهم أن يذكروا الحقيقة ، ويستخدمونها الإستخدام المناسب فى عدد من المواقف المختلفة .

والمهارات الرياضية هى تلك العمليات والخطوات التى يتوقع أن يجريها الطلاب والرياضيون بسرعة ودقة . ويمكن تحديد كثيرا من المهارات بواسطة مجموعات من القواعد والتعليمات ، أو بواسطة خطوات متتابعة مرتبة يطلق عليها الخوارزمية Algorthms ومن بين المهارات الرياضية المتوقع أن يتقنها معظم الناس فى المدرسة هى القسمة المطولة وجمع الكسور ، وضرب الكسور العشرية . ويعتبر رسم زوايا قائمة ، وتصنيف الزوايا ، وإيجاد الإتحادات والتقاطعات لمجموعات من الأشياء أو الأحداث أمثلة لمهارات رياضية مفيدة . ويتم تعلم المهارات من خلال البيان (العرض) والأنواع المختلفة من التدريب والممارسة مثل صحائف العمل ، والكتابة على السبورة ، والأنشطة الجماعية والألعاب . ويعتبر أن الطلاب قد تمكنوا من مهارة ما عند ما يكون بمقدورهم عرض المهارة بطريقة سليمة وذلك عن طريق حل أنواعا مختلفة من المشكلات تتطلب هذه المهارة ، أو عن طريق تطبيق المهارة فى مواقف متنوعة .

والمفهوم فى الرياضيات هو فكرة مجردة تمكن الناس من تصنيف الأشياء ، والأحداث وتحدد ما إذا كانت الأشياء والأحداث تعتبر أمثلة أو ليست أمثلة لفكرة مجردة . وتعبر المجموعات ، والمجموعات الجزئية ، والتساوى ، وعدم التساوى ، والمثلث ، والمكعب ، ونصف القطر ، والأس أمثلة للمفهومات . وبمقدور الشخص الذى تعلم مفهوم المثلث أن يصنف الأشكال إلى مجموعات جزئية من المثلثات وغير المثلثات .

ويمكن تعلم المفهوم إما عن طريق التعريفات أو بالملاحظة المباشرة . ويمكن للاطفال الصغار عن طريق الملاحظة المباشرة والتجريب أن يتعلموا تصنيف الأشياء المستوية إلى مجموعات من المثلثات ، أو الدوائر ، أو المربعات ، وعلى أية الأحوال فقليل من الأطفال الصغار قد يكون بمقدورهم أن يعرفوا مفهوم المثلث . ويتم تعلم المفهوم عن طريق السماع أو الرؤية أو المناقشة أو التفكير فى تنوع من الأمثلة والأمثلة المعاكسة للمفهوم عن طريق المقابلة بين الأمثلة والأمثلة المعاكسة . وعاده مايحتاج الأطفال الأصغر الذين هم فى مرحلة العمليات الملموسة لبياجية أن يروا أو يتعاملوا يدويا مع التمثيلات الفيزيائية للمفهوم لكى يتعلموه ، بينما قد يكون بمقدور الناس الاكبر ممن هم فى مرحلة العمليات المجردة أن يتعلموا المفهومات من خلال المناقشة والتأمل . ويكون الشخص قد تعلم المفهوم عندما يكون قادراً على أن يفرق بين أمثله والأمثله المعاكسة للمفهوم .

والمبادىء هى أكثر الأشياء الرياضية تعقيداً . فالمبادىء هى تتابعات من المفهومات مع العلاقات بين هذه المفهومات . وتعتبر العبارات يتطابق المثلثان إذا تساوى فى أحدهما ضلعين وزاوية محصوره تظائرهم فى المثلث الاخر ، مربع الوتر فى المثلث القائم الزاوية يساوى مجموع مربعى الضلعين الاخرين أمثلة للمبادىء . ويتضمن كل من هذين المبدأين عده مفهومات وعلاقات بين هذه

المفهومات . ولكى تفهم المبدأ عن المثلثات المتطابقة فيجب على الشخص أن يعرف مفهوم المثلث ، والزاوية ، والضلع . ووفقا للفصل الذى كتبة جانييه (١٩٦٦) والذى ظهر فى كتاب تحليل تعلم المفهوم الذى حرره كلاوسمير H. Klausmeier وهاريس C. Harris .

وقد يبدو ، إذن ، أنه يمكن أن تمايز المبادىء عما أطلق عليه سابقا بالمفهومات بطريقتين . أولا : الأداء المطلوب لبيان أن المفهوم قد تم تعلمه هو ببساطة مطابقة ، أى إختيار من عدد من البدائل ، وعلى العكس فالمبدأ يجب أن يعرض بوسائل الممارسة التى تعين هوية مكونات من المفهومات ، والعملية التى تنسب بعضهم البعض الأخر . ثانياً هذا يعنى أن الاستنتاج المستخدم فى العمليات الوسيطة يختلف فى الحالتين . فالمفهوم هو وسيط واحد يمثل فصلا من المثيرات (أو الأشياء) بينما المبدأ هو سلسلة من الوسيطات كل منها مفهوم فى حد ذاته .

ويمكن تعلم المبدأ من خلال عمليات الاستقطاء العلمى ، ودروس الاكتشاف الموجه والمناقشة الجماعية ، وإستخدام إستراتيجيات حل المشكلة ، والعروض . ويكون الطالب قد تعلم مبدأ ما عندما يكون بمقدره تعرف المفهومات المتضمنه فى المبدأ ، ووضع المفهومات فى علاقتها الصحيحة الواحد بالاخر ، وتطبيق المبدأ على موقف معين .

وقد لا يكون نشاط دقيق أو مفيد أن نصنف كل خبرات رياضيات المدرسة الثانوية إلى الاربعة صفوف للخبره - الحقائق ، والمهارات ، المفاهيم والمبادىء . وحتى الخبراء فى الرياضيات ونظرية التعلم قد لا يتفقون على المصنف الفعلى لكثير من الخبرات الرياضية . وبصفه عامة تتقدم الخبرات فى ترتيب بتعقد من الحقائق البسيطة ، إلى المهارات والمفاهيم إلى المبادىء . وأيضا التصنيف لكثير (وربما لمعظم) الخبرات الرياضية يرتبط بوجهه نظر الملاحظ نفسه ، فأى يعتبر حقيقة هامة (أو أهذا مبدأ !) ليعرفة كل معلم رياضيات . فالطالب الذى يتذكر فحسب صيغة من الدرجة الثانية فإنه يعرف حقيقة ما . والطالب الذى يستطيع وضع أعداداً فى صيغة من الدرجة الثانية ويصل إلى اجابتين يكون قد تعلم مهاره . والطالب الدى يستطيع أن يصنف ٥ ، ٣ ، ٤ ، كثوابت ، س x كمتغير فى المعادلة من الدرجة الثانية ٥ س٢ + ٣ س + ٤ = صفر $\left[5x^2 + 3x + 4 = 0\right]$ يظهر إستيعابا لمفهوم ما . والشخص الذى يستطيع اشتقاق (أوبرهنة) صيغة من الدرجة الثانية ويشرح إشتقاقة لشخص اخر يكون قد تمكن من مبدأ ما . وبالتالى فصيغة الدرجة الثانية التى تعتبر مبدأ يمكن أن ينظر إليها إما كحقيقة ، أو كمهاره ، أو كمفهوم من طالب وجهه نظره لصيغة الدرجة الثانية ليست معقده كتلك التى للرياضى .

ويجب عليك كمعلم للرياضيات أن تنمى طرق الاختبار والملاحظة لتساعدك لادراك وجهه نظر الطلاب عن المفهومات والمبادىء التى تقوم بتدريسها . وكل منا فى أوقات قد تذكر براهين للنظريات ، بدون فهم للمفهومات والمبادىء المتضمنة فى البرهان ، لكى ينجح فى الاختبارات .

وبالرغم من أن هذا الأسلوب للتهرب Subterfuge يعتبر شكل من التعلم إلا أن هذا ليس ما يأمله المعلمون أن يتعلمه الطلاب من برهنة النظريات . والنقطة التى يجب إدراكها هنا هى أن فى كثير من الأوقات عندما يقوم المعلمون بتدريس ما يرونه كمبادىء رياضية يضمره الطلاب كحقائق أو مهارات للبيانات التى قدمت .

الأطوار المتتابعة للتعلم

لقد تعرف جانييه على ثمانى مجموعات من الشروط التى تميز ثمانية أنماط من التعلم أطلق عليها التعلم الإشارى ، وتعلم العلاقة بين مثيرو استجابة ، والتعلم التسلسلى ، والإرتباط اللغوى والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفهوم ، وتعلم القاعده ، تعلم حل المشكلات . ويعتقد جانييه أن كل من هذه الأنماط الثمانية للتعلم تحدث فى المتعلم فى أربعة أطوار متتابعة . وأطلق على هذه الأطوار طور الوعى ، وطور الإستيعاب ، وطور التخزين ، وطور الإسترجاع .

والطور الأول للتعلم ، طور الوعى ، هو وعى المتعلم بمثير ما أو مجموعة من المثيرات التى توجد فى موقف التعلم . وسوف يقود الوعى ، أو الحضور ، المتعلم لإدراك خصائص مجموعة المثيرات وما يدركه المتعلم سوف يصاغ بطريقة فريدة بواسطة كل فرد وسوف يسجل فى عقلة . وهذه الطريقة الخاصة التى يعى بواسطتها كل متعلم مثيرا معطى ينتج عنها مشكلة مشتركة فى التعليم والتعلم . فعندما يقدم المعلم درساً (مثيراً) ربما يدرك خصائص مختلفة لمحتوى الدرس عما يدركه الطلاب ، وكل طالب ربما يدرك بطريقة مختلفة عن الطلاب الآخرين . وهذا يعنى أن التعلم هو عملية فريدة داخل كل طالب ، وبالتالى فإن كل طالب يكون مسئولا عن تعلمه الخاص به وذلك بسبب الطريقة الفريدة التى يدرك بها الموقف التعلمى . وتوضح وحدانيه الإدراك الفردى لماذا يفسر الطلاب الحقائق ، والمفاهيم والمبادىء بطريقة مختلفة عن الطريقة التى يريد المعلم أن تفسر بها . وبالرغم من أن هذا الموقف يجعل التعليم والتعلم غير دقيق ، وغير قابل للتنبؤ إلى حد ما إلا أن له مزايا كثيرة للمجتمع . فكل شخص يكون قادراً على تطبيق إدراكاته الفريدة لمشكلة وحلولها فى مناقشة جماعية للمشكلة ، والتى ينتج عنها حلول أكثر مناسبة لمشكلات المجتمع .

والطور التالى للتعلم ، طور الاستيعاب ، هو الحصول على وحيازة الحقيقة ، أو المهارة ، أو المفهوم ، أو المبدأ الواجب تعلمه ، ويمكن تحديد إستيعاب المعلومات الرياضية عن طريق ملاحظة أو قياس أن شخصاً ما ليس لديه المعلومات المطلوبة أو السلوك قبل تقديم مثيراً مناسباً وأنه قد حصل على المعلومات المطلوبة أو السلوك بعد تقديم المثير مباشرة . وبعد أن يكتسب الشخص مقدرة جديدة ، يجب أن تبقى أو تُتذكر . وهذا هو طور التخزين للتعلم . والتخزين البشرى المتاح هو الذاكره ، وتبين البحوث أنه يوجد نوعان من الذاكرة . الذاكرة ذات المدى القصير ولها كفاءة محدودة للبيانات وتنتهى فى فترة قصيرة من الزمن . ويمكن أن يستبقى معظم الناس سبع أو ثمان قطع

منفصلة من البيانات فى ذاكرتهم ذات المدى القصير فترة تمتد إلى ثلاثين ثانية . وهناك مثال على كيفية عمل الذاكرة ذات المدى القصير وهو قدرتنا على النظر إلى رقم تليفون مكون من سبعة أرقام وتذكرها لثوان قليلة أثناء إداره قرص التليفون لطلب الرقم ، ونسيان الرقم بمجرد أن يجيب شخص ما على مكالمتنا .

والذاكرة ذات المدى الطويل هى قدرتنا على أن نتذكر بيانات ما لفترة من الزمن أطول من ثلاثين ثانية ، ويختزن كثيراً مما تعلمناه فى عقولنا بصفة دائمة .

والطور الرابع للتعلم ، طور الإسترجاع ، هو القدرة على إستدعاء البيانات التى اكتسبت وتم تخزينها فى الذاكرة . وعملية إسترجاع البيانات غير دقيقة بالمره ، وغير منظمة ، ولا تدرك بالحواس . فأحيانا بيانات مطلوبة مثل اسم لا يمكن إسترجاعها من الذاكرة عند الطلب ، ولكنها « تقفز » بعد ذلك عندما يكون الشخص يفكر فى شىء يبدو غير مرتبط على الإطلاق ، للخطة التى كان يرادفها الإسم . وبيانات أخرى تكون مخزنة بعمق كبير حتى أن طرقا خاصة مثل الإستشاره الكهربية أو التنويم المغناطيسى تكون مطلوبة لحث الإسترجاع .

هذه الأطوار الأربعة ــ الوعى ، والاستيعاب ، والتخزين ، والإسترجاع ــ قد دمجت فى تصميم نظم الحاسب الآلى ، ولو أنها فى شكل أقل تعقيدا بكثير عما تظهر فى المخلوقات البشرية . فالحاسب الآلى يعى مثيرات الكترونية ممن يستخدم الحاسب الآلى ويستوعب هذه المثيرات فى وحده التشغيل المركزية ، ويختزن البيانات المقدمة فى المثيرات فى أحد تصميمات الذاكرة ، ويسترجع البيانات عند الطلب . وتتضح عملية التعلم لانهائية الأطوار والأكثر تعقيداً عند الناس كل يوم فى حجرات دراسة الرياضيات . وإذا كان للطلاب أن يتعلموا خطوات لإيجاد تقريب للجذر التربيعى لأى عدد ليس مربعا كاملا فلابد أن يكونوا على وعى بالطريقة ، ويستوعبوها ، ويختزنوها فى عقولهم ، ويسترجعون خوارزميه الجذر التربيعى عند الحاجة إليها . ولمساعدة الطلاب فى التقدم خلال هذه المراحل الأربعة فى تعلم خوارزميه الجذر التربيعى ، يستثير المعلم الوعى بان يجعل كل طالب يحل مثالا بإتباع التعليمات خطوة بخطوة ، ويساعد التخزين بإعطاء مشكلات للواجب المنزلى ، ويستثير الإسترجاع بإعطاء إختبار قصير فى اليوم التالى .

أنماط التعلم

إن الأنماط الثمانية للتعلم التى حددها جانييه وقام بدراستها (التعلم الإشارى – تعلم الارتباط بين المثير والإستجابة ــ التعلم التسلسلى ــ الإرتباط اللغوى ــ التعلم عن طريقه التمايز ــ تعلم المفهوم ــ تعلم القاعدة ــ تعلم حل المشكلات) سوف تقدم وتُشرح فيما يلى . وسوف تناقش بعض الشروط المناسبة التى تيسر حدوث كل نمط للتعلم .

التعلم الإشارى :

إن التعلم الإشارى هو تعلم لا إرادى ينتج إما من مثال فردى أو عدد متكرر لمثير ما الذى سوف يستثير إستجابة وجدانية فى الفرد . فعندما يقول شخص ما « لا أستطيع أن آكل جمبرى أكثر من هذا لأننى مرضت عندما كنت آكلة » . فإن هذا الشخص يصف مثالا لتعلم إشارى غير مرغوب فيه . إن التعلم الإشارى هو تعلم وجدانى تماما مثل العواطف إما سالبة أو موجبة ، وكذلك يمكن أن تكون نواتج التعلم الإشارى ساره أو غير ساره . وقد يستثير إسترجاع طفولتك المنزلية سيل من الذكريات الساره ، بينما سيرك فى معمل كيمياء المدرسة الثانوية قد يكون غير سار إلى حد ما إذا كانت الكيمياء صعبة أو محبطة بالنسبة لك . وتوضح الأمثلة فى العبارة السابقة أن التعلم الإشارى يمكن أن يحدث خلال فترة طويلة من الزمن مع عدد من المثيرات تستثير إستجابات متنوعة ساره وغير ساره . ويمكن أن يحدث التعلم الإشارى أيضا من مثال واحد لحادثة ما إستثارت إستجابة وجدانيه حادة ؛ كحالة الشخص الذى لا يحب الجمبرى . ومثال آخر للتعلم الإشارى وقع من حادثة واحدة للشخص الذى سوف لا يغنى مع الناس الآخرين نتيجة لأن معلم الموسيقى للصف الأول الذى صاح لطفلة صغيرة وضربها بعصاه لأنها لم تتبع قاعدة ما أثناء غناء جماعى . وقد يكون السبب فى كراهية طلاب المدرسة الثانوية للرياضيات أنهم قد مروا بمجموعة من الخبرات غير الساره فى المدرسة الإبتدائية عندما التحقوا بحجرة دراسة الرياضيات . والفكرة القائلة بأن النجاح يؤدى إلى نجاح والفشل يؤدى إلى فشلٍ هى عبارة ناتجه عن التعلم الإشارى .

ومن أجل أن يحدث التعلم الإشارى لابد من وجود مثير إشارى محايد ، ومثير ثان غير متوقع وهذا سوف يستثير إستجابة وجدانية فى المتعلم الذى سوف يربطه مع المثير المحايد . ففى مثال الشخص الذى يخشى الغناء الجماعى فى فصل الموسيقى للصف الأول ، المثير الإشارى المحايد كان الغناء فى مجموعة ، والمثيرات غير المتوقعة كانت الصياح والضرب . ويميل الناس الذين لدى مستوى عال من القلق إلى إكتساب الإستجابات من خلال التعلم الإشارى بسرعة أكبر من الناس غير القلقين . وقد تهيء قليل من الملاحظات الحاده من المعلم فى حجرة دراسة الرياضيات لشخص خجول وعصبى فى الصف السابع كراهيته للرياضيات . ولا يمكن للمتعلم أن يسيطر على التعلم الإشارى بسهولة ويمكن أن يكون له تأثيرا جديرا بالإعتبار على أفعاله . وبالتالى يجب عليك كمعلم للرياضيات أن تحاول أن تُوَّلد مثيرات غير مشروطه تستثير عواطف ساره عند طالبك وتأمل أن يربطوا بعض من هذه المشاعر الساره مع الإشارى المحايد الذى هو حجرة دراسة الرياضيات وبينما قد تفشل المحاولات المقصودة لتوليد مثيرات موجبة غير متوقعة فى استثارة الارتباطات المرغوبة الموجهه مع الإشارى المحايد ، فإن المثيرات السالبة التى تتولد بغير قصد يمكن أحيانا أن تدمر رغبة الطالب لتعلم الماده التى تقوم بتدريسها .

تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة :

إن تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة هو أيضا تعلم الإستجابة لإشارة ؛ وعلى أية الأحوال يختلف هذا الشكل من التعلم عن التعلم الإشارى بطريقتين . إن التعلم الإشارى لا إرادى ووجدانى ، بينما

تعلم المثير ـــ الإستجابه إرادى وجسمانى . يتضمن تعلم المثير ـــ الاستجابة حركات إرادية لعضلات الهيكل العظمى فى الإستجابة على مثيرات بحيث يجرى المتعلم الحركة عندما يريد . ويتطلب هذا الشكل من التعلم مثير خارجى يسبب إثارة عضلية داخلية ، متبوعه بالإستجابه المرغوبه مع إرتباط واحد مباشر بين المثير والإستجابه . وفى تعلم المثير ـــ الإستجابة يُقدم مثير ما للفرد الذى قد يستجيب للمثير بطرق متعددة ومختلفة . وفى كل مرة يثنى على الإستجابة المرغوبة أو الخبرة المرضية . وكنتيجة للتدعيم المتتابع للإستجابة المرغوبة يتعلم الفرد أن يميز الإستجابة المناسبة عن مجموعة الإستجابات الأخرى الأقل رغبة فيها التى قد تتبع أيضا حدوث المثير .

وتوجد معظم أمثلة تعلم المثير ـــ الإستجابة البحت عند الناس فى الأطفال الصغار . فهم يتعلمون التفوه بالكلمات ، وإجراء وظائف الحياة المتنوعة المساعدة ، وإستخدام الأدوات البسيطة ، ويظهرون السلوكيات الإجتماعية المقبولة . فتعلم ذكر الأسماء المناسبة للناس والجوامد ، والإمساك بزجاجة بزاوية صحيحة حتى يمكن إمتصاص اللبن منها ، وإلتقاط كتلة هى أمثلة لتعلم المثير ـــ الإستجابة . ومن أجل أن يتم تعلم الإستجابة المرغوبة لابد أن يكون المتعلم قادر من الناحية الجسمية على إجراء الأفعال العضلية المناسبة ، ويجب أن ينتج عن الإستجابة الصحيحة تدعيما مباشرا للإستجابة ممن يحيطون بالمتعلم . وبالطبع يمكن أن يتم تعلم الإستجابات غير المرغوبة إذا ما نتج عنها تدعيمات مرضيه ؛ ويمكن أن تقمع الأفعال المرضية إذا ما صاحب حدوثها عقاب .

التعلم التسلسلى :

إن التعلم التسلسلى هو إرتباط متتابع لفعلين غير لفظين أو أكثر من نوع المثير ـــ الإستجابة التى سبق تعلمها . وبالرغم من أن تعلم المثير ـــ الإستجابة يمكن أن يحتوى إما على إستجابات عضلية لفظية أو غير لفظية ، إختار أن يطلق جانييه التعلم التسلسلى على تتابعات الأفعال غير اللفظية للمثير ـــ الإستجابة ، وأن يطلق الإرتباط اللغوى على تتابعات الأفعال اللفظية للمثير ـــ الإستجابة التى سوف تناقش كنمط منفصل للتعلم . فربط حذاء ، وفتح باب ، وتشغيل سيارة ، وقذف كره ، وبرى قلم رصاص ، وطلاء سقف هى أمثلة للتعلم التسلسلى . فمن الضرورى فى كل من هذه المواقف أن تربط بتسلسل مرتب مهارات المثير ـــ الإستجابة التى سبق تعلمها من أجل أن تتم المهمة فيحتوى فتح الباب افعال المثير - الاستجابه العضلية الأربعة الإمساك بمقبض الباب ، وإدارة المقبض ، وإبقاء المقبض فى الوضع الذى أُدير إليه ، وسحب الباب لفتحه .

ومن أجل أن يحدث التعلم التسلسلى لابد للمتعلم أن يكون قد تعلم من قبل كل حلقة مطلوبة فى التسلسل . فإذا تم تعلم كل حلقة ، فإن التعلم التسلسلى يمكن أن ييسر عن طريق مساعدة الطالب لبناء التتابع الصحيح لافعال المثير ـــ الإستجابة اللازمة للتسلسل . ولا يعتبر سحب مقبض الباب قبل إدارته هو التتابع الصحيح لأفعال المثير ـــ الاستجابة لفتح الباب . وكذلك لابد من تعليم المتعلم ، فى معظم التعلم التسلسلى ، أن ينفذ الحلقات فى تتابع زمنى متقارب . فمثلا سلسلة الأنشطة المتطلبة لتغيير السرعات فى سيارة تتطلب تتابع زمنى متقارب للغاية . ومن الضرورى عادة

أن تمارس سلسلة من أفعال المثير ـــ الاستجابة من أجل التمكن من هذه السلسلة وتذكرها . وإذا لم يصاحب التعلم التسلسلى بتدعيم مُرض فإن التعلم يصبح أكثر صعوبة ويأخذ وقتا أطول . وحيث أن التعلم التسلسلى يتطلب تفاعل جسمى وعقلى معقد فإن الخوف من السخرية أو العقاب فى حالة الفشل يعوق هذه التفاعلات ويتداخل مع تسلسل التعلم . وإكتمال أحد ارتباطات المثير ـــ الاستجابة فى التعلم التسلسلى قد يوجد مثيرا متوسطا لإستثارة الارتباط التالى للمثير ـــ الاستجابة .

وتتطلب معظم الأنشطة فى الرياضيات التى تحتوى على معالجة يدوية لأدوات مثل المسطره ، والمنقلة ، والنماذج الهندسية تعلما تسلسليا . فتعلم تنصيف زاوية ما بإستخدام الحافه المستقيمه والمنقله يتطلب تتابعا وتفصيلا لمجموعة من مهارات سبق تعلمها كمثير - إستجابه ومن بين هذه المهارات القدرة على إستخدام المنقله ليقسم قوس ، والقدره على توصيل خط بين نقطتين .

ولتعليم المهارات الرياضية التى تتطلب أنشطة عضلية يجب إستغلال خاصيتين من تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة ، والتعلم التسلسلى . أولا : لا يمكن للطلاب انجاز تعلم تسلسلى يتضمن مجموعة متتابعة لمثير مفرد وإستجابات إذا لم يكونوا قد وصلوا إلى التمكن من المهارات المنفصلة من خلال مواقف تعلم العلاقة بين المثير والإستجابة . فالطالب الذى لا يستطيع أن يتعلم كيف يجرى أنشطة على صورة مثير ـــ استجابة ربما لم يكن قد تعلم بعض الارتباطات فى السلسلة . ثانيا : يمكن تيسير تعلم العلاقة بين المثير ـــ الإستجابة ، والتعلم التسلسلى بواسطة معلم يثبت ويدعم السلوكيات المرغوبة . وبالرغم من أنه يمكن إستخدام العقاب للإرتقاء ببعض أنواع معينة من تعلم العلاقة بين المثير والإستجابة ، إلا أنه يتداخل مع التعلم التسلسلى ويمكن أن يؤثر تأثير سلبى على النمو الوجدانى ، والإتجاهات ، والدافعية للتعلم .

الإرتباط اللغوى :

إن الارتباط اللغوى هو تعلم تسلسلى لمثيرات لفظية ؛ أى هو الارتباط المتتابع لأفعال لفظية على صورة مثير ـــ استجابة قد سبق تعلمها من قبل . وأبسط نوع للسلسلة اللفظية هو الارتباط بين شىء ما واسمه ، والذى يتضمن تسلسل مثير ـــ إستجابة لربط مظهر شىء ما بخصائصه ، ومثير ـــ إستجابة لملاحظة الشىء والإستجابة بقول اسمه . والسلاسل الأكثر تعقيداً للإرتباط اللغوى هى تكوين الجمل ، وتعلم الشعر ، وتذكر سطور لشخصية فى مسرحية ما ، وتعلم لغة أجنبية .

إن العمليات العقلية المتضمنة فى الإرتباط اللغوى معقدة جداً وغير مفهومة فهما كاملا فى الوقت الحاضر . ويتفق معظم الباحثين على أن الارتباط اللغوى الفعال يتطلب إستخدام وصلات عقلية وسيطة تعمل كشفرات والتى يمكن أن تكون إما صور لفظية ، أو سمعية ، أو بصرية . وعادة ما تحدث هذه الشفرات فى عقل المتعلم وتتغير من متعلم لآخر وفقا لمخزون الشفرات الفريد لكل شخص . فعلى سبيل المثال يمكن أن يستخدم شخص ما الشفرة العقلية اللفظية ص[y] تتحدد بواسطة س[x] للتعبير عن كلمه داله ، وقد يعبر شخص آخر عن الدالة رمزيا كالآتى ص = د(س)

[$y = f(x)$] وربما يجسد شخص آخر مجموعتين من العناصر محتواه داخل دوائر وتمتد أسهم من عناصر إحدى المجموعتين إلى عناصر المجموعة الأخرى . ويمكن تعليم الشفرات الأخرى . فعلى سبيل المثال ، الشفرة المألوفة . فمثلا شفرة التذكر التى عادة ما تستخدم لترتيب العمليات الحسابية بحسب إجرائها فى الجبر هى My Dear Aunt Sally وهى شفرة لـ « إضرب ، إقسم ، إجمع ، ثم إطرح . وتقترح البحوث والملاحظات بأن الطريقة الفعالة لتذكر قطع لغوية طويلة مثل الشعر تكون بتعلم كل جزء جديد عن طريق إعادة الأجزاء القديمة التى سبق تعلمها إلى أن نصل للجزء الجديد ثم تكرار هذا الجزء الجديد . فمثلا يمكن تعلم السطر الخامس أفضل تعلم عن طريق تكرار الأربعة أسطر الأولى على التتابع ثم تضمين السطر الخامس .

ومن أكثر الإستخدامات أهمية التعلم بالإرتباط اللغوى هو ما يتم فى الحوار الثنائى (بين شخصين) وتعتمد الخطابة والكتابه الجيدتان على ذخيرة ضخمة للإرتباطات اللغوية التى يتذكرها عقل الخطيب أو الكاتب . وللتعبير عن الأفكار والمجادلات المنطقية فى الرياضيات فإنه من الضرورى أن توجد ذخيرة كبيرة للإرتباطات اللغوية فى الرياضيات وتشجيع الطلاب على التعبير عن الحقائق ، والتعاريف ، والمفاهيم ، والمبادىء بطريقة صحيحة ومختصرة ومناقشة الأفكار الرياضية مع بعضهم البعض ويعوق كثير من المعلمين بدون قصد الارتباطات اللغويه عند طلابهم عن طريق إعادة صياغة إجابات وتعليقات كل طالب . ويجب أن يشجع الطلاب بل ويطلب منهم أن يوصلوا المفاهيم الرياضية والعمليات لبعضهم البعض دون إستخدام المعلم كوسيط أو مفسر . وبإجراء ذلك سوف يحسنوا من الارتباطات اللغوية الرياضيه لديهم ، ويتعلمون التأثير على الغير من خلال إتصال فعال .

التعلم عن طريق التمايز :

ربما تكون قد لاحظت أن كل نوع من أنواع التعلم المتتابعة التى ناقشناها أكثر تعقيداً من النوع الذى يسبقه . وتوجد خصائص نوع التعلم الأبسط فى الأنواع الأكثر تعقيدا . والتعلم عن طريق التمايز لا يعتبر إستثناءً عن هذا النمط البنائى للنمو وتزايد التعقيد . فبعد أن يتم تعلم الارتباطات بين المثير الإستجابة يمكن وضعها متتابعة فى سلاسل لسلوكيات متعلمه أكثر تعقيداً .

إن التعلم عن طريق التمايز هو تعلم المفاضلة (التفرقة) بين السلاسل أى إدراك الأشياء الجسميه والعقلانيه . وهناك نوعان من التمايز ــ التمايز المفرد ، والتمايز المتعدد . وللتوضيح يمكن أن يعطى الطفل الصغير تدريبا على إدراك العدد ٢ بعرض خمسين ٢ فى صفحة وبتكرار رسم للعدد ٢ . ومن خلال سلسلة بسيطة من المثير ــ الإستجابة بتعلم الطفل إدراك (ليس فى هذه الحالة ، المسمى « إثنين » لمفهوم إثنين) ولكن الشكل الحسى للعدد ٢ . ويعتبر هذا مثالا للتمايز المفرد حيث يمكن للطفل أن يدرك العدد ٢ . ويمكن للطفل فى الوقت نفسه أن يتعلم أن يدرك الاعداد ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ وإن يميز بينها وهذا يعتبر مثالا للتمايز المتعدد . فيمكن أن يعمل الطفل يوم الثلاثاء مثلا مع العدد ٧ ، ويمكن يوم الأربعاء أن يميز بينها وبين ٨ . ومع ذلك فعندما تقدم كل الأعداد ذات الرقم الواحد معا فإن نفس الطفل قد يواجه صعوبة فى التمييز بين ٧ ، ٨ . وإذا كان

الطفل قد تعلم من قبل كل من السلاسل التى تجعله يتعلم العدد ، فيمكنه تعرُّف كل عدد فى حد ذاته ، ويمكنه ذكر اسم كل عدد ، ويكون لديه شفره عقلية مناسبة لأسماء ورموز الأعداد ، فإنه يكون مستعد ليتعلم كيف يميز بين الأعداد .

وحيث أن الطلاب يتعلمون تمايزات متنوعة بين السلاسل ، فربما فى نفس الوقت يكونون هذه السلاسل من المثير ــ الإستجابة . ويمكن أن ينتج عن هذا الموقف التعليمى غير المنظم ــ وغالبا ما يحدث هذا ــ ظواهر متعددة للتعليم عن طريق التمايز المتعدد وهى التعميم ، والانطفاء والتداخل .

إن التعميم هو ميل المتعلم لتصنيف مجموعة من السلاسل المتشابهه المنفصله فى صنف مفرد ويفشل فى التمييز والمفاضله بين السلاسل . وكلما زاد التشابه بين السلاسل كلما زادت صعوبة التمايز المتعدد بين السلاسل . فعلى سبيل المثال . فالراسم أحادى التناظر والراسم على يوجد بينهما خصائص مشتركة كافية تجعل كثيراً من دارسى الجبر يلاقون صعوبة فى تمييز الواحد عن الآخر .

وإذا لم يوجد التدعيم المناسب فى تعلم سلسلة من المثيرات والاستجابات فإنه يحدث إنطفاء أو حذف للسله . ويمكن أن تحذف الإستجابات الخاطئه بسحب التدعيم ، ومع ذلك فإن حدوث الإستجابات الخاطئة (حتى بدون تدعيم) يمكن أن يزيل الاستجابات الصحيحة التى يجب إعادة تعلمها .

ومشكلة الأنطفاء تظهر بوضوح فى بعض طرق التعامل مع تعيينات الواجب المنزلى . فإذا لم يخبر الطلاب عن حلولهم لمسائل الواجب المنزلى بأنها إجابات مناسبة فإن الاجابات الصحيحة يمكن أن تنطفىء ويمكن أن تتداخل الإجابات الخاطئة مع تعلم الإجابات الصحيحة . وبالتالى فإنه بالنسبة لكثير من أنواع التعلم الأقل تعقيداً تعتبر التغذية المرتدة المباشرة للمعلم التى تأخذ فى الإعتبار صحه حلول الطالب للمسائل شيء مرغوب فيه .

إن نسيان السلاسل المثيرات والإستجابات التى سبق تعلمها يمكن أن ينتج من التداخل الناشىء عن تعلم سلاسل جديده . وربما تتفاعل المعلومات الجديدة مع المعلومات القديمة مسببة نسيان الإستجابات التى سبق تعلمها وجاعلة تعلم الاستجابات الجديدة أكثر صعوبة . ويمكّن أن يكون التداخل مشكلة بالنسبة لتعلم لغة أجنبية مثل الفرنسية ، التى تتشابه كثيرا من كلماتها فى المعنى والهجاء مع كلمات اللغة الإنجليزية . وينسى بعض الناس عند تعلمهم قراءة وكتابة الفرنسية كيف يتجهون كثيرا من الكلمات الإنجليزية ويجدون صعوبة فى تهجى بعض الكلمات الفرنسية نتيجة لتداخل . ويمكن أن ينشىء عاملا التعميم والتداخل مشكلات فى تعلم الجبر عندما يتعلم الطالب عددا من الطرائق المتشابهه التى تختلف قليلا فى فترات متقاربة متتابعة لتبسيط أنواعا مختلفة من الصيغ الجبرية تحتوى علامات أسس وجذور . ويمكن لكثير من الطلاب تطبيق كل طريقة لتبسيط صيغة من نوع معين عندما تدرس كل طريقة وهذه الصيغ بمعزل عن الطرق وأنواع المشكلات الأخرىَ . ومع ذلك ففى أحد أختبارات وحده ما حيث كان المطلوب حل كل من أربعين نوعا مختلفا من المشكلات

عن طريق إختيار الأسلوب الصحيح من عشرة أساليب سبق تعلمها ، لاقى كثير من الطلاب نجاحا قليلًا لأن تعلمهم للعشرة أساليب قد تداخل مع محاولاتهم للتمييز بين العشرة أنواع المختلفة من المشكلات . وعمم بعض الطلاب الأساليب العشرة فى طرق متعدده متداخله إستخدمت دون تمييز فى محاولة تبسيط أنواعا مختلفة من الصيغ الجبرية .

تعلم المفهوم :

إن تعلم المفهوم هو تعلم لإدراك الخواص المشتركة لأشياء ملموسة أو أحداث والإستجابة لهذه الأشياء أو الأحداث كفصل أو فئة وبأحد المعانى فإن تعلم المفاهيم هو عكس التعلم عن طريق التمايز . فبينما يتطلب التعلم عن طريق التمايز أن يميز المتعلم بين أشياء وفقا لخصائصها المختلفة ، فإن تعلم المفهوم يتضمن تصنيف الأشياء إلى فئات وفقا لخصائصها المشتركة والإستجابة للخاصية المشتركة .

ومن أجل أن يتعلم الطلاب مفهوما ما فإن أنواعا بسيطة من المتطلبات السابقة للتعلم يجب أن تكون قد حدثت . فاكتساب أى مفهوم خاص يجب أن يصاحبه متطلبات سابقة من سلاسل المثير ـــ الاستجابة ، وترابطات لفظية مناسبة ، وتمايز متعدد للخصائص المتمايزه . فعلى سبيل المثال ، فالخطوة الأولى لاكتساب مفهوم دائرة يمكن أن يكون تعلم قول كلمة دائرة كارتباط مثير ـــ إستجابة يتولد ذاتيا ، وذلك حتى يستطيع الطلاب تكرار الكلمة . ويمكن للطلاب بعد ذلك أن يتعلموا التعرف على أشياء متعددة مختلفة كدوائر عن طريق إكتساب ترابطات لفظية مفرده . وبعدها قد يتعلم الطلاب أن يميزوا بين الدوائر وأشياء أخرى مثل المربعات والمثلثات . ومن المهم أيضا أن يتعرض الطلاب لتنوع كبير من الدوائر فى مواقف ممثلة حتى يتعلموا التعرف على دوائر مندمجة فى خبرات أكثر تعقيداً .

وعندما يستطيع الطلاب تلقائيا التعرف على دوائر فى مواقف (مضمونات) غير مألوفه فإنهم يكونون قد أكتسبوا مفهوم دائره . وهذه القدره لتعميم مفهوم فى مواقف جديده هى القدرة التى تميز تعلم المفهوم عن أشكال التعلم الأخرى . فعندما يتم تعلم التلاميذ لمفهوم ما فإن لا حاجة لهم بعد ذلك لمثيرات مخصصه أو مألوفة حتى يتعرفوا أو يستجيبوا لأمثلة جديدة للمفهوم . وبالتالى فالطريقة لتوضيح أن مفهوما قد تم تعلمه هو بيان أن المتعلم يستطيع تعميم المفهوم فى موقف غير مألوف .

عندما تُدَّرس مفاهيم رياضية جديدة فمن المهم أن : (١) تقدم أمثلة عديده غير متماثلة للمفهوم لتيسير التعميم (٢) تظهر أمثلة عن مفاهيم مختلفة ولكن ذات إرتباط للمساعدة فى التمييز ، (٣) تقدم أمثلة مضادة للمفهوم لتنمية التمييز والتعميم ، (٤) تتجنب تقديم أمثلة عن المفهوم لها كلها خاصية مشتركة قد تتداخل مع التصنيف الفعلى لأمثلة المفهوم . ويمكن بيان أهمية هذه الإجراءات الأربعة فى تدريس مفهوم ما بمناقشة بعض المزالق فى تعليم وتعلم مفهوم المثلث . أولًا : إذا كانت جميع الأمثلة

عن المثلثات من نفس النوعية (مثلا إذا رسمت كل الأمثلة على السبورة الطباشيرية) ، فإن الطلاب قد لا يستطيعون التعرف على أوجه المثلثات المجسمه ، أو ادراك أشكال المثلث خارج حجرة الدراسة . وإذا كانت هذه هى الحالة فإن مفهوم المثلث لا يكون قد تم تعلمه . ثانيا : إذا لم ير الطلاب أمثلة عن الأشياء الهندسية الأخرى مثل أشباه المنحرف أو الاهرامات فقد يواجهون مصاعب فى التمييز بين الأشياء المختلفة ذات الخصائص المشتركة . ثالثا : يجب تقديم الأشياء المستوية والتى ليست مثلثات ومناقشتها لمساعدة الطلاب فى تعرفهم خصائص المثلثات وملامح الأشياء الأخرى التى تميزهم عن المثلثات . رابعا : إذا كانت كل نماذج المثلثات التى تعرض على الطلاب حمراء اللون فإن بعض الطلاب قد يربطون بين خاصية الإحمرار (اللون الأحمر) بمفهوم المثلث ويفشلون فى إدراك المثلثات غير الحمراء .

يكتسب كل الناس مفاهيم عديده من خلال إستراتيجيات التعليم والتعلم التى تستخدم سلاسل لفظية ؛ مع ذلك إذا كان مفهوم مكتسب يستخدمه شخص ما كثيراً ، فإنه يجب أن يكون قابلا للتعرف عليه فى مواقف العالم الواقعى . يمكن للتلاميذ تذكر السلسلة اللفظية « المثلث هو شكل مستوى مغلق له ثلاثة أضلاع مستقيمة » . ولكن هذا التعريف سوف يكون له فائده قليلة إذا لم يستطيعوا استخدامه لتصنيف المثلث إلى بند مفهوم المثلث وكذلك إذا لم يكن لدى الطلاب مخزون كبير من الكلمات والجمل (سلاسل لفظية) المتاحة للإستخدام فى تعلم المفهوم ، فإن السهولة فى اكتسابهم المفاهيم سوف تقل وربما يمتد كثيراً الزمن اللازم لتعلم كل مفهوم وبالرغم من هذا فإن تعلم المفاهيم عادة ما يقوم على كلمات لفظيه وقيمه المفهوم المتعلم فى الفكر والإتصال يأتى من المراجع الملموسة التى لدى الناس عن اسم كل مفهوم . وأحد المشكلات فى الإتصال والتفسير ، وفى التعليم والتعلم هى أن مختلف الناس قد يكون لديهم وجهات نظر مختلفة (سلاسل لفظية من المثير ـــ الإستجابة ، ومراجع ملموسه) عن نفس المفهوم ، والتى قد تؤدى إلى سوء تفاهم ، وجدل ، وحتى صراع . وإذا لم يكن لتعلم المفاهيم القدرة على التعميم ، فإن كل التعلم فى النظام التعليمى الرسمى سوف يكون غير كفء وذى إستخدام عملى قليل لأن كل مثال عن كل مفهوم يجب أن يصحب مباشرة بخبره من أجل أن يتم تعلمه .

تعلم القواعد :

إن الستة أنواع للتعلم التى ناقشناها (التعلم الاشارى ، وتعلم العلاقة بين المثير ـــ الاستجابه ، التعلم التسلسلى ، والإرتباط اللغوى ، والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفهوم) هى أنواع قاعدية بسيطة للتعلم يجب أن تسبق نوعى التعلم الأرقى (تعلم القواعد ، وتعلم حل المشكلة) اللذين يعتبران جل أهتمام التربية الشكلية . إن تعلم القواعد هو القدرة على الإستجابة لفئة برمتها من المواقف (المثيرات) بفئة كاملة من الأفعال (الإستجابات) ويبدو تعلم القواعد على أنه نوع التعلم السائد الذى ييسر وظيفة الإنسان المترابطة الفعالة . فحديثنا ، وكتابتنا ، وأنشطتنا الروتينية اليومية وكثير من سلوكياتنا تحكمها قواعد قد تعلمناها . ومن أجل أن يتصل الناس ويتفاعلون ، ومن أجل أن

يقوم المجتمع بوظيفة بأى شكل ماعدا الفوضوية ، يجب أن يتعلم ويلاحظ غالبية كبيرة من الناس فئة هائله معقدة من القواعد . إن كثيرا من تعلم الرياضيات هو تعلم قواعد . فعلى سبيل المثال نحن نعلم أن ٥ × ٦ = ٦ × ٥ ، ٢ × ٨ = ٨ × ٢ ؛ ومع ذلك بدون أن تعلم القاعدة التى يمكن أن تقدم عن طريق ا × ب = ب × ا $[a \times b = b \times a]$ قد لا نستطيع التعميم أكثر من مشكلات الضرب المعينة تلك التى تمت محاولتنا معها . فمعظم الناس يتعلمون ويستخدمون فى البداية قاعدة أن الضرب إبدالى دون قدرتهم على صياغتها ، وعاده دون إدراك بأنهم يعرفون القاعدة ويطبقونها . ومن أجل مناقشة هذه القاعدة فإما أن تعطى فى صيغة لفظية أو رمزية مثل « إن الترتيب الذى يجرى به عملية الضرب لا يؤثر فى النتيجة » أو لجميع الأعداد ا ، ب $[a \text{ and } b]$ ا × ب = ب × ا $[a \times b = b \times a]$

هذه القاعدة المعينة ، والقواعد بصفة عامه يمكن النظر إليها كفئات من العلاقات بين فئات من المفاهيم .

قد تكون القواعد من أنواع مختلفة ودرجات مختلفة من التعقيد . فبعض القواعد تعريفات وقد ينظر إليها كمفاهيم معرفه . فالمفهوم المعرف ن! = ن(ن - ١)(ن - ٢) ... ٢ × ١ $[n! = n(n-1)(n-2) \cdots (2)(1)]$ هو قاعده توضح كيف تعامل الرموز ن! $[n!]$. والقواعد الأخرى هى سلاسل لمفاهيم مترابطة ، مثل القاعدة بأنه فى غياب رموز التجميع يجب أن تجرى العمليات الحسابية فى الترتيب المتتابع × ، ÷ ، + ، — وتعطى القواعد الرياضية الأخرى فئات من الاستجابات لفئات من المثيرات . فتعطى الصيغة التربيعية فئة غير محدوده من الاستجابات ، إستجابة واحده لكل منها لفئة غير محدوده من معادلات الدرجة الثانية . وكل معادلة معينة من الدرجة الثانية هى مثير تحتوى على سلسلة مفاهيم ، وكل حل هو إستجابة مكونه من سلسلة من المفاهيم .

وكما لوحظ من قبل ، هناك فرق بين صياغة القاعدة واستخدامها بطريقة صحيحة . إن مجرد صياغة الطالب للقاعدة لايعنى أن قد تعلمها بمعنى إمتلاكه لمقدرة إستخدامها . وبالعكس ، فمن الممكن أن تستخدم القاعدة بطريقة صحيحة دون القدرة على صياغتها . فكل شخص تقريبا يمكن أن يتذكر تتابع الرموز س = (-ب ± √(ب٢ - ٤ا حـ)) / ٢ا $\left[x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$ ولكن بدون تعلم إضاف قليل من الناس يستطيع تطبيقها بطريقه صحيحة .

فمعظم الناس يستخدمون قاعدة الضرب التبادلية ، ولكن قليل من الناس يمكن صياغة هذه القاعدة « أن الضرب تبادلى » أو ا × ب = ب × ا $[a \times b = b \times a]$

إن معلمى الرياضيات فى حاجة بأن يكونوا على وعى بأن القدرة على وعى بأن القدرة على صياغة تعريف أو كتابة قاعدة على صفحة من الورق يعتبر مؤشرا ضعيفا لما إذا كان الطالب قد تعلم القاعدة فإذا كان على الطلاب أن يتعلموا قاعدة ما فيجب أن يكونوا قد تعلموا من قبل سلاسل المفاهيم التى تؤلف القاعده . إن شروط تعلم القاعدة تبدأ بتحديد السلوك المتوقع من المتعلم من أجل التحقق بأن القاعدة قد تم تعلمها . ويتم تعلم القاعدة عندما يستطيع المتعلم تطبيق القاعدة بطريقة مناسبة وصحيحه فى عدد من المواقف المختلفة . وقد أعطى روبرت جانييه فى كتابة شروط التعلم The Conditions Of Learrning (1970) خمس خطوات تعليمية متتابعة لتدريس القواعد :

الخطوة الأولى :

إخبر المتعلم بشكل الأداء المتوقع عندما يتم التعلم .

الخطوة الثانية :

إسئل المتعلم بطريقة تتطلب إعادة صياغة (إسترجاع) المفاهيم المتعلمة من قبل والتى تكوّن القاعدة .

الخطوة الثالثة :

إستخدم عبارات لفظية (تلميحات) تقود المتعلم لوضع القاعدة كسلسلة من المفاهيم بالترتيب الصحيح .

الخطوة الرابعة :

إسأل المتعلم أن « يبين » بأمثلة أكثر تجسيداً القاعده .

الخطوة الخامسة :

(إختيارية ، ولكن مفيده للتعليم التالى) : أطلب من المتعلم بسؤال مناسب أن يضيع القاعدة لفظيا .

تعلم حل المشكلات :

كما يتوقع الفرد ، يعتبر حل المشكلات نوعاً من التعلم ذى ترتيب أعلى وأكثر تعقيدا عن تعلم القواعد ، وإكتساب القاعدة هو متطلب سابق لحل المشكلات . ويتضمن حل المشكلات إنتقاء فئة من القواعد وسلسلتها بطريقة فريدة للمتعلم ينتج عنها بناء فئة أعلى ترتيبا من القواعد التى كانت غير معروفة من قبل للمتعلم . وكلمات مثل إكتشاف ، وإبداع دائماً تكون مرتبطة بحل المشكلات ففى تعلم القواعد ، تكون القاعدة المراد تعلمها معروفة بدقه من حيث الشكل للمعلم الذى يبنى الأنشطة للطالب بحيث يتعلمها بالشكل الذى يعرفه المعلم ويطبقها بطريقة سليمة فى الوقت الصحيح . والقاعدة توجد خارج المتعلم الذى يحاول أن يدخل القاعدة الموجودة . ويحاول المتعلم فى حل المشكلات أن ينتقى ويستخدم قواعد سبق تعلمها ليكوّن حلا ما لمشكلة جديدة (على الأقل بالنسبة

للمتعلم) . والتعويض الروتيني بقيم الأعداد فى صيغة من الدرجة الثانية لا تعتبر مثالا لحل المش
بالنسبة لجانييه ومعظم منظرين التعلم . فمثل هذ الأنشطة الروتبنية تتضمن فقط إستخدام قاعدة سبق
تعلمها .

ومثال لحل مشكلة جديدة هو صيغة من الدرجة الثانية لم يرها الطالب من قبل ، وتطوير هذه الصيغة للحل بالصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية ا س٢ + ب س + حـ = صفر [$ax^2 + bx + c = 0$] . مثل هذا الطالب قد يكون من الواجب عليه إنتقاء مهارة إكمال المربع لمقدار ثلاثى الحدود مما لديه من مهارات وتطبيق هذه المهاره بطريقة سليمة لتطوير صيغة الدرجة الثانية . والطالب الذى يشتق صيغة الدرجة الثانية بإجراء فئة من تعليمات المعلم فهو يتعلم قاعدة . والمحك لحل المشكلات هو أن الطالب لم يحل من قبل تلك المشكلة المعنية ، وبرغم هذا قد تكون هذه المشكلة حلت من قبل بواسطة كثير من أناس آخرين .

تتضمن مشكلات العالم الحقيقية عادة خمس خطوات : (١) تقديم المشكلة فى شكل عام ، (٢) إعادة صياغة المشكلة فى تعريف إجرائى (٣) تكوين الفروض والخطوات البديله التى تعتبر طريقة مناسبة لمهاجمة المشكلة ، (٤) إختبار الفروض وإجراء الخطوات للحصول على حل أو فئة من الحلول البديله ، (٥) تقرير أى من الحلول الممكنة أكثر مناسبة ، أو التحقق من أن حل واحد هو الصحيح .

وقد تكون المشكلة الجديدة لمعظم الناس هو تحديد كم من الماء ينساب من نهر النيل فى عام ما وهذه هى الخطوة (١) ، صياغة عامة للمشكلة . أفترض شخص ما يحاول حل المشكلة مفضلا ذلك على معرفة الإجابة من كتاب ، فالخطوة الثانية هى إعادة صياغة المشكلة بطريقة أكثر دقة إجرائية والتى قد تقترح كيفية حل المشكلة . وبعد أخذ المشكلة فى الإعتبار لفترة من الزمن قد يقرر من يحل المشكلة إجراء الخطوة الثانية بإعادة صياغة المشكلة كالآتى « ما المساحة التقريبية للأرض التى تغمرها مياه النيل ، وما المتوسط التقريبى للأمطار التى تهطل سنويا على هذه الأرض » . وهناك تعريف إجرائى آخر هو « ما المساحة التقريبية لقطاع عرضى للنيل بالقرب من مصبه وما المعدل التقريبى لانسيابه عند هذه النقطة ؟ » والآن قد صيغت المشكلة بأسلوب يقترح طرق الحل . وفى الخطوة (٣) قد يقرر من يحل المشكلة تقدير المقطع العرضى للنهر ليكون عرضه ميلا واحدا بمتوسط عمق ٣ قدام ، بمعدل انسياب $\frac{1}{4}$ ١ ميل / ساعة . وربما يقدر أيضا مساحة المستجمع الذى يمد النهر بماء المطر ، ومتوسط هطول الأمطار سنويا فوق هذا المستجمع . زقد يقرر أن هناك متغيرات أخرى تهمل ، أو أنها تلاشى بعضها وليس لها تأثير ذى دلاله على المشكلة . والخطوة الرابعة هى حل المشكلة بإستخدام التعريف الإجرائى ؛ وهذا يستلزم بالضروره إستخدام قواعد تقريب القياسات ، وقواعد إيجاد الحجم ، وقواعد حسابية متعدده ومختلفة ، والخطوة الخامسة فى هذا المثال يمكن إجراؤها بمقارنة الحلول التى تحصل عليها من استخدام كل تعريف إجرائى . فإذا كان هناك حلين قريبين من بعضهما فربما يقرر من يحل المشكلة أن الحل مقبول لأسباب غير فنيه .

يمكن أن نرى من هذا المثال لحل المشكلة أن القواعد التى سبق تعلمها يُحتاج اليها فى حل المشكلات ، ولكن يكوّن من يحل المشكلة قاعدة فريدة (لهذا الشخص) من رتبة أعلى وهى طريقة التقدم من الصياغة العامة للمشكلة الى حل معقول . فإذا ما سئل الشخص الذى حل مكشلة نهر النيل ليحدد كمية المياه التى تنساب من نهر أوهايو فى عام واحد ، فقد يستخدم الإستراتيجية العامه لحل المشكلة التى كونها فى حل مشكلة نهر النيل لحل مشكلة نهر أوهايو . وقد يكون حل المشكلة الثانية عن نهر أوهايو موقف مشكل لطالب آخر لم يواجه قط نوع هذه المشكلة . ولكنها قد تكون تطبيق روتينى كمهاره سبق تعلمها بالنسبة للأول الذى قام بحل المشكلة .

مراتب التعلم

طبق جانيية نظريته ـــ وقد نوقشت أجزاء منها فى هذا الفصل ـــ لبناء مدرجات معينة لتعلم الرياضيات فيما يتعلق بتعلم حل المشكلة ، وتعلم القواعد . ومدرج التعلم لحل المشكلات أو لتعلم القواعد هو تركيب يتكون من تتابع لقدرات أدنى فى الرتبه وتعتبر كمتطلبات قبلية يجب على الطالب أتقانها قبل أن يتعلم المهمه الأعلى فى الرتبة . وقد وصف جانييه التعلم على أنه تغير قابل للملاحظة فى سلوك الناس ، وتتكون مدرجاته فى التعلم من قدرات يمكن ملاحظتها وقياسها . ووفقا لجانييه ، إذا تعلم شخص ما فإن هذا الشخص يمكنه إجراء بعض الأنشطة التى لم يكن باستطاعته من قبل إجرائها . ولما كانت معظم الأنشطة فى الرياضيات تتطلب تعلم سابق قابل للتحديد والملاحظة ، فإن موضوعات الرياضيات تعير نفسها لتحليل المدرجات . فعند تخصيص مدرج ما للتعلم لمهارة رياضية ليس عادة من الضرورى أخذ جميع المهارات الأدنى فى الرتبة . عادة ، ولكن ليس دائما ، يكون معلم الرياضيات على حق عندما يفترض أن جميع الطلاب فى الفصل قد اكتسبوا بعض القدرات الرياضية البسيطة التى تعتبر متطلبات قبليه للتمكن من المهارات الأعلى فى الرتبه .

إن بناء مدرج تعلم الموضوع فى الرياضيات أكثر من مجرد وضع خطوات لتعلم القاعدة أو حل المشكلة . ويعتبر إعداد قائمة بالخطوات نقطة بداية جيده ؛ ومع ذلك فإن المواصفات المميزه لمدرج تعلم هو شكل شجره مقلوبة لقدرات أدنى وأعلى فى المرتبة التى أن يمكن يقوم ببيانها الطالب أو يقيسها المعلم . وشكل ٢ ـــ ١ هو مدرج تعلم يحتوى على قائمة مرتبة من الخطوات يمكن إستخدامها فى إشتقاق صيغه الدرجة الثانية ، وشكل ٢ ـــ ٢ هو مدرج تعلم للقدرات التى تعتبر كمتطلبات قبليه مطلوبة لإشتقاق صيغه الدرجة الثانية . وسوف تلاحظ شكل ٣ ـــ ١ ليس أكثر من قائمة بالخطوات . ولم تعط القدرات الضرورية لتنفيذ هذه الخطوات ولا القدرات التى تعتبر كمتطلبات قبليه فى هذه القائمة .

مشكلة للحل

إشتق قانون حل معادلات الدرجة الثانية

الخطوة ١ : أكتب الصوره العامه لمعادله الدرجة الثانية .

إ س٢ + ب س + حـ = صفر [$ax^2 + bx + c = 0$]

الخطوة ٢ : أضف سالب حـ [c] لكل من طرف المعادلة .

اس٢ + ب س = ـ حـ $[ax^2 + bx = -c]$

الخطوة ٣ : إقسم طرف المعادلة على ا [a]

س٢ + (ب/ا) س = ـ (حـ/ا) $\left[x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}\right]$

الخطوة ٤ : اكمل المربع

س٢ + (ب/ا) س $\left[x^2 + \frac{bx}{a}\right]$ بإضافة (ب٢/٤ا٢) $\left[\frac{b^2}{4a^2}\right]$ لكل من طرف المعادله

س٢ + (ب/ا) س + (ب٢/٤ا٢) = ـ (حـ/ا) + (ب٢/٤ا٢) $\left[x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}\right]$

الخطوة ٥ : ضع الطرف الأيمن على صوره مربع كامل وإجمع الطرف الأيسر .

(س + ب/٢ا)٢ = (ب٢ ـ ٤ا حـ)/٤ا٢ $\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$

الخطوة ٦ : أوجد الجذر التربيعى لطرف المعادلة .

س + ب/٢ا = √((ب٢ ـ ٤ا حـ)/٤ا٢) $\left[x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right]$

الخطوة ٧ : أضف ـب/٢ا $\left[\frac{-b}{2a}\right]$ للطرفين وضع الطرف الأيسر فى أبسط صوره .

س = (ـب ± √(ب٢ ـ ٤ا حـ))/٢ا $\left[x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

شكل ٢ ـــ ١ قائمة بالخطوات المستخدمة لإشتقاق صيغه الدرجة الثانية .

اشتقاق صيغه الدرجة الثانية

اكتب الصوره العامة لمعادلة الدرجة الثانية

حل المعادله العامه للدرجة الثانية

ميز وصنف الأسس

طبق علامه التساوى

إفصل وطبق عمليات الحساب

صنف الثوابت الإختيارية والمتغيرات

اكمل المربع للمقدار ثلاثى الحدود

حل معادلة تربيعية كاملة من الدرجة الثانية

أضف أو أطرح نفس العدد من طرفى المعادلة

أوجد الجذر التربيعى لطرفى معادله ما

بسط التعبيرات الجذرية

أضرب وإقسم أحاديات الحد

حل مربع كامل للمقدار ثلاثى الحدود

إضرب ثنائيات الحدود

إضرب وإقسم أحاديات الحد

إفصل وصنف المربع الكامل للمقدار ثلاثى الحدود

أضرب وإقسم ثوابت إختيارية

أضف وأطرح ثوابت إختيارية

المقدرات الأدنى رتبه التى يفترض أن يتقنها جميع الطلاب الذين يدرسون الجبر .

يعتبر شكل ٣ ــ ٢ مدرج تعلم لأن كل من القدرات الأدنى والأعلى مرتبة قد وضعت فى علاقتها المناسبة لبعضها البعض . ويمكن النظر إلى شكل ٣ ــ ٢ كتقريب أولى لمدرج تعلم لحل معادلة من الدرجة الثانية . وأخذ القدرات التى تعتبر متطلبات قبليه بعناية أكثر ، والبحث مع الطلاب يمكن ان ينتج عنه مدرج أكثر دقه لقدره حل المشكلات هذه . ومع ذلك ، فالمدرج الموضح فى هذا الشكل وكذلك المدرجات الأخرى يمكن أن يضعها معلم الرياضيات بسهولة ويمكن أن تساعد فى تحديد إستعداد الطالب لهذه المشكلة ولأنشطة أخرى لحل المشكلات . ويمكن أن تكون مدرجات التعلم الجيده وحتى العامية جداً منها مفيده للمعلمين فى اعداد إستراتيجيات التقويم القبلى لتقويم إستعداد الطالب لتعلم موضوع فى الرياضيات .

ملاحظة أخيره عن جانييه

إن تقسيم جانييه للتعلم فى ثمانية أنواع من الأبسط (التعلم الإشارى) وخلال الأنواع المتقدمة الأكثر تعقيداً (تعلم العلاقة بين المثير ــ الاستجابه) والتعلم التسلسلى والترابط اللغوى ، والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفاهيم ، إلى الأنواع الأعلى فى الترتيب (تعلم القواعد ، وتعلم حل المشكلة) هو طريقة مفيدة وصادقه للنظر إلى التعلم . ومع ذلك فالتعلم لا يتقدم عاده فى تتابع من خطوات سهله التحديد والتعيين ، ولا تحدث أنواع التعلم المتنوعة فى تتابع زمنى مثل مراحل بياجية للنمو العقلى . فكل أنواع التعلم الثمانيه يمكن أن تحدث كلها آنيا ولكن مع قليل من الناس خلال حياتهم . ويجب عليك كمعلم أن تفهم أنواع التعلم المختلفة لجانييه وتنتقى إستراتيجيات التدريس وأنشطة حجرة الدارسة التى ترتقى بكل نوع من التعلم عندما يبدو هذا النوع مناسبا لتعلم موضوع فى الرياضيات تقوم بتدريسه . وتتطلب معظم تتابعات التعليم / التعلم عديد من أنواع التعلم هذه التى ربما تتفاعل بطريقة شديدة التعقيد .

دينز وتعلم الرياضيات

استخدم زولتان ب . دينز Zoltan P.Dienes الذى تلقى تعليمه فى المجر وفرنسا وانجلترا ، خبراته وميوله فى تدريس الرياضيات ، وسيكولوجيه التعلم فى تطوير نظام لتدريسها . وقد طور نظامه الذى أسس جزئيا على سيكولوجية تعلم حين بياجيه فى محاولة منه لجعل ماده الرياضيات أكثر تشويقا وأيسر تعلما . ولخص البروفسيور دينز فيما يلى أرائه فى تعليم الرياضيات فى كتابه « بناء الرياضيات » .

من الصعب فى الوقت الحالى وجود عضو واحد من أعضاء مهنة التدريس والمختصين بتدريس الرياضيات فى أى مرحلة من مراحل الدراسة الذى يستطيع القول لنفسه وبأمانه بأن كل شىء على مايرام فى تدريس الرياضيات . هناك اعداد كبيرة من التلاميذ لا يحبذون (يكرهون) ماده الرياضيات ، وتزايد هذا الشعور كلما تقدموا فى العمر ، كما أن هناك الكثير ممن يجدون صعوبة بالغه فيما هو بسيط للغاية دعونا نواجه هذه الحقيقة : ان غالبيه الأطفال لا ينجحون فى فهم المعانى

الحقيقية للمفاهيم الرياضية ، فعلى أحسن الفروض ، فهم يصبحون حاذقين من معالجة الرموز المعقدة ، وعلى أسوئها لهم فى حيره من المواقف المستحيله التى تصنعهم فيها المقررات الرياضية فى المدارس . والاتجاه العام والمألوف هو « ذاكر لتنجح فى الامتحان ثم بعد ذلك لا تنال الرياضيات أى اهتمام يذكر وهذا الموقف ، فيما عدا استثناءات قليلة ، هو موقف عام لم يعد يثر أى مناقشة . فعادة ما ينظر إلى مادة الرياضيات على أنها مادة صعبة وخادعه ، فيما عدا حالات فردية قليلة حينما يحاول مدرسون ذو همه وحماسه جعلها ماده حيه ومشوقه ، وبهذا تصبح أقل صعوبة »

المفاهيم الرياضية

تعد الرياضيات فى نظر دينز دراسة للبنيات Study of Structures وتصنيفها وتوضيح العلاقات بينها ، وتنظيمها فى فئات . وهو يعتقد بإمكانية فهم كل مفهوم أو مبدأ رياضى فقط فى حالة تقديمه إلى التلاميذ من خلال العديد من الأمثلة الحيه والملموسة . ويعنى دينز بمصطلح مفهوم « بناء رياضى » وهو فى هذا يعد تعريفه أشمل من تعريف جانييه . وتبعا لوصف دينز ، هناك ثلاثة أنواع للمفاهيم الرياضية وهى : المفاهيم الرياضية البحته ، المفاهيم الرمزية Rotatianal ، والمفاهيم التطبيقية وتتعلق المفاهيم الرياضية البحته بتصنيف الأعداد والعلاقات بينها وهذه المفاهيم مستقلة ولا ترتبط بالطريقة التى يكتب بها العدد . ومثال ذلك الرقم سته ، ٨ ، الرقم ١٢ الذى يكتب بالحروف الرومانيه هكذا (١١ ×) ، ١١١٠ (أساس ٢) ، والشكل △△△△ كلها أمثله لمفهوم الرقم الزوجى ، ذلك رغم أن كل واحد من تلك الأمثلة تختلف كتابته عن الآخر .

المفاهيم الرمزية : هى خواص الاعداد التى تعد نتيجة مباشرة للطريقة التى تصور (تُمَثَّل) بها تلك الاعداد . فالرقم ٢٧٥ مثلا فى النظام ذى الأساس العشرى يعنى مائتين بالإضافة إلى سبع عشرات وخمسة فى خانه الآحاد وذلك تبعا للمكان الذى تتمثل فى وضع الأعداد فى نظام قوى ١٠ ويعد اختيار النظام الرمزى المناسب فى مختلف فروع الرياضيات عاملا هاما فى تطور ونمو مادة الرياضيات . ولا يخفى أن التطور الشديد البطء لعلم الحساب يرجع فى المقام الأكبر إلى الطريقة المعقدة التى استخدمها الأقدمون فى تمثيل الأعداد ، وكما اسلفنا فإن المشاكل التى حدثت فى تطوير التحليل الرياضى فى انجلترا قد نجمت عن اصرار الرياضيين البريطانيين على إستخدام النظام الرمزى الصعب الذى وصفه نيوتن فى علم التفاضل والتكامل بدلا من نظام ليبنز Leibniz الأكثر فعاليه .

المفاهيم التطبيقية : هى تطبيقات المفاهيم الرياضية البحته والرمزية على حل المشاكل فى علم الرياضيات وفى المجالات الأخرى المتصلة به . ويعد الطول ، والمساحة ، والحجم مفاهيم رياضية تطبيقية . ويجب تدريس المفاهيم الرياضية التطبيقية للطلاب بعد تدريبهم على المفاهيم الرياضية البحته والرمزية . كما أنه يجب تدريس المفاهيم البحته قبل الرمزية خوفا من أن يلجأ الطلاب إلى حفظ الانماط الرياضية الرمزية بدلا من محاولة فهم المفاهيم الرياضية البحته المتضمنة فيها . فالطلاب الذى يقعون فى اخطاء المعالجة الرمزية كما فى الأمثلة التالية يحاولون إستخدام المفاهيم الرياضية البحته والرمزية التى لم يستوعبوها تماما :

أمثلة للأخطاء :

٣س + ٢ = ٤ $[3x + 2 = 4]$

س + ٢ = ٤ − ٣ $[x + 2 = 4 - 3]$

$\frac{\text{س} + ٢}{٢}$ = س $[\frac{x + 2}{2} = x]$

ص^٢ . ص $[a^2 \cdot a^3 = a^6]$

$\sqrt{\text{س}^٢ + ٥}$ = س + $\sqrt{٥}$ $[\sqrt{x^2 + 5} = x + \sqrt{5}]$

ويرى دينز ان المفاهيم فن ابتكارى لا يمكن شرحه عن طريق نظرية المثير والاستجابة كما فى مراحل التعلّم عند جانييه . فهو يعتقد أن كل أنواع التجريد مبنيه على الحدس والتجارب الحسية ، وتبعا لذلك تبرز أهمية إستخدام المعامل الرياضية ، والأشياء للمعالجة اليدوية ، والألعاب فى تعليم الرياضيات . فلكى يتعلم الطالب الرياضيات ، أو عفى آخر لكى تتكون لديه المقدرة على تصنيف البنيات الرياضية وتوضيح العلاقات بينها ، يجب عليه أن يتعلم :

(١) تحليل البنيات الرياضية والعلاقات المنطقية بينها .

(٢) استخراج خاصة مشتركة من عده بنيات واحداث مختلفة ، ثم تصنيفها إلى مجموعات متجانسة .

(٣) تعميم البنيات الرياضية السابق تعلمها وذلك بالعمل على (مدها) إلى مجموعات أخرى لها خواص مماثلة للمجموعات الصغيرة السابق تعلمها .

(٤) إستخدام المجردات السابق تعلمها فى بناء مجردات أخرى أكثر تعقيدا .

مراحل تعلم المفاهيم الرياضية

يعتقد دينز ان تعلم المفاهيم الرياضية يتم فى مراحل متعاقبة تتشابه إلى حد ما مع مراحل بياجية للنمو المعرفى . فهو يفترض إن هناك ست مراحل لتدريس وتعلم المفاهيم الرياضية (١) اللعب الحر ، (٢) الألعاب (٣) البحث عن الخواص المشتركه (٤) التمثيل (٥) الترميز (٦) التشكيل أو الصياغة الشكلية .

١ ـــ المرحلة الأولى : اللعب الحر Free Play

تشتمل مرحلة اللعب الحر على أنشطة غير مباشرة وغير موجهه تسمح للطلاب بالتجريب والمعالجة اليدوية والمجردة لبعض مكونات المفهوم المراد تعلمه . وعلى قدر الامكان ، يجب أن تكون هذه المرحلة فى تعلم المفهوم حره ، غير مقيدة . ومع هذا ، ينبغى أنْ يوفر المدرس مواد متنوعة

وغنية فى متناول الطلبه . وتعد هذه المرحلة مرحله هامه فى مراحل تعلم المفهوم حتى وان بدت غير ذات قيمة فى نظر المدرس الذى تعود على تدريس الرياضيات بإستخدام طرق شديده التنظيم ففى هذه المرحلة يتعرف الطلاب أولا على كثير مكونات المفهوم الجديد خلال تفاعلهم مع بيئة التعلم التى تحتوى على أمثله ملموسة للمفهوم ، كما أنهم يكونون البنيه العقلية والإتجاهات التى تعدهم لتفهم البنية الرياضية للمفهوم .

المرحلة الثانية : الألعاب Games

وبعد فترة اللعب الحر لأمثلة عن المفهوم ، يبدأ الطلاب فى ملاحظة الأنماط والتناسقات المتضمنه فى المفهوم . وسيلاحظون أن هناك قواعد محدده تتحكم فى الوقائع ، وأن بعض الاشياء ممكنة ، بينما الأخرى مستحيلة . ويكون الطلاب على استعداد للألعاب وتجريب تغيير قواعد الألعاب التى يضعها المدرس ووضع العاب بأنفسهم ذلك عندما يكتشفون القوانين والخواص التى تحدد تلك الوقائع . وتسمح هذه الألعاب للطلاب بتجريب Parameles ، والتغييرات داخل المفهوم ، ولبدء تحليل البنيه الرياضية للمفهوم . وهناك العديد من الألعاب التى تساعد الطلاب على اكتشاف العناصر المنطقية والرياضية للمفهوم .

المرحلة الثالثة : البحث عن خواص مشتركة Searching Communalities

ربما لا يستطيع الطلاب اكتشاف البنية الرياضية التى تشترك فيها كل مكونات المفهوم حتى بعد قيامهم بالألعاب المختلفة مستخدمين العديد من المكونات الحسية للمفهوم . ولن يستطيع الطلاب تصنيف الأمثلة التى تندرج تحت المفهوم من الأمثلة التى لا تمثل هذا المفهوم إلا بعد إلمامهم بالخواص المشتركة لتلك الأمثلة . ويقترح دينز أن يساعد المدرسون تلاميذهم على إكتشاف الخواص العامه للبنيه فى الأمثلة الممثلة للمفهوم عن طريق توضيح ان كل مثال يمكن ان يترجم إلى كل مثال آخر دون تغيير الخواص المجردة التى تشترك فيها كل الأمثلة . وهذا يعنى ابراز الخواص المشتركة لكل مثال على حده وذلك بالاشاره فى نفس الوقت إلى أمثله عده .

المرحلة الرابعة : التمثيل Reprsentation

بعد ملاحظتهم للعناصر المشتركة فى كل مثال للمفهوم ، يحتاج الطلاب إلى أن معرفه مثال واحد للمفهوم ــ قد يقوم المدرس بتقديمة ــ يجمع كل الخصائص المشتركة الموجودة . فى كل مثال له . وقد يكون ذلك رسما توضيحيا ، او مثالا لفظيا أو شاملا . ومثل هذا المثال يساعدهم على فرز Sort ont العناصر المشتركة الموجودة فى كل الأمثلة الدالة على المفهوم . وعادة ما يكون مثل هذا المثال أكثر تجريدا من الأمثلة كلها مما يساعد الطلاب على فهم البنيه الرياضية المجردة التى يتضمنها المفهوم .

المرحلة الخامسة : الترميز Symbolization

يحتاج الطالب فى هذه المرحلة إلى تكوين الرموز اللفظية والرياضية المناسبة لوصف ما فهمه عن المفهوم . ومن المستحسن أن يبتكر كل طالب مثاله الرمزى لكل مفهوم ، ومع هذا يجب على

المدرسين التدخل فى اختيار طلابهم للنظام الرمزى لكى لا يكون هناك تعارضا مع الكتاب المدرسى المقرر . وقد يكون من المفيد السماح للطلاب بتكوين أمثلتهم الرمّزية أولا ثم مقارنتها بعد ذلك بالأمثلة الموجودة فى الكتاب المدرسى . ويجب أن يوضح للطلاب قيمة الأنظمة الرمزية الجيدة فى حل المسائل ، وفى برهنة النظريات وفى شرح المفاهيم .

ومثال ذلك ، قد يكون من السهل تذكر نظرية فيثاغورث إذا ما تم تمثيلها كالتالى : ا٢ + ب٢ = حـ٢ $[a^2 + b^2 = c^2]$ بدلا من شرحها لفظيا كالتالى : فى المثلث القائم الزاوية ، يكون مربع الوتر مساويا لمجموع مربعات الضلعين الآخرين . وإحدى الصعوبات التى تسببها التمثيل الرمزى لبعض القوانين ، والمعادلات والنظريات أن الشروط التى يمكن أن تستخدم فيها تلك القوانين والمعادلات والنظريات لا تكون دائما واضحة من هذا الترميز . ففى المثال السابق الخاص بنظرية فيثاغورث ، لا يوضح التمثيل الرمزى الشروط التى يمكن استخدام النظرية فيها ، فى حين أن النص اللفظى لها يوضح أن النظرية تنطبق على المثلثات ذات الزوايا القائمة . ويجد كثير من الطلاب ذو المقدرة على حفظ القوانين ، صعوبة فى ملاءمه القانون المناسب لكل مسأله رياضية معينه .

المرحلة السادسة : التشكيل Formalization

وبعد أن يتعلم الطلاب المفهوم والبنيات الرياضية المتصلة به عليهم ترتيب خصائص هذا المفهوم ومعرفه نتائجة فالخصائص الأساسية فى بنية رياضية هى بديهات هذا النظام ، والخصائص المشتقه هى النظريات ، بينما البراهين الرياضية هى الاجراءات المتبعة للوصول للنظريات من المسلمات ويقوم الطلاب فى هذه المرحله ، بفحص نتائج المفهوم وإستخدامها فى حل المسائل الرياضية البحته والتطبيقية .

الالعاب

يعتقد دينز بأهميه الألعاب فى تعلم المفاهيم الرياضية من خلال المراحل الست السابقه لتنمية المفهوم . وهناك أنواع ثلاثة للألعاب . الأولى : الالعاب التمهيدية التى يقوم بها الطلاب من أجل المتعه وبدون توجيه من المعلم ، وغالبا ما تكون غير رسميه Informal ، ويقوم الطلاب بتأليفها وهى أما ألعاب فردية أو جماعية . أما الألعاب المنظمة Structured ، فهى تلك الألعاب التى تستخدم فى المرحلة الوسطى من تعلم المفهوم حيث يقوم الطلاب بفرز العناصر التى تكون المفهوم . ومثل هذه الألعاب تصمم لأهداف تعليمية معينة ، وبإمكان المدرس نفسه تصميمها أو شراؤها من الشركات المتخصصه فى إنتاج المواد التعليمية الرياضية . وفى المراحل الأخيرة لتنمية المفهوم حيث يدعم الطلاب المفاهيم ويطبقونها ، تصبح الألعاب التدريبية مفيدة فى التدريب على حل المسائل ، وفى مراجعة المفاهيم أو تطبيقها .

مبادىء تعلم المفهوم

يلخص دينز فى كتابه « بناء الرياضيات » نظامه فى تدريس الرياضيات فى أربعة مبادىء عامة لتدريس المفاهيم . وتعد المراحل الست فى تعلم المفاهيم تطويرا وتعديلا لهذا المبادىء الأربعة .

١ ــ المبدأ الديناميكى :

يجب توفير الألعاب بأنواعها التمهيدية والمنظمه ، والتدريبية ــ كخبرات لازمة يمكن من خلالها بناء المفاهيم الرياضية ، طالما أن كل نوع منها يقدم للطالب فى الوقت المناسب .

وسوف نرى فيما بعد كيف يمكن تحسين هذا التقسيم ويجب استخدام مواد وأدوات عديدة فى مثل تلك الألعاب ثم تقديم الألعاب العقلية بالتدريج وذلك لإعطاء مذاق للالعاب الأكثر ابهاراً ، ألا وهى الألعاب البحتية الرياضية .

٢ ــ المبدأ التشييدى (البنائى) :

فى تنظيم الألعاب ، يجب أن البناء التحليل ــ ولا يوجد مثل هذا التنظيم فى تعليم التلاميذ حتى العام الثانى عشر من عمرهم .

٣ ــ مبدأ التغير الرياضى :

يجب تعلم المفاهيم المتضمنة لمتغيرات من خلال خبرات تتضمن هى الأخرى أكبر عدد ممكن من تلك المتغيرات .

٤ ــ مبدأ المتغيرات الادراكى أو مبدأ التضمين المتعدد :

يجب تقديم نفس البنية الاداركية فى شكل العديد من الأنماط الإدراكية المتكافئه ، وذلك من أجل إفساح المجال للتغيرات الفردية فى تكوين المفهوم وايضا للحث على معرفة الماهية الرياضية (الجوهر) للتجريد .

تطبيق نظرية دينز على درس

عند التخطيط لدرس من دروس الرياضيات لتطبيق المراحل الست لدينز فى تعلم المفاهيم ، ربما تجد أن مرحلة من تلك المراحل ــ غالبا مرحله اللعب الحر ــ لا تناسب تلاميذك ، أو ربما يمكن دمج أنشطة مرحلتين أو ثلاث فى نشاط واحد . وقد يكون من المفيد إستخدام أنشطة تعليمية فريدة لكل مرحله على حده خاصة عن تدريس تلاميذ المرحلة الابتدائية ، وقد يمكنك اغفال بعض تلك المراحل فى تدريس بعض المفاهيم لطلاب المرحلة الثانوية . ويعد نموذج دينز مرشدا فى تدريس الرياضيات ليس مجموعة من التعليمات التى يجب أن تنفذ حرفيا .

فى هذا الجزء سوف نناقش مفهوم ضرب الاعداد الصحيحة السالبة Negatve كمثال عن كيفية إستخدام مراحل دينز فى تخطيط الأنشطة التعليمية والتدريسية . وحيث أن كل الطلاب تقريبا

يتعلمون جمع وطرح الاعداد الصحيحة الموجبة قبل تعلمهم لعملية الضرب ــ وهنا سوف نفترض أن تلك المفاهيم والمهارات قد تم تعلمها .

ويمكن للمدرس أن يبدأ مرحلة اللعب الحر عند تدريسه لتلاميذ الصف السادس أو السابع بمناقشة العمليات الحسابية الخاصة بالاعداد الصحيحة الموجبة وعن الخواص الجبرية لها . وقد يناقش المدرس أيضا جمع وطرح الاعداد الصحيحة والخواص التبادلية والترابطية لعملية الجمع أو قد يختار مراجعة عامه بدلا من مرحله اللعب الحر ، أو قد يجمع مراحل اللعب كلها فى العاب متعددة مثل المثال البسيط التالى الذى يستخدم فيه المدرس بطاقات مثل ورق اللعب (الكوتشينه) ، بحيث يعطى كل خمسه طلاب مجموعة فيها ويعطى لكل طالب فى كل مجموعة أربع ورقات . ويمكن أن يضع الطالب البطاقات فى أزواج ثم يجمع ناتج الزوجين ، ويعد الطالب فائزاً بالدور إذ أستطاع الحصول على أعلى ناتج الزوجين لتربية الأوراق وتعد الأرقام على البطاقات ذات العلامة السوداء (Clubs A Spades) اعداد موجبه ، بينما الاعداد على البطاقات ذات العلامة الحمراء (القلب ، والدنيارى) تعد أعداداً سالبة . وبالتالى سوف يواجه الطلاب مشكلة تجميع البطاقات السالبة ليحصلوا على أرقام أو نتائج موجبة . وقد يتفق الطلاب فى مجموعاتهم على قواعد مختلفة لمعالجة ناتج عددين سالبين مثال ذلك يمكن إستخدام العددين ٢ ، ٤ على البطاقات السوداء ، والعددين ٧ ، ٥ على البطاقات الحمراء لتكوين التالى :

$$(٢ \times ٤) + (ــ ٧ \times ــ ٥) = ٤٣$$

وذلك إذا ما تم التوصل إلى القاعدة الصحيحة التى تنص على أن ناتج عددين سالبين يكون عدداً صحيحاً موجباً . أما إذ لم يتم التوصل إلى تلك القاعدة ، فلن تساعد الاوراق السالبة الطالب على الفوز بالدور . وسوف يسأل بعض التلاميذ بعضهم البعض أو المدرس عن كيفية الحصول على أعداد صحيحة سالبة .

ويمكن للمدرس تقويم مجموعة من المسائل تتضمن البحث عن الخواص المشتركه وذلك عن معالجة ناتج عددين سالبين كما يمكن مناقشة المسائل التالية فى الفصل .

(١) افترض أن الناس الاشرار أعداد سالبة ، وإن الناس الطيبين أعداد موجبة . وافترض أيضا أن الانتقال للعيش فى مجتمع ما اعداد موجبة ، بينما الخروج منه اعداد سالبه . فما هو الرقم الناتج عند ترك خمسة أشخاص شرار لجماعتين مختلفتين ؟ وعلى الفصل أن يقرر أن تلك الأحداث تشكل عشرة أعداد موجبه .

(٢) ما تأثير سحب دين مقداره ثلاثة دولارات أربع مرات على حسابك الجارى ٢ هنا سوف يلاحظ العديد من الطلاب أن هذا التأثير يعادل أثنى عشر دولاراً موجبة .

٣ - أكمل هذا الجدول :

-٣ × ٣ = -٩

- ٣ × ٢ = - ٦

- ٣ ×صفر = صفر

- ٣ × ١ = - ٣

- ٣ × - ١ = ؟

- ٣ × - ٢ = ؟

- ٣ × - ٣ = ؟

(٤) - ٣ × (٧ + -٢) + (-٣ × ٧) +(-٣ + -٢ =-٢١ + [?]

لكن

-٣ × (٧ + -٢) = -٣ + ٥ = -١٥

إذن : ماهو العدد الممثل بعلامة الاستفهام [?]

ويمكنك كمدرس لماده الرياضيات أن تكون أمثلة أخرى توضح **أن ناتج عددين صحيحين** سالبين هو عددا صحيحاً موجبا .

وفى مرحلة التمثيل فى تكوين مفهوم ضرب الأعداد الصحيحة السالبة ، يجب أن يكون لدى الطلاب القدره مع ملاحظة رسما توضيحياً يمثل هذا المفهوم دروس الخاصة العامه لضرب عددين صحيحين سالبين . والرسم التوضيحى التالى (شكل ــ ٣٠٣)هو احدى الطرق لبيان ان ناتج عددين سالبين عددا ايجابيا وفى مرحلة الترمير ، يصبح لكل طالب القدرة على شرح الرسم التوضيحى فى شكل (٢ - ٣) واستخدامه لبيان امثلة عن المفهوم وعلى الطالب ان يشرح ان هذا الرسم يوضح أن ناتج عددين سالبين عددا موجبا . وذلك لتصبح خاصية التوزيع صحيحة بالنسبه لضرب وجمع الأعداد الصحيحة واخيرا يجب أن يتبنى الفصل النظام الرمزى لأى عدد صحيح موجب ا ، ب (-ا)(-ب) = + أ ب $[a \text{ and } b, (-a)(-b) = +ab]$ س ، ص ، ن ، س (ص + ن) = س ص + س ن $[x, y, z, x(y + z) = xy + xz]$

ويصل المفهوم إلى مرحلة التشكيل النهائى حينما يصل الطالب إلى أن الجملة التالية هى حقيقة بديهية :

ناتج عددين صحيحين سالبين عددا موجبا والنظريات مثل

ص × ن = ن × ص ، $[y \times z = z \times y]$ ، س(ص + ن) = س ص + س ن

$[\text{and } x(y + z) = xy + xz]$ كما فى السطر الثالث يمكن أيضاً عرضها وبرهنتها .

$$^{-}\bigcirc \times \left[\,^{+}\triangle + {}^{-}\square\,\right] = \left[\,^{-}\bigcirc \times {}^{+}\triangle\,\right] + \left[\,^{-}\bigcirc \times {}^{-}\square\,\right]$$

$$\| \qquad\qquad\qquad\qquad \|$$

$$^{-}\left[\,\bigcirc \times \text{⬡}\,\right] = {}^{-}\left[\,\bigcirc \times \triangle\,\right] + {}^{+}\left[\,\bigcirc \times \square\,\right]$$

$\bigcirc$ = أى عدد صحيح

$\square$ = أى عدد صحيح

$\triangle$ = أى عدد صحيح أكبر من $\square$

⬡ = هو العدد الصحيح $\square - \triangle$

شكل ٢ - ٣

شكل تمثيلى لمفهوم ان ناتج عددين صحيحين سالبين عدد صحيح موجب

يمكن تلخيص طريقه دنيز فى تدريس وتعلم الرياضيات فى القائمة التالية للمبادىء الفرعية النابعه من مبادئه الأربعة لتعلم المفاهيم .

١ – تبنى الرياضيات على الخبرة ، ويتعلم الطلاب الرياضيات باستخراج المفاهيم والانماط الرياضية من الخبرات الحقيقية .

٢ – هناك عملية طبيعية ثابته يجب على الطلاب اتباعها عند تعلم المفاهيم الرياضية . وهذه العملية تتضمن التالى :

أ – فترة لعب وتجريب تتضمن إستخدام المواد الملموسة والأفكار المجردة .

ب ترتيب تلك الخبرات فى إطار عام ذى معنى

جـ – ومضه من التبصر عندما يفهم الطالب المفهوم فجأة

د – مرحله التدريب لترسيخ المفهوم وذلك لكى يصبح الطالب قادرا على تطبيقه واستخدامه فى خبرات جديدة لتعلم ماده الرياضيات .

٣ – الرياضيات فن خلاق ، يجب تدريسها وتعلمها على أنها كذلك .

٤ – يجب ربط المفاهيم الرياضية الجديدة بالمفاهيم والبنيات السابق تعلمها وذلك لكى ينتقل اثرا التدريب من التعلم السابق للتعلم اللاحق .

٥ – لكى يتعلم الطالب الرياضيات يجب أن تصبح لديه القدرة على ترجمة موقف حى او حدث ما إلى معادلة (شكل) تجريدى رمزى .

نظرية أوزبل فى التعلم اللفظى ذى المعنى

فى الخمسنيات هذا القرن ، أصبح كثير من المربين المتخصصين فى مادة الرياضيات يعتقدون أن طريقه المحاضرة السائده فى تدريس الرياضيات تؤدى إلى تعلم استظهارى غير ذى معنى للطلاب . وفى الستينيات ، ومع ظهور برامج الرياضيات التى تؤكد على تعلم المفاهيم وتدريسها فى المدارس ، بدأ التعلم اللفظى المباشر لايحظى بالاهتمام الكافى ، حيث بات يعتقد الكثير ان هذا النوع من التعلم يؤدى إلى الحفظ والاستظهار ، فى حين أن طرقا اخرى للتدريس قبل التعلم بالاكتشاف ، Inqwiry والطريقة المعملية بدت على أنها اكثر الطرق ملاءمه لتدعيم وتعزيز التعلم زى المعنى . ورغم ذلك هناك البعض الذى مازال يرى أن طريقه المحاضرة قد اثبتت نفعها بدرجة معقولة فى الماضى ، ولهذا لايمكن اغفالها واتهامها بأنها طريقه سيئة فى التدريس . وخلال تلك الفترة كان ديفيد اوزبل David Oushbel المنظر فى مجال التعلم ينادى أن التدريس المباشر هو الطريقة الوحيدة الفعاله فى نقل الاكتشافات المتراكمه للأجيال السابقة اللامتناهية لكل جيل جديد ، وأن كثيراً من الطرق الحديثة المشهورة ليست فقط غير ذى كفاءة ، بل غير فعاله فى ترسيخ التعلم ذى المعنى وتتضمن نظرية أوزبل عن التعلم اللفظى ذى المعنى اجراءاً للتدريس المباشر الفعال . ويعتقد أوزبل أن المحاضره أو طريقة التدريس المباشر طريقة تدريس فعاله ، وأن على التربويين تكريس جهد اكثر لتطوير أساليب التدريس المباشر الفعّال .

وتظهر حاليا الدراسات الخاصة بالمهارات الرياضية لدى التلاميذ والشباب مثل الدراسات التى اجرتها الرابطة القوميه للتقدم التربوى (NAEP) ضعفا فى مستوى تطبيق المهارات الرياضية ، مما أستدعى الكثير إلى التساؤل عن جدوى برامج الرياضيات الجديدة وطرق التدريس الجديدة أيضا . وتظهر دراسة أجرتها الرابطة القومية للتقدم التربوى والمنشورة فى رسالتها الاخبارية فى نفس العام – تظهر تلك الدراسة أن أقل من نصف الطلاب البالغ عمرهم ١٧ عاما ، والشباب فى الفترة العمريه من ٢٦ – ٣٥ عاماً ، بإمكانهم حل المسائل الحسابية البسيطة فى الحياة العادية . وكانت هناك دراسة سابقة لنفس الرابطة بينت أن الشباب فى نفس المجموعات العمرية السابقة قد أظهروا كفاءة ملحوظة فى حل المسائل الحسابية المأخوذة من الكتاب المدرسى المقرر . ويعنى هذا قصور فى تدريس التطبيقات ذات المعنى لمادة الحساب فى الحياة العادية . وقد تعطى مثل هذه المشكلة بعض التأييد

لرأى أوزبل عن طرق التدريس غير المباشرة التى قدلا تؤدى بالضرورة لتعلم اجراءات حل المشكلات ذات المعنى .

التعلم بالتلقى والتعلم بالاكتشاف ، التعلم ذو المعنى والتعلم الاستظهارى

تتضمن نظرية أوزبل عن التعلم اللفظى ذى المعنى تبريرا لاستخدام التدريس المباشر وتوضح كيف يمكن تنظيم الدروس القائمه على المحاضرات لتدريس بنيه نظام معرفى ، مما يجعل التعلم اكثر معنى للطلاب . وبصفته مؤيدا للتدريس المباشر والتعلم اللفظى ، يوضح اوزبل كيف أن التعلم بالتلقى يمكن ان يكون ذا كفاءه وذا معنى . ورغم هذا ، فبعض نقاد التعلم بالتلقى وبعض مؤيدى التعلم بالاكتشاف يدعون أن التعلم بالتلقى عاده ما يكون تعلما استظهاريا ، بينما التعلم بالاكتشاف غالبا ما يكون تعلما ذا معنى بالنسبه للطلاب . ونتيجه لذلك . تحتوى العديد من كتابات اوزبل على مناقشة التعلم بالتلقى فى مقابل التعلم بالاكتشاف ، والتعلم ذو المعنى فى مقابل التعليم الاستظهارى والتى يرفض فيها مثل تلك الادعاءات .

يصف اوزبل التعلم بالتلقى والتعلم بالاكتشاف فى مقال له نشر فى مجلة مدرس الرياضيات فى فبراير ١٩٦٨ :

ليس من العسير فهم الفرق بين التعلم بالتلقى والتعلم بالاكتشاف . ففى حاله التعلم بالتلقى تقدم المادة الرئيسية المراد تعلمهاللمتعلم فى الشكل النهائى لها . ولايتضمن التعلم أى اكتشاف من جانب المتعلم ، حيث أن المطلوب منه فقط هو استيعاب الماده وادخالها فى بنيته المعرفية بحيث يصبح من السهل استرجاعها مستقبلا . ومن الناحية الأخرى فالميزه الرئيسية للتعلم بالاكتشاف هى أن الماده لا تقدم للمتعلم بل عليه اكتشافها قبل أن يستوعبها ومن هنا فالمهمه التعليمية هى أكتشاف شيء ما وبعد أكتمال تلك المرحلة ، يتم استيعاب المادة التعليمية وادخالها فى البينة المعرفية مثلما يحدث فى التعلم بالتلقى

والشرح التالى أورده أوزبل عن الفرق بين التعلم الاستظهارى والتعلم ذى المعنى فى مقال نشر له فى عدد يناير ١٩٦١ من مجله النظرية التربويه Educational Theory

« غالبا ما يحدث لبسا فى التمييز بين التعلم الاستظهارى والتعلم ذى المعنى . وهذا الخلط مسئول جزئيا عن الاعتقاد الخاطىء والسائد أن التعلم بالتلقى هو تعلم استظهارى ، وان التعلم بالاكتشاف هو تعلم ذو معنى وفى الحقيقة فكل تمييز أو فرق يشكل بعدا مستقلا للتعلم . ولهذا فكل من التعلم بالتلقى والتعلم بالاكتشاف يمكن أن يكونا تعلما استظهاريا أو تعلما بالإكتشاف تبعا للظروف التى يحدث عندها التعلم »

والتعلم ذو المعنى نعنى به عملية مميزة للتعلم ، ونعنى به ايضا نتيجة هذا التعلم ذى المعنى – أى الوصول للمعنى الذى يعكس بالضرورة استكمال تلك العملية ، وبالتالى يقتضى التعلم ذى المعنى أن

يستخدم المتعلم meaningful learning set وأن تكون المادة المتعلمه ذات معنى كامن له ولهذا وبغض النظر عن كون المادة المقدمة تتضمنه بالمعانى ، فإذا كانت المتعلم حفظها كسلسله من الكلمات المتصله ، فإن عملية التعلم وناتج التعلم يصبح بالضرورة استظهاريا غير ذى معنى .

ومن الناحية الأخرى ، فمهما كان استعداد المتعلم وتهيؤه ، فلن تصبح العملية التعليمية أو نتائجها وذات معنى إذا خلت المادة التعليمية من المعنى الكامن .

ويرى اوزبل التعلم بالاكتشاف وأساليب حل المشكلات يمكن أن يؤديا إلى تعلم استظهارى مثلما يحدث فى التدريس المباشر الردىء حين يستظهر الطلاب مواد تعليمية غير ذات معنى . فمثلا ، يلجأ الطلاب ، عند حلهم لمسائل الجبر ، إلى حفظ بعض القوانين ، والمسائل التى تنطبق عليها دون فهم لماذا يؤدى هذا التطبيق إلى الحل الصحيح . وهو يرى أن التدريس المباشر يؤدى إلى تعلم فعال حيث ينظم ويشرح المدرس الموضوع الرياضى لكى ينظم طلابه هذا الموضوع ويربطونه بالموضوعات الأخرى السابق تعلمها . وحيث أن التعلم الاستظهارى يتطلب وقتاً وجهداً ، فإن التعلم الفعال حقا هو التعلم ذو المعنى . وهو هنا يعتقد أن ، التدريس المباشر الفعال هو فقط الطريقة الفعالة التى تساعد على التعلم ذى المعنى . كما أنه يرى أن الطرق الجديدة فى تدريس الرياضيات مثل التعلم بالاكتشاف والطرق المعملية طرقا غير فعالة لايجب استخدامها بكثرة فى المدارس « ورغم أنه يسلم باعطاء بعض الاهتمام لحل المشكلات ، وبالاكتشاف ، وبالتفكير الابتكارى والناقد ، إلا أنه يرى أن تركز المدرسة جل اهتمامها على تدريس معلومات بعينها تساعد الطلاب فى حياتهم العادية اسهاما فى التقدم الحضارى ، مثلما يرى التركيز على المهارات الأساسية التى يمكن تدريسها يسهل على غالبية الطلاب تعلمها .

الشروط المسبقة للتعلم بالتلقى ذى المعنى

هناك شرطان مسبقان لحدوث التعلم بالتلقى ذى المعنى كما يحددهما أوزبل . **أولا** : يحدث التعلم بالتلقى ذى المعنى فقط لدى الطالب المهيء لمثل هذا النوع من التعلم ، وبمعنى آخر ، أن تساعد الحاله الذهنية للطالب واتجاهاته على معالجه المهمه التعليمية بالعزم والتصميم المناسبين . فإذا ما انكب الطالب على المهمه التعليمية ولديه الاتجاه بأنه مصمم على فهم الماده المقدمه وتطبيقها وربطها بما سبق تعلمه ، فعلى الارجح أن يصبح تعلم هذا الطالب ذا معنى . وفى المقابل ، فالطالب الذى ينظر إلى الماده التعليمية الجديدة على أنها مجموعة من الكلمات اللفظية التعسفية الخالية من أى قيمة أو معنى كامن فسيحاول فقط استظارها كمجموعة منعزلة من الرموز اللفظية وهنا لن يحدث تعلم ذو معنى إذ لم يحاول هذا الطالب ترجمه المعلومات الجديدة إلى مصطلحات تتسق ، وأسلوبه الخاص ، أو إذ لم يحاول تقييم فهمة لتلك المعلومات ، او ربطها بما سبق أن تعلمه . وهناك أسباب عديده لعدم تهيئة الطلاب انفسهم لتعلم الرياضيات تعلما ذا معنى . فقد فقد كثير منهم وإلى الأبد الأمل فى فهم مادة الرياضيات على ذلك لأنهم قد وجدوا مدرسيهم يطلبون منهم ترديد التعريفات حرفيا ، واتباع

خطوات بعينها فى حل الواجبات المنزلية ، وتطبيق القوانين دون اعطائهم فرصة لتوجيه أيه أسئلة وإذا ماحاول هؤلاء الطلاب ربط المفاهيم الرياضية الجديده بالبنيه العقلية الفريدة لكل منهم ، فقد لايرضى هذا مدرسيهم ولهذا فهم يستظهرون الماده تماما مثلما قدمت لهم . وقد يحب بعض الطلاب أصحاب الذاكرة الحافظة أن حفظ واستظهار المعلومات والعمليات الجديدة أيسر زمنيا من محاولتهم فهم ما تتضمنه من مفاهيم . وحتى سوف ينسى هؤلاء الطلاب الكثير من الرياضيات التى حفظوها ، كما أنهم سوف يخلطون بين المعلومات الجديدة والانماط الرياضية السابق حفظها . فقد يفلح طالب نبيها بعض الوقت فى حفظ النظريات والبراهين فى مقرر الهندسة الاقليدية المستويه ، ولكن عادة سرعان ما ينهار هذا « البناء الهندسى الهش » قبل دخوله الامتحان النهائى .

والشرط الثانى أن تكون المهمه التعليمية ذات معنى كامن عن طريق ربطها بالبنيه المعرفية للمتعلم . فيمكن للطالب استيعاب الماده الجديدة وادخالها فى بنيته المعرفية عن طريق ربط المفاهيم المبادىء الرياضية الجديدة بالانماط الرياضية ذات المعنى السابق تعلمها . وهكذا يكون التعلم ذو المعنى السابق ركيزه للتعلم اللاحق لايتطلب التعلم الجديد والاستبقاء حفظا استظهاريا بالارتباطات تعسفية وتبا لاوزبل ، فإن عملية الترسيخ هذه تمنع الماده الجديدة من التداخل مع المواد المشابهه السابق تعلمها - حيث يكون ذلك الخطأ الناجم عن الاستظهار . ويجب أن ترتبط المادة الجديدة ارتباطا جوهريا غير تعسفيا بالبنية الرياضية المعرفية للمتعلم . وتعتمد المهمة التعليمية ذات المعنى الكامن على طبيعة المادة المتعلمه ، وعلى طريقه المدرس فى تقديمه للموضوع مثلما تعتمد على البنية المعرفية الفريدة للمتعلم (أى الطريقة التى ينظم بهما معلوماته) .

وهناك عديد من العوامل التى تعوق التعلم اللفظى ذا المعنى **اولا** : قد لايمتلك المتعلم المستوى العقلى المناسب لحدوث التعلم ذى المعنى لبعض المفاهيم الرياضية . وهؤلاء يظلون فى مرحله بياجيه للعمليات الحسية ولايمكنهم تعلم المفاهيم والمبادىء الرياضية الشديدة التجريد دون أن يصاحب ذلك أمثلة ملموسة لتلك المبادىء والمفاهيم **ثانيا** : قد لايمتلك الطلاب الدافعية اللازمه لتعلم ماده الرياضيات بطريقة ذات معنى . وقدلا يلجأ مثل هؤلاء الطلاب للاستظهار عامدين ، بل قد يخدعون انفسهم واساتذتهم فى الاعتقاد بأن تعبيرهم اللفظى المتسم بالغموض وعدم الدقة عن المفاهيم والمبادىء الرياضية هو تعبير ذو معنى حقيقى . **ثالثا** : يخدع بعض المدرسين انفسهم حين يعتقدون أن قوائم التعريفات ، وقواعد حل المسائل ، والخطوات الممتعة برهنة النظريات ذات معنى لطلابهم فالقدرة على تعريف التطابق والقدرة على برهنة ثلاث نظريات عن تطابق المثلثات لاتعنى بأى حال من الاحوال ان الطالب قد فهم التطابق او البرهان الهندسى بطريقة ذات معنى . حيث يمكن حفظ التعريفات والبراهين ككلمات متتابعة لامعنى لها . والمدرس الذى يصر دائما على أن يستخدم الطلاب نفس أسلوبه فى تعريف مفهوم ما أو نفس خطواته فى حل مسألة ، او نفس الاسباب والخطوات المتتابعة فى برهنة نظرية ما ..

استراتيجيات التعلم اللفظى ذى المعنى

يرى أوزبل أن كل ماده اكاديميه لها بنية تنظيميه مميزة ، مثلما أن كل فرد لدية بنيه معرفية تميزه عن غيره . وهو هنا يرى تشابها فى كل من بنيه معالجة ، المعلومات فى كل من الماده التعليمية وفى العقل البشرى فمثلا تحتوى ماده الرياضيات والعقل البشرى على تنظيم هرمى للأفكار تشغل فيه الأفكار الأكثر شمولا موضع القمه ثم تندرج تحتها الأفكار الأقل شمولية والشديدة التباين وحيث أن كل مادة تعليمية لها بنيتها الخاصة بها ، ففى رأى اوزبل لايجب تدريس المواد معتمدين على مبدأ التكامل بينها بل يجب تدريس كل مادة بمفردها . وهو لايوافق على التكامل بين المواد كان تدريس الاحياء والطبيعة والكيمياء فى مقرر واحد وأن توضع برامج متكاملة فى تدريس العلوم الرياضية فهو يرى أن البنيه هى أهم جزء فى الماده التعليمية ، وأن دمج مادتين معا وتدريسها سوف يطمس معالم تلك البنيه ، أمام المتعلم . حيث ان كل من الهندسة ، والجبر ، والتحليل الرياضى كل له بنيته الخاصة ، فمن المؤكد أن أوزبل لايعتقد فى أهمية البرامج الموحده التى تجمع بين تلك الفروع فى كتاب مدرسى واحد مثل سلسلة الكتب الموحده عن الرياضيات الحديثه التى ألفها هاورد فهر Howard Fehe لطلبة المدارس الثانوية .

وبما أن أوزبل يرى أن تدريس فروع المعرفه هى المهمة الكبرى للتربية فالشرطان التاليان يجب أن ينفذا : **أولا** : تقدم الماده الدراسية للطالب بحيث يتم ترسيخ بنيه الفرع المعرفى ضمن كل تنظيم معرفى للتلميذ ، وألا تمتص وتطمس كبنيه فِريده وفى اعتقاد بروس جويس ومارشاويل فى كتابهما « نماذج التدريس » (١٩٧٢) الرأى التالى :

> أن اصرار أوزبل على ترسيخ الأفكار الجديدة بدلاً من تكاملها وامتصاصها ينبع من اعتقاده أن التنظيم الهرمى للأفكار داخل كل فرع من فروع المعرفة يتسم بالقوة الشديدة وان على المعلم الاستخدام الأمثل لتلك الأفكار حينما يتمكن من ترسيخها داخل بنيته المعرفيه بدلا من تكاملها مع أفكاره السابقه أو عمل بنيات جديدة

اما الشرط الثانى : فيتعلق بجعل المادة ذات معنى للمتعلم ولضمان ذلك ، على المدرس مساعدة تلاميذه فى بناء رحلات بين بنياتهم المعرفية الخاصة وبنيه الفرع المعرفى الدراسى المراد تعلمه .

ويجب أن يرتبط كل مفهوم أو مبدأ جديد فى الفرع المعرفى الدراسى بالمفاهيم والمبادىء المرتبطة والمتعلمة سابقا والموجودة فى بنية المتعلم المعرفية .

وقد وضع اوزبل مبدئين لتقديم محتوى الماده التعليمية وهما : التفاضل المتوالى Progressire Differentiat ، والتوفيق التكاملى . Inegraive Reconcilliation . وفى كتابة سيكولوجية التعلم اللفظى ذى المعنى (١٩٦٣) يصف اوزبل مبدأ التفاضل المتوالى كالتالى :

> « تنظم الماده الدراسية بالنسبة لمبدأ التفاضل المتوالى حين تقدم أولا الافكار الأكثر عموميه وشمولا ، ثم بعد ذلك تتمايز باطراد فى التفاصيل والتخصيص ... وبمعنى آخر

فنحن نفترض هنا أن تنظيم الفرد لمحتوى مادة معينة حيث تشغل المفاهيم الأكثر شمولا موضع القمة من البنيه ، وتتصنف تدريجيا لمفاهيم ومعلومات حقائقية أقل شمولية وشديدة التباين »

ويعنى مبدأ التوفيق التكاملى أن تتكامل وتتوافق المعلومات الجديدة عن الفرع المعرفى الدراسى مع المعلومات السابق تعلمها فى نفس هذا الفرع الدراسى .

ولذا يجب تنظيم المادة الدراسية بحيث يرتبط كل درس ارتباطا جيدا بالمادة السابق تعلمها . فيجب بناء التعلم الجديد وارتباطه بالتعليم السابق . وجدير بالذكر أن اوزبل يرى ضرورة أن يتكامل كل جزء من المادة الدراسية بالأجزاء الأخرى فى نفس الفرع ، بينما لا يحث على فكره تكامل بنيات فروع المواد الدراسية ، حيث أن مثل هذا التكامل يطمس البنيه الفريده لكل فرع دراسى .

ويقترح اوزبل استخدام منظمات الخبره المتغيره Avance Orgonizers كاستراتيجية للتدريس وذلك لتعزيز التعلم اللفظى ذى المعنى من خلال مبدأى التفاضل المتوالى ، والتوفيق التكاملى .

ومنظم الخبره المتقدم هو عرض تمهيدى (أو جمله) Statemont أو مناقشة ، أو أى نشاط آخر يقدم المادة الجديده عند مستوى من العمومية والشمولية والتجريد أعلى من الماده المتعلمه المتقدمه ويختار منظم الخبره لمناسبته فى شرح وتكامل الماده الجديدة وغرضه هو أن يزود المتعلم ببناء تصورى فيه تتكامل الماده الجديده بما سبق تعلمه فى نفس الموضوع . ومنظمات الخبره المتقدمه تمهد الطريق للتعلم بالتلقى ذى المعنى ، كما توفر مدخلا لتعلم المفاهيم والمبادىء الجديده مبنيا من القمه إلى القاع – فهو يوفر ركيزه لاحتواء الماده التعليمية الجديده نظرا لشموليته وعموميته . ومنظمات الخبره ليست مخططا أو مراجعة أو ملخصات والتى عاده ما تقدم على نفس المستوى من التجريد والعمومية مثل الماده المراد تعلمها ، ولكنها مصنفات شاملة تعد الطلاب لتعلم ذى معنى لمواد جديده عن طريق مساعدتهم لتنظيم تركيبات معرفية مجردة داخل عقولهم .

إن الاغراض من منظم الخبره المتقدم كما ذكره أوزبل (١٩٦٨) فى كتابة : علم النفس التربوى . رأى معرفى هى :

من المحتمل أن ييسر قابلية الدمج والدوام المتعلمه بمعنى بثلاث طرق مختلفة أولا : تصيغ صراحة وتحرك المفاهيم الركيزه التى قد بنيت بالفعل فى البنية المعرفية للمتعلم وتجعلهم جزءً من المصنّف . وعلى ذلك ليس فقط الماده المستخلصه تكون مألوفة اكثر وكامنة المعنى ، ولكن أكثر التصورات السابقه إرتباطا فى البنيه المعرفية تنتقى أيضا ويستفاد منها بطريقة تكامليه . ثانيا : منظمات الخبره المقدمة عند مستوى مناسب من الشمول تمد بأفضل الركائز . ثالثا : استخدام منظمات الخبره

المتقدمة تستخلص كثير من التذكر الآلى التى يلجأ اليها الطلاب غالبا لأنهم مطالبون بتعلم تفاصيل أنظمة غير مألوفه قبل أن تتاح لهم عدد من الأفكار المفتاحية الركيزة . ولما كانت مثل تلك الأفكار غير متاحة فى البنية المعرفية والتى يمكن ربط التفاصيل بها ربط غير تعسفى وجوهرى فأن الماده ، بزغم معناها المنطقى تفتقد المعنى الكامن .

التعلم والتعليم عند برونر

لقد كتب جيروم برونر كتابات مكثفه عن نظرية التعلم ، وعملية التدريس ، وفلسفة التربية ، وحيث أنه قد عدل رأيه عن طبيعة التدريس وفلسفته التربوية بين ١٩٦٠ ، ١٩٧٠ فإن أى إعتبار شامل لعمل برونر يجب أن يتضمن مقارنه لإتجاهاته المتغيره ففى أواخر الخمسينيات نظر برونر وكثير من رجال التربية الآخرين – خاصة هؤلاء الناس الذين بدؤا تطوير مناهج جديدة فى الرياضيات والعلوم – إلى بنية الأنظمة كعامل هام (وقد يكون أهم عامل) فى التربية . وعلى الأقل قد يكون غير صحيح القول بأن قضية المحتوى كانت تحتل الإهتمام الأكبر لكثير من المطورين للتغيرات المتعدده فى منهج الرياضيات . ويعكس كتاب برونر الذى لاقى تأييداً كبيراً – عملية التربية The Process of Education الذى كتب فى ١٩٥٩ – ١٩٦٠ – التفكير الحالى للمجتمع المثقف بالنسبة للتعليم الإبتدائى والثانوى . ويعتبر هذا الكتاب تركيب لمناقشات وآراء ومعتقدات ٣٤ رياضيا ، عالما ، سيكلوجيا ، وتربويا ، إلتقوا لمدة عشر أيام فى Woods Hole on Copcod لمناقشة طرق تحسين التعليم فى المدارس فى الولايات المتحده .

وتمركزت مناقشاتهم حول أهمية تدريس تركيب الأنظمة ، والإستعداد للتعلم ، والتفكير البدهى والتحليلى ، والدافعية للتعلم . وقد نبعت المبادىء العامه التالية من مؤتمر Woods Hole

١ –إن التعلم الفعلى تحت الحد الأعلى للشروط يقود الطلاب « ليتعلموا كيف يتعلمون » .

٢ –إن أى موضوع من أى ملده يمكن تدريسه بأشكال (متميزه) ذكية وأمينه لأى طالب فى أى مرحلة من مراحل النمو العقلى .

٣ –إن النشاط العقلى هو نفسه فى أى مكان ، سواء كان الشخص فى الصف الثالث أو باحث علمى .

٤ –إن أفضل شكل للدافعية هو الميل والإهتمام بالماده .

كان يعتقد أن دراسة تركيب كل مادة من الأهمية بحيث صيغت أربعة أسباب لتدريس التركيب . أولًا : كان يعتقد أن فحص التركيب الرئيسى لماده يجعل الماده أكثر فهما للطلاب ثانيا : من أجل تذكر تفاصيل لماده ما يجب وضع التفاصيل فى تركيب نمطى . ثالثا : إن الطريقة القصوى للارتقاء بالإنتقال من تعلم خاص إلى تطبيقات عامة للتعلم تكون من خلال فهم المفاهيم والمبادىء والتركيب

لكل مادة . رابعا : إذا دُرِّست التراكيب الأساسية للمواد مبكرا فى المدارس ، فإن التخلف بين نتائج البحوث الحالية وما يدرس فى المدارس سوف . يقل وكان يعتقد أن هذه المبادىء للتدريس والمجادلات الأكثر خصوصية عن تدريس التركيب تؤلف الأسس المنطقية لتغيرات المنهج التى كانت فى الطريق عام ١٩٦٠ . ومع ذلك قيم برونر فى مقالته « عملية التربية المنقحه » التى ظهرت عام ١٩٧١ فى صحيفة Phi Dela Kappan الأفكار الرئيسية عن التربية التى كانت سائده من عشر سنوات سابقة ووجدها غير كافية .

وبالاشارة إلى الفكر التربوى عام ١٩٥٩ علق ناقد على هذا النوع من الفكر قائلا فى عام ١٩٧١ أن الفكرة السائده كانت إذا فهمت تركيب المعرفة فإن هذا الفهم قد يسمح لك أن تتقدم بمفردك للأمام ، إنك لاتحتاج أن تلمس عن قرب كل شيء فى الطبيعة من أجل أن تعرف الطبيعة ، ولكن بفهم بعض المبادىء العميقة يمكنك إستكمال الحالات الخاصة عند الحاجة أن تعرف كانت استراتيجية مقتصدة حيث يمكنك بواسطتها معرفة كم كبير عن كثير من الأشياء بينما تحتفظ بالقليل جداً فى عقلك والحركة التى كانت عملية التربية جزء منها تأسست على الإيمان بأن التعلم هو مايريد الطلاب عمله ، ومايريدون تحصيلة من خبرة فى بعض المواد الدراسية المعينة . ودافعيتهم كان مسلم بوجودها وقبلت أيضا الفرضية الضمنية بأن كل من جاء لهذه المناهج فى المدرسة قد إستفاد من المناهج الخفية للطبقة المتوسطة التى علمتهم المهارات وكيفية إجرائها بالطريقة العقلية التقليدية للعقل . والفشل فى إختبار هذه الفرضية قد سبب لنا جميعا عدم السرور .

وفى نفس هذه المقالة Phi Dela Kappan ذكر برونر آرائه الأكثر حداثه عن منهج المدرسة كما يلى : –

إذا كان لى الخيار الآن بالنسبة لمشروع منهج للسبعينيات فربما تكون إيجاد الوسيلة التى يمكن بواسطتها رد المجتمع لشعوره بالقيم والأولويات فى الحياه . وأعتقد أننى أكون راضيا لأعلن – إن لم يكن قراراً رسميا – بعدم التأكيد على الأمور التى تتعلق بتركيب التاريخ ، وتركيب الفيزياء ، وطبيعه الإتساق الرياضى ، والتعامل معها فى محتوى المشكلات التى تواجهنا . ومن الأفضل أن نهتم بكيفية حل هذه المشكلات ، ليس فقط عن طريق الأفعال العملية ، ولكن بوضع المعارف كيفما نجدها وبأى شكل نجدها عليه لكى تعمل فى هذه المهام الضخمة .

نظرية برونر للتدريس

قدم برونر فى كتابة نحو نظرية للتدريس Towords a Thery of Instruction وجهة نظره عن طبيعة النمو العقلى وناقش سته خصائص للنمو . وأعطى أيضا خاصيتين عامتين يعتقد أنهما تكوِّنان الأساس لنظرية عامة للتدريس ، وناقش أربعة ملامح كبرى خاصة يعتقد أنها يجب أن تقدم فى أى نظرية للتدريس .

خصائص النمو العقلى :

يتميز النمو العقلى وفقا لبرونر بزياده قدرة الشخص على فصل إستجاباته عن مثيرات مخصوصه وفورية . ونمو الناس من الناحية العقلية يجعلهم يتعلمون تأخير ، وإعادة تركيب إستجاباتهم والتحكم فيها بالنسبة لفئة معينه من المثيرات وربما يفهم الفرد ، ويتوقع ، إستجابة غضب غير مضبوطة من شخص فى الصف السابع على شكل كلمات حاده نابيه ، وأفعال جسميه غير مقبولة تجاه نقد معلمه . ومع ذلك فالشخص لايتوقع ولايحتمل أن يشتم المعلم تلميذه أو يضربة كإستجابة لنقد التلميذ للمعلم . وأحد الأهداف العامة التربيه هو مساعدة الطلاب ليتعلموا ضبط إستجاباتهم ، وعمل إستجابات مقبوله إجتماعيا لمثيرات متنوعة .وخاصيه ثانيه للنمو العقلى هى القدرة على إدخال الأحداث الخارجيه فى

التركيب العقلى المتوافق مع بيئة المتعلم والذى يساعد المتعلم على التعميم من أمثلة خاصة . فالناس يتعلمون التنبؤ واستكمال البيانات عن طريق عمل تركيب لفئات من الأحداث ومن البيانات وبأحد المعانى فإن مجموع مقدرات شخص مالتوسيع وتطبيق ماتعلمه سابقا اكبر من مجموع الأنشطة التعليمية لهذا الشخص وتتطلب البرهنة على النظريات الرياضية وحل المشكلات إلى حد ما البراهه والقدره على الإبتكار لتعميم تعلم شيء معين .

والخاصية الثالثة للنمو العقلى هى زيادة القدرة لإستخدام الكلمات والرموز لتقديم أشياء تم إنجازها أو سوف تنجز فى المستقبل ويسمح إستخدام الكلمات والرموز الرياضية للناس بأن يذهبوا وراء التكيف البدهى والتجريب ، وإستخدام أشكال التفكير التحليلى وأهمية الأنظمة الرمزية للرياضيات قد تم توضيحه فعلا . فبدون المصطلحات الرمزية لتطورت الرياضيات ببطيء شديد ولكان لها تطبيقات محدودة لنمذجه المواقف الطبيعية والعقلانية .

والخاصية الرابعة للنمو العقلى هى أن النمو العقلى يعتمد على تفاعل منتظم مركب بين المتعلم والمعلم ، فمعلمون الطالب هم آخرون وآباء معلمون فى المدارس أو أى شخص آخر إختيار تدريس المتعلم . ووفقا لكل من برونر وبياجيه فإن النمو العقلى يصبح متأخراً جداً إذا لم يكن للأطفال إتصالات متنوعة بالناس الآخرين . وهناك شيء لايميل معلموا المدارس لفعله وهو استغلال الفدرات الوحيدة التى يمتلكها الطلاب لتدريس بعضهم البعض . ففى كثير من المناسبات يكون الطلاب لهم قدرة أفضل لتعلم المفاهيم عن طريق مناقشتها مع بعضهم البعض ، وتوضيحها لبعضهم البعض وذلك عن التدريس المكثف من المعلم .

والخاصية الخامسة للنمو لبرونر هى أن التعليم والتعلم يسهّلان عن طريق اللغة وليست فقط اللغة التى يستخدمها المعلم ليوصل المعلومات للطلاب . ولكن اللغة ضرورية للتكوين الكامل لمعظم المفاهيم والمبادىء . وفى حجرة دراسة الرياضيات نجد أن أحد الطرق الأولية لبيان الطلاب لمعلوماتهم وفهمهم الأفكار الرياضية هى إستخدام اللغة للتعبير عن مفهومهم للأفكار .

والخاصية السادسة هى أن النمو العقلى يوَضع عن طريق القدرة المتزايدة لمعالجة متغيرات متعدده فى نفس الوقت . فالناس الناضجون عقليا يمكنهم أن يأخذوا فى اعتبارهم بدائل متعدده فى نفس الوقت ، ويمكنهم الإنتباه لمطالب متعدده بل ومتعارضة فى نفس الوقت وتأثير أعمال بياجية على تفكير برونر واضح فى صياغة برونر لخصائص النمو العقلى .

فأنت تتذكر أن أبحاث بياجيه أظهرت أن الأطفال الصغار غير الناضجين عقليا قادرون فقط على التعامل شىء له خاصية واحدة فى الوقت نفسه .

ملامح نظرية للتدريس :

وفقا لبرونر فإن نظرية التدريس يجب أن تكون توصيفية ومعيارية وتكون نظرية التدريس توصيفية إذا أحتوت على مبادىء لأكثر خطوات التدريس والتعلم فعالية للحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادىء . أى أنه داخل النظرية توجد عمليات للتقويم موصفه وطرق لتحقيق أهداف التدريس وبالاضافة إلى هذا يجب أن تحتوى النظرية على عمليات للتقويم وتعديل إستراتيجيات التعليم والتعلم . ونظرية التدريس تكون « معيارية » إذا كانت تحتوى معايير عامه للتعلم وتنص على شروط تحقيق هذه المعايير . أى أن النظرية يجب أن تحتوى على أهداف عامة للتعلم أو غايات ، ويجب أن تحدد كيف تُحقق هذه الأهداف .

ويفرق برونر بين نظرية للتعليم ، ونظرية للنمو العقلى ، ونظرية للتدريس فنظريات التعلم وصفيه ، وليست توصيفية . فنظرية التعلم هى وصف لما حدث ولما هو متوقع أن يحدث . فمثلا نظرية بياجيه للنمو العقلى تصف المراحل التى يتقدم فيها النمو العقلى ، وتتعرف على الأنشطة العقلية التى يستطيع أولا يستطيع الناس اجراءها فى كل مرحلة . ومع ذلك فنظرية بياجيه لاتعطى توصيفا لإجراءات التدريس . ونظرية التدريس توصيفية ولها أهداف للتعلم . نظرية التعلم تصف الأنشطة العقلية التى يستطيع الأطفال اجراءها فى مراحل معينه ، ونظرية التدريس تعطى توصيفا كيف تعلم التلاميذ مقدرات معينة عندما يكونون مستعدين من الناحية العقلية لتعلمها . فعلى سبيل المثال تصف نظرية بياجيه حقيقه أن الاطفال الصغار لايفهمون التناظر الأحادى ، ومع ذلك فنظرية التدريس قد تعطى توصيفا لطرق تدريس التناظر الأحادى للطلاب المستعدين من الناحية العقلية للتمكن من هذا المفهوم .

إن نظريات التعلم ونظريات التدريس هامه فى التربيه ، وهم غير قابلين للإنفصال . فبينما الجهود الرئيسية لبحوث بياجية صممت لوصف طبيعه التعلم لم يكون غير مهتم بنظريات التدريس . وكثير من اعمال برونر كُرست لتطوير نظريات التدريس ، ولكن هذه النظريات مرتبطة ومتسقه مع عناصر نظريات تعلم معينه .

ويعتقد برونر أن أى نظرية للتدريس يجب أن يكون لها أربعة ملامح كبرى توصِّف طبيعة العمليات التدريسية .

الملمح الأول انه يجب أن تخصص نظرية التدريس الخبرات التى تدفع أنواعا متعدده ، من الطلاب وتجعلهم يميلون للتعلم ، أى يتعلمون بصفة عامه ويتعلمون موضوعا خاصا مثل الرياضيات . ويجب أن تخصص النظرية تؤثر بيئة الطالب ومركزه الإجتماعى وطفولته المبكره ، وصورة ذاته وعوامل أخرى على إتجاهاته نحو التعلم والنزع إلى التعلم هو مظهر هام لأى نظرية فى التعلم .

ثانيا ، يجب أن تخصص النظرية الأسلوب الذى يجب أن تنظم به المعلومات العامه والأنظمه الخاصه وتوضع فى تراكيب بحيث تكون جاهزه لكى يتعلمها أنواع مختلفة من الطلاب ويجب أن تنظم المعلومات قبل أن تقدم للطلاب بحيث ترتبط بخصائص المتعلمين وتجسد التركيب الخاص بالماده . ويعتقد برونر أن تركيب أى جسم من المعرفة يمكن وصفه بثلاث طرق : أسلوب عرضها ، وإقتصاديتها ، وقوتها ، وكل منها يتغير بتغير المتعلم والأنظمة .

ويمكن أن يكون أسلوب عرض الماده أما فئه من الأمثلة أو صور للمفاهيم والمبادىء المحتواه فى جسم المعرفه ، أو مجموعة من الرموز والقضايا المنطقية مع قواعد تحويلها .

ويمكن أن يقدم مفهوم الداله لطلاب الصف السابع بطريقة مناسبه بواسطة فئة من الأفعال مثل إضافة إلى فئة محدده من الأعداد ، أو تقسيم كل مقياس فى فئه من المقاييس ، أو تحويل فئه من المقاييس الفهرنهينة إلى فئه من التدريجات المئوية . ويمكن إعطاء طلاب السنة الثانية بالتعليم العالى أمثله عن الداله مثل فئات من الازواج المرتبه للأشياء ، أو علاقات خطية مثل ص = ٢س [$y = 2x$] ص = $\frac{\text{س}}{\text{٥}}$ ، ص = −س [$y = \frac{x}{5}$, and $y = -x$] وكلها أمثلة مناسبة للدوال لطلاب التعليم العالى .

وطلاب التعليم العالى الذين يدرسون رياضيات متقدمة يمكن أن يعطوا تمثيلا رمزيا لمفهوم الدالة على شكل ص = د(س) [$y = f(x)$] هى دالة فى س [x] إذا كان لكل عنصر ا [a] ينتمى للمجموعة س [X] يوجد عنصر وحيد ب [b] ينتمى للمجموعة ص [Y] بحيث أن ا [a] يرسم إلى ب [b] وفقا لـ ب = د(ا) [$b = f(a)$]

والإقتصاد فى تمثيل تركيب نظام هو كم المعلومات التى يجب تخزينها فى الذاكرة لفهم عناصر النظام . فكلما قلت المعلومات التى يجب أن يتذكرهاشخص ما من أجل فهم مفهوم ، أو مبدأ ، أوعملية فى الرياضيات ، كان العرض إقتصاديا لهذه الفكره والخاصة أو الخطوات فأن تتذكر صيغه التحويل من قياس فهرنهيتى إلى قياس مئوى أكثر إقتصادية من تذكر جدول للتحويلات محدده ويعتمد الإقتصاد فى التمثيل على الطريقة التى تنظم بها المعلومات وتسلسل الأسلوب التى تقدم به للطلاب ، والشكل الوحيد لتعلم كل طالب .

وترتبط قوة تركيب جسم من المعلومات لكل متعلم بالتركيب العقلى الذى يكون فى تعلم

المعلومات وكفاية المتعلم فى التنظيم وربط ، وتطبيق المعلومات التى تم تعلمها . والمتعلم أى وضع تعلم لمفاهيم رياضية كالزمرة ، والحلقة ، والحقل فى تركيب بحيث يرى أنه لاتوجد علاقة بين هذه الأفكار الرياضية الثلاثة يكون قد وضع هذه المفاهيم فى تركيب عقلى بأسلوب غير قوى .

والمظهر الثالث نظرية برونر فى التدريس أن النظرية يجب أن تخصص أكثر الطرق فاعلية لتتابع المادة وتقديمها للطلاب لتسهيل تعلمهم . ويعتقد دينيز أن المادة فى الرياضيات يجب وضعها فى تتابع بحيث يتعامل الطلاب مع تمثيلات ملموسه للمفاهيم على شكل العاب قبل تقدمهم إلى تمثيلات اكثر تجريداً . ويقترح تنظيم جانييه التتابعى الهرمى لموضوعات الرياضيات أن معظم الماده يجب وضعها فى تتابع باستخدام مدخل من القاع إلى القمة مع متطلبات سابقة وماده بسيطة تقدم أولا . وعلى عكس تتابعية جانييه للماده يقترح أوزبل مدخلا من القمة إلى القاع يبدأ بمنظم خبره متقدم ليصنف ماده من مرتبه أدنى ويمد بتركيب عقلى ركيزى . إن مشكلة تتابعية المادة فى الرياضيات معقده جداً وترتبط إرتباطاً وثيقا بخصائص التعلم الفردى لكل طالب .

والملمح الرابع لنظرية برونر للتدريس هو أن النظرية يجب أن تخصص ، وتنتقى ، وتضع فى تتابع الثواب والعقاب فى تدريس وتعلم نظام ما . وقد يتطلب بعض التلاميذ المعينين وخاصة الأصغر ثواب فورى مصدره المعلم مثل المدح والدرجات بينما قد يتعلم التلاميذ الأكبر بفاعلية أكثر عندما يكون الثواب داخلى مثل الرضا الذات ، والسرور من تعلم مهارة جديدة . وبعض طلاب التعليم العالى ينظرون إلى الدرجات والمكافآت المدرسية كأشياء مصطنعة وليس لها معنى كبير ، ومعنى ذلك فإن الطلاب الآخرين تثار دافعيتهم من خلال رغبتهم للحصول على درجات عاليه ورضا المعلم .

وتقترح هذه الملامح الاربعه لنظرية فى التدريس (تنمى ميلا إلى التعليم ، وتركيب المعلومات ، تتابع وتمثيل المادة ، وتقويم الثواب والتدعيم) الأنشطة المناظره التى يجب أن ينشغل بها معلم الرياضيات عندما يعد لتدريس مقررات ، ووحدات ، وموضوعات ، ودروس فى الرياضيات . وإثارة الدافعية عند الطلاب لتعلم الرياضيات – عندما يكونون خارج الضبط الشامل للمعلم – عاده هى مسئولية المعلم . ووضع المعلومات فى تركيبات ، وتتابع الموضوعات فى الرياضيات قد تم إنجازها من أجل المعلمين بواسطة مؤلفى كتب الرياضيات . ومع ذلك فكثير من المعلمين المتبصرين يجدون أنه يمكن تحسين تعلم الطلاب بإعادة حكيمه لتتابعية موضوعات الكتاب وبانتقاء موضوعات إضافية ، وحتى بتغيير الكتب . والنظام الأولى للثواب الخارجى (العينى) فى المدارس هو نظام الدرجات ، وبالرغم من أن كثيرا من المعلمين الجيدين يشجع الطلاب لتعلم الرياضيات بتطوير أنشطة التعلم التى تمد بثواب داخلى مثل الرضا فى العمل المؤدى بطريقه جيده ، والتقدير لطبيعة وتركيب الرياضيات كنشاط عقلى مثير .

نظريات على تعلم الرياضيات

من أجل التعرف على العوامل المتضمنة فى تعليم وتعلم الرياضيات لاحظ برونر وزملاؤه عدداً كبيراً من فصول الرياضيات ، وأجروا تجارب على تعليم وتعلم الرياضيات .

وكنتيجة لهذه الملاحظات والتجارب كوّن برونر وكينى Kenney (أبريل ١٩٦٣) أربع « نظريات » عامه عن تعلم الرياضيات وأطلقوا عليها نظرية البناء ، ونظرية المصطلحات ونظرية التباين والاختلاف ، والنظرية الإرتباطية .

نظرية البناء* : Construction Theory

تنص نظرية البناء على أحسن طريقة للطالب كى يبدأ فى تعلم مفهوم رياضى ، أومبدأ أو قاعدة هو أن يبنى تمثيلا لها . فالطلاب الأكبر يكونون قادرين على أستيعاب فكره رياضية بتحليل تمثيل قدمه لهم المعلم ، ومع ذلك يعتقد برونر أن معظم الطلاب ، وخاصة الطلاب الأصغر ، يجب أن يبنوا تمثيلاتهم الخاصة للأفكار . ويعتقد أيضا أنه من الأفضل للطلاب أن يبدؤا بتمثيلات ملموسة تكوّن يدويا . وإذا ما سمح للطلاب للمساعدة فى تكوين وبناء قواعد فى الرياضيات فسوف يكونون أكثر ميلاً لتذكر القواعد وتطبيقها بطريقة صحيحة فى مواقف مناسبة وقد وجد برونر أن أعطاء الطلاب قواعد رياضية جاهزة (فى صورتها النهائية) يقلل من الدافعية للتعلم ويسبب الارتباك لكثير من الطلاب .

وعند المراحل الأولى من تعلم المفاهيم يبدو الفهم معتمدا على أنشطة ملموسة يجريها الطلاب وهم يبنون تمثيلات لكل مفهوم .

نظرية المصطلحات (التدوين الرمزى) : Notation Theorem

تنص نظرية المصطلحات أن الأبنية والتمثيلات المبكرة يمكن تبسيطها من الناحية المعرفية ويمكن أن تفهم الطلاب بطريقة أفضل إذا كانت تحتوى على مصطلحات تناسب مستويات النمو العقلى للطلاب . والأنظمة الفعالة للمصطلحات فى الرياضيات تجعل أمتداد (توسيع) المبادىء وإبتكار مبادىء جديدة ممكنا . وحتى صيغت أنظمة فعالة للمصطلحات تمثيل المعادلات كان نمو طرق عامه لحل معادلات كثيرات الحدود ، وأنظمة المعادلات الخطية يتقدم ببطء شديد . ويجب أن يكون للطلاب قول فى إبتكار وإعتقاد المصطلحات التى تمثل الأفكار الرياضية ويجب إستخدام مصطلحات أبسط وأكثر وضوحا عند تعليم المفاهيم للطلاب الأصغر . وحيث إن طالب الصف السابع والصف الثامن قد تعلم لتوه إستخدام الأقواس كرموز للتجميع فى التمثيلات الحسابية مثل (٢ + ٣) + (٥ − ٧) = (٧ − ٤) فإنهم غير مستعدين لإستخدام المصطلح ص = د (س) $[y = f(x)]$ تمثيل المفهوم الرياضى للدالة .

والطريق الأفضل بالنسبة لطلاب هذين الصفين تمثيل الدالة هى إستخدام مصطلح مثل □ = ٢△+٣ حيث □ △ تدل على إعداد طبيعية .

ويستطيع الطلاب المبتدئون فى دراسة الجبر فهم وتطبيق تمثيلات مثل ص = ٢س + ٣ $[y = 2x + 3]$ للداله . ويستخدم الطلاب الذين يدرسون مقررات جبر متقدمه ص = د (س) $[y = f(x)]$ تمثيل الداله . وهذا المدخل التتابعى لبناء نظام إصطلاحات فى الرياضيات هو تمثيل للمدخل الحلزونى للتعلم . والتدريس والتعلم الحلزونى هو مدخل تقدم بواسطته كل فكرة رياضية بأسلوب بدهى وتقدم بإستخدام أشكال مصطلحات مألوفة وملموسة . وشهر بعد آخر أو سنة بعد أخرى مع نضوج الطلاب من الناحية العقلية ، تقدم المفاهيم بمستويات عالية من التجريد بإستخدام تمثيلات إصطلاحية أقل ألفه والتى تعتبر أكثر قوة لنمو الرياضيات .

نظرية التباين والإختلاف : Contrast and Variation Theorem

تنص نظرية برونر للتباين والإختلاف أن خطوات الإنتقال من تمثيلات ملموسة للمفاهيم إلى تمثيلات أكثر تجريداً تحتوى على عمليات تباين وإختلاف .

أن معظم المفاهيم الرياضية لها معنى قليل للطلاب حتى يتباينوا مع مفاهيم أخرى . فمعنى الأقواس ، وأنصاف الأقطار ، والأقطار ، والأوتار ، للدوائر تصبح لها معنى أكثر عندما تتباين مع بعضها البعض . وفى الحقيقة تعرّف العديد من المفاهيم الرياضيه وفقا لخصائصها المتباينة . وتعرَّف الأعداد الأولية على أنها ليست وحدات ولا أعداد مؤلفه ، وتعرف الأعداد غير القياسيه على أنها الأعداد التى ليست قياسية . ومن أجل أن يتم فهم أى مفهوم أو مبدأ جديد فهما كاملا فمن الضرورى أن تقدم أفكاره المتباينه وتأخذ فى الإعتبار وتعتبر التباين من اكثر الطرق فائده .

لمساعدة الطلاب على فهم بديهى لموضوع رياضى ، ولمساعدتهم فى التقدم إلى تمثيليات أكثر تجريدا لكل موضوع . وإذا كان على الطلاب أن يتعلموا مفاهيم عامه فى الرياضيات يجب تقديم كل مفهوم جديد بأمثلة متنوعة لهذا المفهوم . وإذا لم يحدث هذا فإن تعلم مفهوم عام سيظل ملتصقا بتمثيلات خاصه عند تعلمه . وهناك حالات فى المدرسة الإبتدائية حيث تعلم الطلاب مفهوم المجموعة من خلال أمثلة عن المجموعات قدمت كلها فى الكتاب وعن طريق المعلم محصوره بين قوسين أى [ ] وبالتالى فالطلاب الذين يرون مجموعات من الأشياء مثل ⬡ □ ○ △ قد لايتعرفون على هذا التجمع كمجموعة لأن هذه الأشياء ليست محصوره بين قوسين . فمن الضرورى عند تدريس الرياضيات أن تغطى أمثلة متعددة ومختلفة لكل مفهوم حتى يتعلم الطلاب أن كل تركيب رياضى عام مجرد مختلف تماما عن تمثيلات أكثر خصوصية وملموسة اكثر من هذا التركيب .

النظرية الإرتباطية : Connectirty Theorem

يمكن وضع نص النظرية الارتباطية كما يلى : إن كل مفهوم ، ومبدأ ، ومهارة فى الرياضيات يرتبط بمفاهيم ، أو مبادىء أو مهارات أخرى . وتسمح تركيبات الترابطات بين العناصر فى كل فرع للرياضيات باستخدام التحليل والتركيب الإستدلالى ، وكذلك القفزات البدهيه فى الفكر الرياضى . والنتيجه هى تطور وتقدم الرياضيات . وأحد أهم الأنشطة للرياضيين هو البحث عن الإرتباطات والعلاقات بين التراكيب الرياضية وعند تدريس الرياضيات ليس فقط من المهم أن يساعد المعلم طلابه على ملاحظة التباين والإختلاف بين التركيبات الرياضية ، ولكن الطلاب يحتاجون أيضا أن يكونوا على وعى بالإرتباطات بين التركيبات وتطور جانبيه للتدريجات الهرمية للتعلم لبناء تدريس المحتوى الرياضى يتضمن البحث عن الإرتباطات فى الرياضيات . إن التركيب الرياضى يُركز ويُبَسّط ، ويكون تعلم الرياضات أسهل عن طريق تعريف إرتباطات مثل التناظرات الأحادية والايسومورفيزم وفى الحقيقة قد حاولت مناهج الرياضيات المعاصرة توضيح الإرتباطات داخل كل فرع من فروع الرياضيات ، والإرتباطات بين فروع مختلفة مثل الجبر ، والهندسة ، والتحليل . والإرتباطات ليس هامه لتقدم الرياضيات ، ولكن الوعى بهذه الإرتباطات هام فى تعلم الرياضيات . وحيث إن موضوعات قليله جداً فى الرياضيات توجد منفصله عن جميع موضوعات الرياضيات ، فإن الارتباطات بين الموضوعات يجب أن يُوضح ويُفهم إذا ما أريد الوصول إلى تعلم متقدم مقدن ذى معنى للطلاب .

تطبيقات على أعمال برونر

إن أعمال برونر ، السابقه ، وكتاباته الحديثة ، مرتبطة وذات فائدة لمعلمى وطلاب الرياضيات . وآرائه بالنسبة للتعلم عن طريق الاستبصار ، والاكتشاف من أجل تعلم ذو معنى يمد معلمى الرياضيات بتباين متوازن للمدخل التركيبى للعرض الخاص بالتعليم والتعلم الذى حسنه أوزبل . وفى خاتمة مناقشتنا عن إسهامات برونر فى تعليم الرياضيات ، سوف نأخذ فى الإعتبار توضيحا لُنرى كيف يمكن تطبيق نظرياته الاربعة لتعلم وتعليم الرياضيات على موضوع النهايات فى الرياضيات .

إن التفاضل موضوع صعب كثير من الطلاب ، وبعض ممن أتم دراسة المقررات العليا للتفاضل يتذكرون القواعد وأنواع المشكلات ويفهمون فهما قليلا لطبيعة المفاهيم الخاصة بالماده . إن إبتكار التفاضل قد جاء نتيجة الدافع من الحاجة لتكنيكات رياضية لمعالجة العمليات المستمرة فى الطبيعة ، مثل حركة الأجسام فى عالمنا . وبينما مفاهيم ومهارات الجبر مرضية تماما للتعامل مع العمليات غير المرتبطة المحدودة ، نجد أن مفهوم النهاية يحتاج إليه لمواجهة العمليات المستمرة وغير المحدودة فى الطبيعة والتى تُدرَّس الآن فى التفاضل والمواد المرتبطة . إن المفهوم الرئيسى للتفاضل ، وللنهايات هو أيضا مصدر رئيسى لصعوبات كثيره فى التعلم وفى تطبيق الموضوع . وفى كل مكان من المدرسه ،

وحتى آتى تدريس التفاضل ، قيل القليل عن التفاضلى برغم حقيقة أن مفهوم النهاية ضرورى لأى إعتبار جاد للعمليات المتصلة الطبيعية .

وفى كل عام فى المدرسة وفى كل صف من السابع وما بعده ، تقترح نظريات برونر للبناء ، والتدوين والتباين والاختلاف ، والارتباط خطوات حلزونية فى تعليم وتعلم المفهوم الرياضى شديد الأهمية النهايه . ويجب ملاحظة أنه لم يقصد أن تكون نظريات برونر الأربع خطوات متتابعة زمنيا فى عملية التعليم/ التعلم . وقد يكون من المناسب عند تدريس موضوعات رياضية مختلفة تطبيق نظريات المتنوعة آنيا ، أو تستخدم فى تتابعات متنوعة تعتمد على خصائص طلابك ، وطبيعه الموضوع الرياضى الذى يدرِّس . وبالتالى بالرغم من أن المناقشة التالية للنهايات قد أسست على نظريات برونر . إلا أنها ليست منظمة كأربع عمليات فى تناظر أحادى مع الأربع نظريات . ويمكن تقديم مفهوم النهاية لطلاب الصف السابع من خلال مناقشة بديهة لتمثيلات من النهايات مثل متتابعة الاعداد :

(أ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ التى تصل إلى ١

(ب) ١ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ...... « التى ترتد دائريا » .

(جـ) ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، .... « التى تكبر بإستمرار » .

تعتبر الأمثلة المتنوعة التالية مناسبة لمناقشة الهندسة فى الصف السابع .

(د) $\triangle, \square,$ ⬠, ⬡ , . . . إلى الدائرة .

(هـ) ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ◦, . . . إلى النقطة .

وتحتوى معظم التمثيلات المجرد لطلاب الصف السابع أو الثامن على مجموع متتابعات غير محددة كالمتتابعات :

(و) $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} +$ ..... ومجموعها يتجه نحو الواحد .

(ز) $١ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} +$ .... $+ \frac{١}{ن} +$ .... التى تزداد دون حدود .

ومع ذلك فقد نحتاج إلى كمبيوتر لإقناع طلاب الصف السابع بهذه الحقيقة .

وفيما بعد ، فى حجرة دراسة الجبر ، يمكن للطلاب إعتبار تمثيلات اكثر تجريداً للنهايات مثل :

(ح) س ، س^{٢} ، س^{٣} ، ... $[x, x^2, x]$ بحيث س = ١ أو ــ ١ ، –١ < س < ١ ، |س| = ١ $[x = 1 \text{ or } -1,\ -1 < x < 1, \text{ or } |x| > 1]$

(ط) حـ = $\frac{\text{١}}{\text{١ − ر}}$ $[s = \frac{a}{1-r}]$ حيث حـ ، أ $[r^2 < 1]$ حيث حـ $[s]$ مجموع المتوالية الهندسية ، أ $[a]$ الحد الأول ، س $[r]$ الأساس .

وفى حجرة دراسة الهندسة يمكن تقديم مفهوم النهاية بمتتابعة من الأشكال الهندسية مماثلة للأشكال فى S ، (هـ) أو المتتابعة :

(ك) ١ − $\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٥}$ − $\frac{١}{٧}$ + $\frac{١}{٩}$ − $\frac{١}{١١}$ + ... التى تتقارب إلى $\frac{ط}{٤}$ $[\frac{\pi}{4}]$

وفى حجرة دراسة حساب المثلثات ، قد يكون من المناسب مناقشة المتواليات التالية التى تقترب من قيم الدوال المثلثيه :

(ل) س − $\frac{س^٣}{٣!}$ + $\frac{س^٥}{٥!}$ − $\frac{س^٧}{٧!}$ + ... $[x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots]$ التى تتقارب من جاس $[\sin x]$ لجميع قيم س $[x]$

(م) س − $\frac{س^٣}{٣}$ + $\frac{س^٥}{٥}$ − $\frac{س^٧}{٧}$ + ... $[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots]$ التى تتقارب من ظا$^{-١}$س $[\tan^{-1}x]$ لكل س^٢ < ١ $[x^2 < 1]$

وفى مقرر متقدم للرياضيات مثل التحليل قد تكون المتتابعات التالية مناسبة لكى يأخذها الطلاب فى اعتبارهم :

(ن) ١ + $\frac{١}{١}$ + $\frac{١}{٢!}$ + $\frac{١}{٣!}$ + $\frac{١}{٤!}$ + ... التى تتقارب من هـ $[e]$

(ف) (س − ١) − $\frac{١}{٢}$ (س − ١)^٢ + $\frac{١}{٣}$ (س − ١)^٣ − $\frac{١}{٤}$ (س − ١)^٤ + ...
$[(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \cdots]$ التى تتقارب من لوهـس $[\log_e x]$ لكل . < س < ٢ $[0 < x < 2]$

وفى مقرر متقدم للرياضيات تكون المصطلحات التالية مناسبة للطلاب كى يستخدمونها بحيث يمكنهم فهم وتفسير هذا النوع من الإصطلاح الرمزى .

نهـــا$_{س ← ١}$ $\frac{س^٢ − ١}{س − ١}$ = ٢ ، نهـــا$_{ن ← ∞}$ $\sqrt[ن]{ن}$ = ١ ، نهـــا$_{ن ← ∞}$ $(١ + \frac{١}{ن})^ن$ = هـ

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2, \quad \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{n} = 1, \text{ and } \quad \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

وبالطبع فى التفاضل ، نهايات مثل القيمه المحدوده لمتابعة من الخطوط القاطعه من نقطة على منحنى ، التى تمثل مفهوم مشتقة ، ومجموعات المستطيلات المتوالية المحدده بمنحنى التى تمثل مفهوماً من التكامل تعتبر تمثيلات مناسبة لمفهوم النهاية .

ويتعامل الطلاب الذين يدرسون مقرر رياضيات أكثر تقدما مثل التحليل الحقيقى مع تمثيلات وأنظمة مصطلحات لنهايات المتتابعات والدوال ونهايات لمجموع متواليات الدوال .

وبرغم ذلك تحتوى هذه الأمثلة على فئة من التمثيلات ولايوجد بها تخصيصات لاستراتيجيات التدريس وأنشطة التعلم ، ويمكن ملاحظة أن نظريات برونر الأربعة لتدريس الرياضيات ممثلة فى تتابع من الأمثلة بصرف النظر عن إستراتيجيات التعليم/ التعلم المخصوصه التى قد يختارها المعلم لكى يستخدمها . لقد أعطيت سابقا أمثلة متنوعة ملموسة ومجردة عن مفهوم النهاية ، وأصبح المصطلح أكثر تجديداً ورمزية كالامثله من الصف السابع إلى مستوى الكلية . وتنوعت الأمثلة بدرجة كافية حتى أن مفهوم النهاية قد تحرر من أى نوع معين من التمثيلات أو أى موضوع فى الرياضيات ، فقد إرتبط مفهوم النهاية بمفاهيم من الجبر ، والهندسة ، وحساب المثلثات ، والرياضيات العليا . وقد يكون من الضرورى عند تدريس مفهوم النهاية تشجيع الطلاب لبناء تمثيلاتهم عن النهايات ، وتقديمها لبعضهم البعض ، ومناقشة الاختلافات والتشابهات بين التجديدات المتنوعة للمفهوم .

التعليم والتعلم عند سكنر

كون الفلاسفة وعلماء النفس بدائل لوجهات نظر عن طبيعة الكائن البشرى وناقشوها لسنوات عديده . ويوجد الان نموذجان مقبولان بصفه عامة عن الأفعال البشرية . النموذج السلوكى ، والنموذج الظاهر ياتى . فاؤلئك الفلاسفة وعلماء النفس الذين يؤيدون وجهه النظر السلوكية يرون الناس كمخلوقات سلبية محكومين بصفة أولية بمثيرات من بيئتهم . ويعتقد المؤيدون للنموذج السلوكى للطبيعة البشرية أن سلوك الناس يمكن ضبطه عن طريق الضبط الفعلى لبيئتهم ، وأن الطرق العلمية مناسبة لدراسة السلوك البشرى .

وتقترح وجهه النظر الظاهرياتية أن الناس محكومون بالوراثة وبصفة أولية بأفعالهم . وينظر إلى الناس على أنهم أحرار فى إختياراتهم وضبط سلوكهم . والفيلسوف أو عالم النفس الذى يتفق مع النموذج الظاهر ياتى للجنس البشرى قد يركز الدراسة للسلوك البشرى على شعور الانسان ، ووعيه ، والتعبير عن الذات .

وبالرغم من أن وجهتى النظر هاتين عن السلوك البشرى تنبعان من فلسفات متباينة ، إلا أن هناك بينهما عناصر مشتركة : فربما أن السلوك البشرى – على التناقض – قابلا وغير قابل للدراسة العلمية . ربما أن معظم السلوك البشرى موضوع لقوانين معينه مثبته للوقت الحاضر ، ولكنها تتغير خلال عملية تطورية كلما حصلت الانسانية على بيانات ومعلومات جديده عن نفسها . وقد طور

لكل من ميلهولان F. Millhollan وفوريشا B. Farisha سنة ١٩٧٢ فى كتابهما From Skinner to Rogers هذه النماذج المتباينة للسلوك البشرى بتوضيح التباين بين مدخلين لعالمين من علماء النفس هماسكنر وروجرز عن السلوك البشرى والتربية .

وفى هذا الجزء سوف ندرس المدخل العلمى السلوكى للتعليم والتعلم الذى قام سكنر بوصفه والبحث فيه . وينظر إلى سكنر على أنه ممن له اكبر تأثير من علماء النفس المعاصرين . فقد أعطى عمله الأساس لكثير من التعليم المبرمج ، وحقائب التعليم الفردى وبعض أنظمة التعليم بالكمبيوتر . وكان لعمل سكنر تأثيرا هاما على المجتمع بصفة عامة وذلك من خلال تطويره وترقيته الاستراتيجيات الفعاله ذات الكفاية لتعديل السلوك البشرى . وأحد إسهامهات سكنر الكبرى للتربية هو تحليلة التجريبى العلمى للسلوك ، والذى له تضمينات هامة للتعليم والتعلم . وفى الحقيقة فإن وفقا لميلهولان ، وفوشيا (١٩٧٢) :

إن واحداً من أهم الوظائف المؤثره بالنسبة لطبيعة علم النفس ، وكيفية تطبيقها على التربية ممثله بأعمال سكنر . وربما يقدم نظام سكنر أكثر العبارات كمالا ونظامية عن الوظيفة الارتباطية السلوكية البيئية المحددة فى علم النفس اليوم . (ص ٤٤)بينما يهتم بياجيه ، وجيلفورد ، وأوزبل بنمو العقل ، أو بالطريقة التى يستقبل بها العقل المعلومات وتضعها فى تركيبات (أى ، ما يحدث داخل العقل) ، نجد أن سكنر يعتقد أن دراسة التعليم والتعلم يعتمد بصفة أولية على السلوك الملاحظ للمعلم والطلاب وحيث أن الطريقة العلمية لاقت نجاحا فى تقدم المعرفة فى العلوم الطبيعية ، فإن سكنر يعتقد أن المدخل العلمى يمكن إستخدامه بمثل درجه الجوده لدراسه العلوم الإجتماعية . وقد فسر ميلهولاند وفوشيا أفكار سكنر فى هذا الصدد كما يلى : —

يعتقد سكنر أن طرق العلم يجب تطبيقها على مجال العلوم الإجتماعية .

وهو يؤكد أن خطة علمية يحتاج إليها للإرتقاء بالإنسان والمجتمع فلا يمكننا إتخاذ قرارات حكيمة إذا إستمر بنا فى التظاهر بأننا غير مضبوطين .

وكما يشير سكنر ، بأن إمكانية ضبط السلوك تعتبر مهنيه بالنسبة لكثير من الناس فلقد نظرنا إلى الفرد كعميل حر يحدث سلوكه بقوة التغيرات الداخلية التلقائية ونحن نهمل على مضدد « الرغبة » الداخلية التى تجعل التنبؤ بالسلوكُ وضبطه ممكنا .

ويشير سكنر أن المفهوم العلمى للسلوك الإنسانى يملى تدريب واحد ، وفلسفة الحرية الشخصية . وإلى أن نتبنى وجهة نظر متسقه نميل أن نبقى غير فعالين فى حل مشكلاتنا الإجتماعية . ويستلزم المفهوم العلمى قبول فرضية بالقدره على إتخاذ القرار ، والإعتقاد بأن السلوك له سبب ، وأن السلوك الذى يظهر هو واحد فقط مما كان يمكن ظهوره .

أنواع السلوك والتعلم

وفقا لسكنر فإن تقريبا كل السلوك البشرى يقع تحت بندين هما : السلوك الاستجابى والسلوك الاجرائى . والسلوك الاستجابى هو سلوك غير تطوعى (إنعكاس) وينتج عن مثيرات خاصة فى البيئة . ومن أجل أن يحدث السلوك الإستجابى فإنه يجب أولا أن يطبق مثير على كائن حى . فالمثير الذى يتمثل فى طيران حشرة تجاه عينيك سوف يجعلك تفتح عينك وتغمضها بسرعه ، وحادثه مخجلة قد تسبب إحمرار وجهك ، ووميض الضوء تظهر نتيجية فى فتح وغلق عينيك فالقليل فقط من سلوكك هو سلوك إستجابى .

إن معظم سلوكنا هو سلوك الأجرائى ، فهو ليس آلى يُتنبأ به ، ولايرتبط بأى أسلوب معروف مثيرات من السهل التعرف عليها . ويعتقد سكنر أن سلوكيات معينة تحدث ، وحتى إذا كانت مسببة بمثيرات خاصة (يصعب التعرف عليها) فإن هذه المثيرات غير ذات صلة دراسة السلوك . نصف كلمه « اجرائى » فئه كامله من الأمثلة السلوكيات التى تؤثر على البيئة لتولد أحداثا أو استجابات داخل البيئة . فإذا كانت هذه الأحداث أو الإستجابات مرضية ، فإن إحتمال تكرار السلوك المؤثر يتزايد عاده .

كل من السلوك الإستجابى ، والسلوك الاجرائى يمكن تدريسها وتعلمها . ويتطلب تعليم وتعلم السلوك الاستجابى تقديم المثيرات التى سوف تسبب حدوث السلوك المرغوب ، بينما يتم تعلم السلوك الاجرائى من خلال تدعيم مناسب (إما إيجابى أو سلبى) يعطى مباشره أو بعد فترة قصيرة من الحدوث التلقائى للسلوك الإجرائى ويزيد التعزيز المباشر للشخص عقب حدوث السلوك المرغوب من إحتمال إعاده هذا الشخص للسلوك . وإذا كان التدعيم عقابا فنأمل أن يتعلم الفرد الإحجام عن السلوك غير المرغوب فيه الذى سبب العقاب .

وقد خصص سكنر لكل نوع من السلوك ، السلوك الاستجابى والسلوك الاجرائى ، نوعا من التعلم ، هى إستراتيجية تعليم/ تعلم عامه تسهل تعلم السلوك المرغوب . والإستجابة الشرطية هى طريقة للتعلم الإستجابى (التى تشبه ماأطلق عليه جانييه بالتعلم الإشارى) تنتج عندما يقدم مثير جديد مع مثير قديم يظهر الإستجابة المتوقعة .

وبعد عدد متغير من الربط فى أزواج ، سوف يظهر المثير الجديد الإستجابة بدون ربطه فى زوج مع المثير القديم . والمثال التقليدى للإستجابة الشرطيه معطى فى أعمال عالم النفس الروسى أيفان بافلوف Ivan Powlov . فكلاب بافلوف المتؤثرة بشروط فى معمله يسيل لعابها عند سماع صوت الإيقاع ، وعند أول صوت للإيقاع يقدم طعاماً فى نفس الوقت للكلاب . وبعد فتره من وضع تقديم الطعام مع صوت الإيقاع فى زوج سال لعاب الكلاب عند سماع الإيقاع حتى عندما لم يقدم لهم الطعام مع صوت الإيقاع .

وكما ذكر سكنر فإن الإشتراط الإجرائى يمكن إستخدامه للإرتقاء بالتعلم الإجرائى فالاشتراط الإجرائى للتعليم الإجرائى مضبوط بمثير يعقب السلوك . هذا المثير الذى يقدم عقب الاستجابه يطلق عليه عاده التدعيم أو التعزيز . ويمكن أن تكون تدعيم إيجابى أو سلبى مادام كل من التدعيم الإيجابى أو السلبى يمكن استخدامها ليزيدا من إحتمالية تكرار السلوك . وكمثال للإشتراط الإجرائى والتعلم الإجرائى إفترض أن تلميذ يجلس بمعزل عن الفصل لخجله وهدوئه ، وعدم إستجابته فى حجره الدراسة . والحوار التالى يمكن أن يحدث بين المعلم والتلميذ :

(١) **المعلم** : ماذا تعنى ا[a^4]ا ياسعد ؟

سعد : لايجيب .

المعلم : حسنا أيها الطلاب ، لابد أن سعد قد نسى كيف يتكلم (ضحك مرتفع من الفصل ، ويحمر وجه سعد خجلا)

أو

(٢) **المعلم** : ماذا تعنى ا[a^4]ا ياسعد ؟

سعد : تعنى خذ أربعة عوامل من أ [a] أى ا × ا × ا × ا [a times a times a times a.

المعلم : حسنا جدا ياسعد من الواضح أنك قرأت الواجب وفهمت معنى الأس شكراً لك . (يستدير العديد من الطلاب وينظرون إلى سعد نظرة الاتفاق

والآن أى نوع من التعلم الإجرائى يمكن أن يأخذ مكانه فى سعد كنتيجة لسلسله من الأحداث تستمر لمدة شهرين بين سعد ومعلمه بحيث كل الاحداث كانت تشبه الموقف (١) ، أو بحيث الاحداث تشبه الموقف (٢) . من الواضح أن الموقف (١) سوف ينتج عنه منتج سلبى عند سعد

فى هذا الموقف أى من سلوكيات سعد تميل لأن تحدث ؟ ربما كان المعلم يأمل أن يميل للإجابة على الاسئلة . ومع ذلك ربما خجل سعد وإحراجه قد سببا له كراهية أكبر الرياضيات ، وجعلت ميله قليلا للإجابة على أسئلة المعلم فى المستقبل . وعلى ذلك فإن الإ السلبية للمعلم كان لها أثرا غير مرغوب على سعد ، ووضعت شروطا على سعد ليظهر « سلو مرغوب فيه » بعدم الإجابة على الاسئلة .

وسلسة الأحداث المشابهه للموقف (٢) حيث قدم المعلم والفصل مثيرا موجبا لسعد سلوكه ، قد يحس إتجاه سعد نحو حصة الرياضيات ، ويقلل من خجله وتجعله يتطوع للإج الفصل – وكلها سلوكيات « مرغوبة »

كل من هذين الموقفين مثال للاشتراط الإجرائى الناتج عن التعلم الإجرائى ففى الحاله ا التعلم الإجرائى غير مرغوب ، وفى الحالة الثانية كان مرغوب فيه لاحظ أنه فى كل من مو

الإجرائى أتى المثير (رد فعل المعلم والطلاب على إستجابة سعد أو نقص الاستجابة) بعد سلوك سعد (فعل سعد فى الإجابة على سؤال المعلم)

دعنا نكرر الفرق بين الإستجابة الشرطية ، والإشتراط الإجرائى . الإستجابة الشرطية يكون نتيجتها أن المتعلم يصبح سلوكه مشروطا بأن يظهر سلوكا معينه كاستجابة على مثير خاص . إما فى الاشتراط الإجرائى فإن مثيرا جديدا يقدم مع المثير القديم الذى يسبب رد فعل إنعكاسى . فبعد سلسلة من التقديم الآنى لمثيرين ، يعطى المتعلم نفس رد الفعل للمثير الجديد (فى غياب المثير القديم) والذى كان قد أعطى استجابة للمثير القديم بمفرده . وفى التعلم الإستجابى يستجيب المتعلم لمثيرات البيئة

فى الإشتراط الإجرائى تكون الإستجابات غير المتوقعة للمتعلم متبوعة بمثير ما ويأمل أن المثير إما يساعد على قمع الإستجابة إذا كانت غير مرغوبة ، أو يزيد من تماثل الإستجابة إذا كانت مرغوبة . التعلم الإستجابى هو تعلم علاقة بين المثير والاستجابة ، بينما التعلم الإجرائى هو تعلم علاقة بين إستجابة ومثير .

وفى التعلم الاستجابى يستجيب المتعلم لمثيرات البيئة ، بينما فى التعلم الإجرائى يؤثر المتعلم على بئية وتدعم إجراءاته من خلال مثيرات مناسبة ، أو تغيرات فى البيئة كنتيجة لأفعاله .

الإرتقاء بالتعلم وتغيير السلوك

التدعيم (التعزيز) : Reinforcement

إن المدعمات التى تحدث أو المثيرات التى تعقب إستجابة ما وتميل لأن تزيد إحتمال حدوث هذه الإستجابة ، يمكن أن تسهل التعليم والتغير فى السلوك فى بيئة التعلم المدرسية مع حجرات الدراسة والمعلمين نجد أن الدرجات ، وموافقة المعلم والأقران ، والعقاب ، ومختلف وسائل الإدراك والإثابه لسلوكيات معينة يمكن أن توظف كمدعمات . ويقع كثير من المثيرات البيئية المختلفة التى تعمل كمدعمات تحت نبدين عامين : مدعمات موجبة ، ومدعمات سالبه .

ويعرف سكنرالمدعمات الموجبة كمثيرات ، عندما تقدم عقب سلوك ما للمتعلم تميل لأن تزيد من إحتمال تكرار سلوك معين ، أى أن السلوك قد حدث له تقوية . فعندما أجاب الطالب سعد بطريقة صحيحة فى حجره الدراسة ، زاد مدح المعلم له من إحتمال أن سعد يجيب ثانيا على أسئلة المعلم ، وبالتالى فإن رد الفعل الحسن للمعلم عمل كمدعم موجب لسعد . والملاحظة غير الحسنة للمعلم التى تبعث إخفاق سعد فى الاجابة على سؤال المعلم قد عملت كمدعم موجب أيضا لأنها دعمت سلوك سعد وهو البقاء صامتا عندما يسأله المعلم . فأى مثير حسن أو غير حسن الذى يتبع السلوك الذى أظهره ، وقوى هذا السلوك ، يعتبر مدعم موجب عند سكنر .

والمدعمات السالبة هى مثيرات إزالتها تميل إلى تقوية السلوك . وفى كثير من الأوقات يمكن زيادة سلوك الطالب فى حضور الأنشطة المناسبة بحجره الدراسة بإزالة المثيرات المعوقة مثل الضجة غير المرغوبة أو الطلاب المشاغبين ، أو السلوك المعوق من المعلم .

النسيان والانطفاء Forgetting andExtinction

إذا لم يستخدم سلوك متعلم لفترة طويلة من الزمن فسوف ينسى ويجب إعاده تعلمه ففى النسيان يُفقد تأثير الإشتراط الإجرائى مع مرور الزمن ينسى كثير من الطلاب كثيرا من مهاراتهم فى الجبر إذا لم يمارسوها فيما بين أول سنه لإلتحاقهم بالمدرسة وسنة تخرجهم . ومعظم معلمى المدرسة الثانوية قد تعلموا التفاضل فى الكلية ، وربما ينسون كثيرا من التفاصيل والمهارات لهذا الموضوع إذا عملوا فى مدرسة لم يدرسوا فيها التفاضل لسنوات عديده .

ويعتبر سكنر الإنطفاء على أنه عملية « عدم اكتساب » الإستجابات المشروطة ، وهذا ما يفرقة عن النسيان ، وكثير من الاحيان يتعلم الطلاب بصفه أولية إستجابات وسلوكيات خاطئة ثم يحتاجون لإزالتها فيما بعد فى المدرسة ، بينما لاتكتسب الإستجابات الشرطية كنتيجة لسحب التدعيمات المتوقعة وقد عرف سكنر . الانطفاء بأنه العملية التى خلالها تصبح الإستجابات الشرطية أقل فأقل تكراراً عندما الا تأتى بعد التدعيمات . ولحسن الحظ فلتعلم الاستجابات الشرطية والسلوكيات المرغوبة (ولكن لسوء الحظ بالنسبة لعدم اكتساب السلوك غير المرغوب) أظهرت الدراسات أن الإنطفاء الإجرائى يأخذ مكانه ببطء أكثر عن الاشتراط الإجرائى . وقد تكون التدعيمات المتعددة كافية لتعلم إستجابة ما ، ومع ذلك فمئات من الأمثلة غير المدعمه للإستجابة قد تكون ضرورية « لإزالة » الإستجابة ، أى للإحجام عن إظهار الإستجابة .

إن إنطفاء السلوك المرغوب للطلاب مثل المراجعة قبل الإمتاحانات القصيرة ، واكمال التعيينات الواجب المنزلى قد تحدث إذا كانت متوسط درجات الإمتحانات القصيرة لاتدخل ضمن درجة تقارير الفترة ، وإذا لم يصحح المعلم التعيينات ويعيدها للطلاب بعد تسلمها بزمن قصير . وفى بعض المدارس الثانوية والكليات حيث استبدلت نظم خطابات التقديرات بتقويم الطلاب مرضى/ غير مرضى ، أصبح الطلاب الذين يتوقعون خطابات التقديرات كمدعمات محبطين وتنقصهم الدافعية كنتيجة لإنكار توقعاتهم السابقة لخطابات التقديرات كمدعمات .

وإنطفاء السلوك غير المرغوب مثل إستخدام تكنيكات رياضية غير صحيحة أو االانخراط فى التدخين ، والتى تكررت مراراً مع تدعيم فى بعض الأحيان ، من الصعب جداً تحقيقه . وقد أشرفت مرة على شاب كان لديه بعض المتاعب مع مقرر عال للرياضيات لأنه قد تعلم عدداً من تكنيكات الجبر الخاطئة مثل (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} [$(a + b)^2 = a^2 + b^2$]

وحتى بعد تصحيحها لعدة مرات ، أستمر فى عمل نفس هذا الخطأ عندما كان يجرى خوارزميات لحل مشكلات أكثر تعقيداً . فكل مرة أشير إلى هذا الخطأ فى ورقته .

وقد يضرب نفسه على رأسه ويعلق أنا أعرف أن (أ + ب)٢ = أ٢ + ٢أب + ب٢ [$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$] ولكن لماذا أفعل نفس الخطأ ؟ والإجابة على سؤاله برغم أنها بسيطة جداً إلا أنها غير مرضيه له أى أن أحيانا يكون من الصعب جداً إزالة شيئا ما تم تعلمه بطريقة خطأ فى المرة الأولى ودعم من خلال الأداء المتكرر . وأحد الاخطار لتعيين فئات من التدريبات المتشابهة لمسائل الواجب المنزلى لتدعم مهاره معينة هى أن تدعيم أحد الإجراءات الخاطئة غير المقصودة قد يحدث خلال التكرار حتى يصبح من الصعب جداً انطفاؤه . ويجب ملاحظه أن الشاب الذى تعلم أخيرا الناتج الصحيح (أ + ب)٢ [$(a + b)^2$] وكذلك الشخص الذى إنطفأ سلوك التدخين لديه لم ينس السلوك غير المرغوب كلاهما قد أصبح تحت شروط قمع السلوك غير المرغوب أو ابداله بسلوك مرغوب .

البغض والإجتناب : Aversion and Avoidance

إن المدعم السلبى هو مثير سحبه يسبب تقوية الإستجابة . فالدعم السلبى غير السار ، أو المزعج ، أو المعوق يطلق عليه سكنر المثير البغيض . وهناك طريقتان للتعامل مع المثير البغيض . فيمكن تلافى المثير البغيض بإزالة المثير بعد الإتصال به ، أو بترك البيئة التى يوجد بها المثير البغيض . ويمكن تجنب المثير البغيض بالتوقع المسبق لحدوثه والإبتعاد عنه . ولاحظ أن الإجتناب يحدث بعدم الإتصال مطلقا بالمثير البغيض ، والهروب يحدث بإزالة المثير البغيض بعد الإتصال به . فكثير من الناس تتجنب تعب المعدة بعدم أكل الأطعمة كثيرة التوابل ، بينما يأكل البعض الآخر وللهرب من سوء الهضم الناتج يتناولون مستحضرات مضادة للحموضة .

وإذا كان شخص ينجح دائما فى تجنب موقف بغيض ، فقد يفقد الموقف بغضه بالنسبة لهذا الشخص . وفى النهاية قد يفشل الشخص فى إصدار إستجابه التجنب لمثيرات تسبق المثير البغيض ولايتجنب البغيض . فربما يتجنب شخص ما أكل المحار بسبب أعراض حساسيه للمحار منذ زمن بعيد ، وقد يغريه آكل المحار .

المرض الناتج سوف يعيد بناء الإستجابة البغيضة للمحار ، وسوف يتجنب هذا الشخص آكل المحار لفترة حتى يضعف بغضه للمحار مرة أخرى .

وكثير من الأمثلة عن البغض ، والهروب ، والإجتباب توجد فى الطلاب فى حجره دراسه الرياضيات . فعلى سبيل المثال بعد عدم النجاح فى محاولة حل مسألة فى إمتحان قد يحاول الطالب التهرب من الفشل عن طريق نقل الاجابات من طالب يجلس بالقرب منه . ويتجنب بعض الطلاب الفشل فى الاختبارات بالتغيب عن المدرسة يوم الامتحان . وبالطبع من وجهة نظرالمعلم فإن الطريقة

المطلوبة لتجنب الفشل هى تكملة كل تعيينات الواجب المنزلى ، والاستعداد للإختبار عن طريق فترات المراجعة المكثفة . وكثير من مشكلات الإنضباط هى فى الحقيقه محاولات الطلاب فى الهروب الضجر والفشل المرتبطين بحجره دراسة الرياضيات . وبعض محاولات الهروب غير المهذبه من المثيرات البغيضه لحجرة الدراسة هو محاولة تعطيل أنشطة المعلم المخططة . ومحاولات الهرب الاكثر تهذيبا هى أسئله الطلاب من أجل إخراج المعلم من موضوع الدرس .

كان العقاب Punichnent عبر التاريخ تكنيك مشترك لمحاولة ضبط السلوك ، وناقش سكنر (١٩٥٣) تأثيرات العقاب ونواتجه الجانبية فى كتابة العلم والسلوك الإنسانى Scince and Human Behavior . ورأية العام عن بالنسبة لاستخدام العقاب لضبط السلوك ملخص فى الفقرة التالية من هذا الكتاب :

> إن الإهتمام بالعقاب ربما يرجع إلى إدراك أن هذا التكنيك له نواتج جانبية سيئة . ففى المستقبل البعيد يعمل العقاب ، بخلاف التدعيم ، على إعاقه كل من الكائن المعاقب والوكاله المعاقبة . والمثيرات البغيضه التى إحتجنا إليها تولد إنفعالات تتضمن ميول للهروب أو الإنتقام ، وقلق يؤدى إلى كف القدره . (ص ص ١٨٢ - ١٨٣)

وينظر سكنر للعقاب كتقديم مقصود لمدعم سلبى (المدعم السلبى هو مثير تؤدى إزاحته إلى تقويه السلوك) ، أو الإزالة المقصودة لمدعم موجب (المدعم الموجب هو مثير يؤدى تقديمه إلى تقوية السلوك) وقد أظهر سكنر وآخرون فى تجارب معملية على كل من الحيوانات والناس أن العقاب ليس له الأثر العكسى للإثابة . فعدد متساوى من العقوبات لايسبب إنطفاء آثار عدد معطى الإثابات . وبينما يمكن أن يكون العقاب أو العقاب المستمر فعال فى قمع سلوك غير مطلوب فإن هذا القمع يكون وقتى فقط .

وبعد فترة زمنية تميل السلوكيات المعاقبة إلى الظهور عند مستوى ليس أقل بكثير عما إذا لم يطبق العقاب . وحتى إذا كان العقاب فعال فى قمع أو إزالة السلوك غير المرغوب فإنه يمكن أن يولد توابع إجتماعية أو أنفعالية غير متوقعة .

وقد تعرف سكنر (١٩٥٣) على ثلاثة آثار للعقاب على الشخص الذى عوقب .

أولا : العقاب يقمع السلوك . وحيث أن إستجابة الشخص للعقاب تكون عادة متناقصة مع السلوك المعاقب ، فالسلوك يتغير على الأقل وقتيا . فالطالب الذى يلومة معلمه على المجادلة داخل الفصل مع طالب آخر قد يتوقف عن الحديث أو ربما يحول مجادلته نحو المعلم .

والأثر الثانى للعقاب هو إثارة سلوك متناقص ينتج عنه قلق مصحوبا بتغيرات سيكولوجية مثل زيادة معدل ضربات القلب ، والارتفاع فى ضغط الدم ، والشد العضلى .

فالناس الذين يعرفون أنهم يكذبون قد عوقبوا على الكذب يظهرون مثل هذه التغيرات السيكلوجية عندما يكذبون ، حتى عند عدم وجود العقاب . وهذا يقترح المبدأ المستخدم فى تطوير أجهزة إكتشاف الكذب .

والأثر الثالث للعقاب وهو أكثرها أهمية هو تكييف الشخص المعاقب على عمل شيئا آخر غير الفعل الذى عوقب من آجله ومهما كان السلوك البديل فسوف يدعم وقد يكون غير مرغوب فى آثاره المستقبلية مثله كمثل السلوك الذى قمع .

وفى بعض الأوقات ينمى الطلاب الذين عوقبوا بقسوة فى المدرسة بفضاها ولأى تعلم نظامى بصفة عامه . وحتى قد يرتكبون أفعال تخريب ضد ممتلكات المدرسة أو المعلم . وفى الحالات المتطرفة التى يعاقب فيها الطالب فإنه قد يعتدى على معلمه من الناحية الجسميه .

وهناك أدلة قليلة يقترح أن نتائج العقاب القاسى أو المتكرر شىء مرغوب أو يمكن التنبؤ بها . وحتى العقاب المعتدل نسبيا مثل تعيين واجبات منزلية إضافية أو إبقاء الطالب بعد اليوم الدراسى قد لايقمع السلوك المعاقب بالضرورة . بل ربما يدعم بغضا للرياضيات وللمدرسة بصفه عامه .

وربما يكون أثر العقاب المعقول وقتيا فى قمع إستجابات معينه ، ومع ذلك فمعظم أنواع العقاب تبدو غير فعالة نسبيا فى الارتقاء بتعديل دائم للسلوك .

وعلاوه على ذلك يمكن أن ينتج العقاب القاسى أو المتكرر آثار إنفعالية جانبية قد يثبت أنها مرغوبة أقل من السلوك الأصلى .

الشروط العامة للتعلم

من وجهه نظر سكنر هناك ثلاث متغيرات تساعد على حدوث التعلم . أولا يجب أن يكون هناك « موقف » يحدث فيه السلوك . والثانى هو « السلوك » نفسه ، والثالث هو « نتائج » السلوك . فإذا أظهر شخص ما استجابة أو سلوكا معينا فى موقف من فئه من الاستجابات يُسمَى إجراء وإذا دعم نتيجة الإستجابة فإنه من المحتمل أن يحدث التعلم أى يكون من المحتمل أن إستجابة مشابهه من نفس فئه الاستجابات سوف تعطى بواسطة هذا الشخص فى موقف مشابه . وبرغم أن الموقف لم يسلك كمثير للإستجابة ، إلا أن المتعلم بعد استقباله للتدعيم على الاستجابة سوف يميل لربط السلوك الذى أثار التدعيم مع الموقف المبدىء . والإجراءات (فئات الإستجابات) تكتسب علاقات مع فئات سابقة من المثيرات (يطلق عليها المثيرات المتمايزه) ؟ ولكن العلاقة بين المثيرات والإستجابات مختلفة عن سكك العلاقات التى توجد فى الشرطية الكلاسيكية بين المثير والاستجابة . إن الموقف الأولى فئه من المثيرات عند الإقتراب منها ثانية تصبح فرص للسلوك الإجرائى .

ولكنها لاتسبب السلوك كماهو الحال فى التعليم الاستجابى فالدفع غير المتوقع فى الضلوع (مثير) يجعل الإنسان يقفز (إستجابة) وكلمه مدح أو درجة زيادة على التقدير النهائى لحل مشكلات

رياضية لم تكن معينة بواسطة المعلم تجعل الطالب يستمر فى انجاز عمل زائد فى الرياضيات . وفى المستقبل فإن اكثر المشكلات صعوبة فى الكتاب (التى لم تعين كواجب منزلى من المعلم) تسلك كمثيرات متمايزة للطالب وتصبح فرص لاستجابته لانجاز عمل زائد .

فن التدريس

تقترح إبحاث سكنر عن علم التعلم وفن التدريس عدة أسباب عن لماذا يتخرج تلاميذ المدرسة الإبتدائية منها دون تعلم أبسط مهارات الحساب ، ولماذا يفشلون فى تعلم هذه المهارات بعد محاولات متكرره فى المدرسة الثانوية ؟

أولا : بعض « تدعيمات » تعلم المهارات الرياضية لاتزال بغيضه . أى أن معظم الطلاب لايزال يتعلمون (أو يحاولون أن يتعلموا) الحساب هربا من العقاب أو بتهديد العقاب وبدلا من دراسة وتعلم الحساب من أجل الحصول على تدعيمات موجبه ، نجد أن كثيراً من الطلاب ينجزون العمل المدرسى لتجنب التبعات السلبية عدم سرور المعلم ، أو سخرية الزملاء ، أو الدرجات المنخفضة التى ينتج عنها عقاب الوالدين ، أو النتائج الضعيفة عند التنافس مع الطلاب الآخرين ثانيا وحتى عند إستخدام التدعيمات الموجبة كمحاولة للارتقاء بتعلم الحساب فإن التدعيمات عاده لاتصل إلى حد الأعلى للفاعلين . وفى المدارس لاتكون عاده تدعيمات المعلم متكررة على حلول الطلاب المكتوبة على المشكلات وذلك فى الفصول التى تضم أعداداً كبيرة . أو عندما تحدث ربما تعطى عدة دقائق عقب إجابة الطالب .

وقد وجد سكنر أن تعلم أنواع معينه من المهارات ، مثل الحساب البسيط ، يطلب بعض الطلاب تدعيما فوريا على إجاباتهم . وإذا مر فارق وقت كدقيقه أو دقيقتين بين الإجابة والتدعيم فإنه أحيانا يزيل كثيرا من الآثار الموجبة كتدعيم فورى . ولما كان الواجب المنزلى والإختبارات تصحح بواسطة المعلم ويعيدها بعد يوم أو اكثر من إكمال الطلاب لها فإن كثيراً من قيمة تعلم هذه الأنشطة يمكن أن يفقدها كثير من الطلاب . وسبب ثالث للإجابة على لماذا يفشل الطلاب فى التعلم داخل المدرسة ، حتى عندما يُعطى التدعيم الفورى لهم ، هو أن تكرار التدعيم غير كاف . وقدر سكنر (١٩٦٨ ، ص ١٧) فى كتابة تكنولوجية التدريس (The Technology of Teaching) أن الطالب خلال السنوات الأربعة الأولى فى المدرسة يحتاج إلى ٢٥٫٠٠٠ تدعيم بينما لا يعطى سوى آلاف نبيلة .

ويقترح سكنر حلا للتغلب على أستحالة أن يعطى المعلم كل طالب تدعيما فوريا بصفة منتظمة وهو إستخدام مواد التعليم المبرمج وماكينات التعليم لمساعدة المعلم فى تدعيم الطلاب . وتصمم عادة الخلايا التعليمية والكتب المطبوعة للتعليم المبرمج بحيث تعطى المعلومات فى قطع صغيرة وبعد أن تعطى كل

قطعة من المعلومات ، يسأل القارىء سؤالا ، وبعده يقارن مباشره بين إجابته والإجابة الصحيحة المطبوعة عقب السؤال . وقد يزيح الطالب بطاقة إلى أسفل الصفحة لإخفاء المعلومات الجديده وإجابات الأسئلة حتى يقرأ كل قطعة من المعلومات ، ويجاوب على سؤالا مناظراً على هذه القطعه من المعلومات .

والمبادىء المستخدمة فى تحضير مواد التعليم المبرمج هى أن المعلومات يجب أن تقدم فى قطع صغيره ، ويجب أن يظهر المتعلم أن قد تعلم كل قطعه وذلك عن طريق الإجابة على سؤال ، ويتُبع بتغذية راجعه فيما يختص بإجابته .

وبعض مواد التعليم المبرمج خطيه Linear أى بغض النظر عن إجابة الطالب فإنه يستمر . والمواد الأخرى تحتوى فروعا Branches بحيث أن الخطوه التالية فى البرنامج تتحدد بإجابة الطالب على سؤال ما أو إستجابات على فئه من الأسئلة .

والفقرة التالية هى مثال عن جزء صغير من سلسلة تعليم برنامجى فى الرياضيات :

الإطار ٥٩ : العدد الأولى هو العدد الذى يقبل القسمه على نفسه والواحد الصحيح . فمثلا ٧ عددا أوليا لأنه يقبل القسمه على الواحد والسبعه بدون باق .

سؤال ١ : هل ٢٩ عددا أوليا ؟ – كان يجب أن تقول نعم ٢٩ هو عدد أولى لأنه يقبل القسمه على الواحد والتسعة وعشرين .

سؤال ٢ : ماالاعداد التى يقبل العدد الأولى القسمه عليها ؟

كان يجب أن تجيب بأن القواسم هو الواحد والعدد نفسه .

إذا أجبت على السؤال (١) والسؤال (٢) بطريقة صحيحة تقدم إلى الاطار ٦٠ وإذا كانت إحدى اجاباتك غير صحيحة عُد إلى الاطار ٥٩ .

وفى الماضى طور سكنر وآخرون واستخدموا ماكينات تعليم تُقدم سلاسل مطبوعه من مواد مبرمجه للطلاب ، وتتفرع لمادة جديدة أو سابقة وفقا للاستجابات التى ينتقيها الطلاب على الأسئلة . وبالرغم من أن ماكينات التعليم هذه قدمت وسطا لاختبار وتقويم نظريات سكنر للتدريس إلا أنها قد أصبحت جزءا من التاريخ .

ويستطيع الطلاب فى أمريكا الآن التفاعل مع برنامج تعليمى قائم على الكمبيوتر من محطة بعيدة ، ويمكن أن يحصلوا على « أطر » تعليمية متنوعة قائمه على أساس تحليل الكمبيوترلإجاباتهم على مشكلات وأسئلة يعدها الكمبيوتر . ومرونة محطة الكمبيوتر PLATO التى طورت فى جامعه الينوى كجزء من نظام تعليمى قائم على الكمبيوتر ومعقد جداً – كبيرة جداً بحيث يمكن للطلاب إنتقاء وإستخدام كل من البرامج السمعية ، والبصرية فى محطة الكمبيوتر . ويمكنهم التحدث إلى الكمبيوتر

إما بأوامر مكتوبة أو باستجابات فى المحطة البعيده ، بلمس أشياء تظهر على شاشة مثل شاشة التليفزيون .

ويمكنهم أيضا الإتصال بالمعلمين والطلاب الآخرين عن طريق شبكة التليفزيون عندما يكون لديهم مشكلة لم يبرمج الكمبيوتر للتعامل معها . وبخلاف الخدمة بدلا المعلم يمكن أن تعطى نظم الكمبيوتر التعليمية المعقدة المعلم الحرية ليعطى إنتباه اكثر لمشكلات التعليم الفردى للطلاب تلك المشكلات المعقدة بدرجة كافية بحيث تتطلب مساعدة إنسان أكثر مرونة وإدراكا ، وتعاطفا عن الكمبيوتر .

وخلاصة القول ، فإن كثير من إبحاث سكنر عن علم التعلم وفن التدريس مفيده لمعلم الرياضيات . وتعتبر مبادؤه فى التعليم والتعلم مساعده بصفه خاصه فى تطوير إستراتيجيات تدريس الحقائق والمهارات الحسابية البسيطة لطلاب المدرسة الإبتدائية والثانوية . وبعض أعمال جانيية فى بناء هرميات الحقائق الرياضية ، والمهارات ، والمفاهيم والمبادئ لمساعدة الطلاب على تعلم الرياضيات أخذ أساسها النظريه من نظريات سكنر . وبرغم أن بعض فصول كتاب سكنر تكنولوجية التدريس كتبت بين عام ١٩٤٥ – ١٩٦٨ ، إلا أن تحليلة للتدريس لايزال ذا صلة – حتى بالنسبة للرياضيات المعاصرة فى المدارس الثانوية الحديثة .

خلاصة

إن السبع نظريات التى قدمت ونوقشت فى هذا الفصل هى محاولات قام بها واضعوها لبناء وشرح عمليتى التدريس والتعلم المعقدتين للغاية وليس هناك نظرية بمفردها تمد بنموذج كامل للتدريس أو للتعلم ، وهناك نقاط عدم إتفاق بين نظريات متعددة . وبالرغم من حدود هذه النظريات إلا أن كل منها له تطبيقات على تعليم وتعلم رياضيات المدرسة الثانوية .

فقد كون بياجيه وسكنر نموذجين مختلفين تماما للتعلم الإنسانى . فطور بياجيه نظرية للنضج العقلى والنمو ، بينما درس سكنر الشروط التى يحدث فيها السلوك البشرى . وبرغم أنهما مدخلان مختلفان لدراسة التعلم والسلوك إلا أن هاتين النظريتين تكملان بعضهما ، وكل منهما له تطبيقات عديدة فى تدريس الرياضيات .

وحدد جيلفورد ما يعتقد أن المائه وعشرون قدرة عقلية التى تؤلف الذكاء العام ، ويمكن أن تكون نتائجه ذات نفع كبير للمعلمين فى التعرف على مشكلات التعلم الفرديه للطلاب والتعامل معها .

وتعد نظرية برونر للتدريس مفيدة للمعلمين فى مساعدتهم على تكون مداخل عامه للتدريس ، وكثير من أعماله ترى على أنها قابلة للتطبيق مباشره على الرياضيات وعلى أساس جزء من نظرية

بياجيه للنمو العقلى طور دينيز نظرية لتدريس الرياضيات تحتوى على سلسلة من استراتيجيات تدريس المفاهيم الرياضية .

وقد قام بوصف كيف يمكن التمهيد لموضوعات من رياضيات المدرسة الثانوية باستخدام خطواته السته فى نمو المفهوم لنموذج عام لتعليم وتعلم الرياضيات .

وبينما أهتم جانيية وأوزبل بتنقيح نظريات التعلم والتدريس ، قاموا بتطوير تكنيكات وإستراتيجيات للتدريس فى حجره الدراسة . فقد إتخذ جانييه مدخلا من القاع إلى القمة لبناء المحتوى فى أبنية هرميه للتعلم حيث تُبنى على الأبسط والمتطلبات الأولية من الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم لتعلم مهارات ، ومفاهيم ومبادىء أكثر تعقيداً . وطور أوزبل نظرية فى التعلم اللفظى ذى المعنى التى يمكن أن يستخدمها المعلم عن تقديمه ماده للطلاب بطريقة المحاضرة أو العرض . ولما كان جزء كبير من تدريس الرياضيات يتم بطريقة المحاضره ، فإن إجراءات أوزبل لبناء المعلومات ، بحيث يمكن تعلمها بطريقة فعالة وذات معنى ، يمكن أن تكون ذات فائده كبرى لمعلمى رياضيات المدرسة الثانوية .

ويمكن إستخدام النظريات المتنوعة للتعليم والتعلم كأساس لتصميم وتقديم دروس الرياضيات ، وكذلك فهى تمد بخلفيه ثرية من المعلومات التى يمكن أن يستخدمها المعلمون فى تطوير وتحسين فاعليه إستراتيجياتهم فى حجره الدارسة لتدريس الرياضيات للطلاب فى المدرسة الثانوية .

تمارين وأنشطة

١ -أذكر مراحل النمو العقلى لبياجية وعرف كل منها ، وناقش القدرات الرياضية التى من المتوقع أن تكون لدى الناس فى كل مرحله . ماالفروق بين طلاب المرحلة الثانوية ، وطلاب المرحلة الإعدادية فى تعلم القدرات ؟ ناقش إستراتيجيات التدريس التى تناسب طلاب كل مرحلة .

٢ -حدد جيلفورد خمس عمليات للتعلم ، وأربعة محتويات للتعلم ، وسته منتجات للتعلم . عرف وإعط أمثلة للخصائص الخمسة عشر للذكاء .

٣ -كيف يمكن لمعلم الرياضيات غير المدرب كسيكلوجى تطبيق نموذج بنيه جيلفورد للذكاء فى تدريسه ؟

٤ -عرف الأنماط الثمانية التى حددها جانييه ، وأعط مثالا من تدريس الرياضيات على كل نوع وإقترح إستراتيجية تدريس مناسبة للإرتقاء بكل نوع منها .

٥ -حلل ووضح مراحل دينز السته فى تعليم الرياضيات وتعلمها ، وذلك باختبار موضوع من رياضيات المرحلة الثانوية وأعد إستراتيجية تعليم/ تعلم من ست مراحل توضح تطبيق هذه المراحل على التدريس فى الفصل .

٦ -تخير أحد موضوعات رياضيات المرحلة الثانوية ، وقم بتصميم خطه تعليم/ تعلم لتقديمه للطلاب وذلك فى ضوء إستراتيجيات أوزبل للتعلم اللفظى ذى المعنى .

٧ -أذكر الخصائص الست للنمو العقلى لبرونر ، وصفها ثم ناقش تطبيقات كل خاصية لتدريس رياضيات المرحله الثانوية .

٨ -ناقش الفرق بين النسيان والإنطفاء . وأشرح كيف يحدث الإنطفاء ثم إعط أمثلة متعددة لعملية النسيان والإنطفاء لحقائق رياضية أو مهارات ومفاهيم أو مبادىء سبق تعلمها .

الفصل الثالث

بناء بيئة تعليمية فعالة فى تدريس الرياضيات

۳



بناء بيئة تعليمية فعالة فى تدريس الرياضيات

Developing and Maintaining an Effective Learning Environment

بالإضافة إلى تخطيط التدريس فيما يختص بدروس الرياضيات فعلى المعلمين أن يقوموا بتنفيذ أنشطة أخرى كثيرة من أجل تحقيق هدفهم الرئيسى الخاص بمساعدة الطلاب فى تعلم الرياضيات .

نعرض فى هذا الفصل ثمانية أنشطة تعتبر جزءاً هاماً من إعداد وتحقيق بيئة فعالة يمكن أن يتعلم فيها الطلاب الرياضيات . وحتى يمكن تدريس الرياضيات بشكل فعال فعلى المعلمين أن يكونوا قادرين على عمل الآتى :

أولاً : تقويم وإنتقاء واستخدام الكتب الدراسية فى الرياضيات .

ثانياً : إنتقاء واستخدام مصادر التعليم/ التعلم فى الرياضيات .

ثالثاً : تعيين وتقديم الواجبات المنزلية .

رابعاً : تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدارسة .

خامساً : تشخيص وحل صعوبات التعلم .

سادساً : تحقيق الانضباط داخل حجرة الدراسة .

سابعاً : بناء الاختبارات وتقييم الطلاب .

ثامناً : تقويم فاعلية التدريب .

أولاً : تقويم وانتقاء واستخدام الكتب الدراسية فى الرياضيات

من الجائز أن تكون مصادر التعليم والتعلم الأكثر أهمية بالنسبة لمعلمى الرياضيات-الكتب الدراسية التى يستخدمها الطلاب فى مقررات الرياضيات فى المدرسة الثانوية فلقد أظهر البحث أن أكثر الطرق فاعلية لتغيير ما يتعلمه الطلاب فى المقررات هو تطوير محتوى كتبهم وفى كثير من المدارس يكون للمعلمين دور رئيسى فى اختبار كتب الرياضيات ومع ذلك فإن المعلمين سواء ساعدوا فى اختيار الكتب للمقررات التى يدرسونها أو لم يساعدوا فإن كل المعلمين يمكن أن يحسنوا من فاعليتهم فى التدريس وذلك بإسترجاعهم الجيد لكتب رياضيات المدرسة الثانوية .

أغراض كتب الرياضيات

فى أى مقرر للرياضيات يمكن للكتاب المدرسى أن يكون مصدراً قيماً لمساعدة المعلم فى تدريس الرياضيات وكذلك مساعدة الطلاب فى تعلم الرياضيات . وبالنسبة للمقررات كثيرا ما كان الكتاب المدرسى يوفر أو يعطى معظم محتوى الرياضيات . وبالنسبة لمقررات أخرى فإن كل المحتوى يمكن أن يؤخذ من الكتاب وبالاضافة إلى الهدف الأول وهو توفير محتوى لمقررات الرياضيات فان الكتب المدرسية تستخدم أيضا للاغراض التالية :

١ – فيما بين تعلم موضوعات الرياضيات فى المدرسة الثانوية والكلية وتدريس هذه الموضوعات لطلاب المدرسة الثانوية فإن كثيراً من المعلمين ينسون بعض التفاصيل ويمكن للمعلمين أن يستخدموا كتب رياضيات المدرسة الثانوية لمراجعة الموضوعات الرياضية التي نسوها .

٢ – هناك الكثير من الكتب التى تنشر فى طبعات للمعلمين وتعرض استراتيجيات تعليميةلتدريس مهارات معينة ومفاهيم ومبادىء معينة .

٣ – تساعد الكتب المعلمين فى تنظيم وترتيب الموضوعات الرياضية فى هرميات تدريسية وتعليمية مناسبة .

٤ – تحتوى بعض الكتب على المواد المساعدة التى تعالج تاريخ وفلسفة وبناء الرياضيات .

٥ – تحتوى كثير من كتب الرياضيات على مشكلات مساعدة وتمارين توفر بعضها مساعدةإضافية للطلاب البطيئين (المتخلفين) فى الرياضيات وهناك كتب أخرى توفر موضوعات متقدمه للطلاب الذين لديهم قدرات رياضية عليا .

٦ – إن الشكل واسلوب الكتاب المكتوب بطريقة جيدة وواضحة يمكن أن يزيد من دافعية الطلاب لتعلم الرياضيات .

٧ – يحتوى القليل من كتب الرياضيات أهداف معرفيه ووجدانية لكل موضوع .

٨ – تحتوى الكتب على أمثله وشرح للمهارات والمفاهيم والمبادىء التى تساعد الطلاب من أن يتمكنوا من هذه الموضوعات الرياضية .

٩ – تشمل بعض الكتب الرياضية تطبيقات لمفاهيم ومبادىء رياضية .

١٠ – تحتوى قلة من الكتب على مسائل وتمارين مصممة لتحقيق أهداف تعلم معرفية عالية المستوى ومحدده للتحليل والتركيب والتطبيق والتقويم للأفكار الرياضية .

١١ – تحتوى تقريبا كل كتب الرياضيات على تمارين للممارسة لمساعدة الطلاب فى تعلم الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادىء .

١٢ – تحتوى بعض الكتب على مشكلات وتمارين تختلف طبقا لمستويات قدرة الطلاب .

١٣ – تحتوى كثير من الكتب على تمارين مراجعة مساعدة ، وكذلك موضوعات وفصول واختبارت مرجعية وأدوات أخرى لتقويم مدى تمكن الطالب من الرياضيات .

١٤ – تقدم بعض الكتب مدخلات مختلفة لتعلم كل موضوع مثل تقديم المحتوى من خلال ممثلات ملموسه ومجردة .

١٥ – يعتبر الكتاب المدرسى مصدر للمعرفة عن الرياضيات ويمكن للطلاب أن يستخدموه للاستعانه به فى المعلومات التى يقدمها المعلمون .

١٦ – فى بعض المدارس التى بها مصادر تدريسية قليلة قد يكون الكتاب هو المصدر الوحيد بدلًا من المعلم ويمكن للطلاب أن يستخدموه فى تعلم الرياضيات .

١٧ – يمكن أن يستخدم الكتاب كمرجع للطلاب الذين قد يكونوا عناصر الموضوعات الرياضية التى سبق تعلمها .

ما يجب أن يكون فى كتب الرياضيات

عند اختيار كتب دراسية جديدة أو تقييم كتب تستعمل حاليا فى برنامج الرياضيات الذى نقوم بتدريسه يمكن أن تستخدم مؤشرات محددة وعامة نقدمها فيما يلى . ومع ذلك فليست هناك طريقة مطلقه لتصنيف كتب الرياضيات . إن تقييم كتاب تعتبر عملية ذاتيه يجب أن تقوم على دراسة متأنية للمعايير المتعلقة أو المناسبة لعملية التدريس التى نقوم بها . ومن بين المعايير الهامة فى اختيار وتقويم كتاب مدرسى الكفاءة الرياضية للمعلمين الذين سيدرسون من خلال الكتاب ومستويات القدرة لدى الطلاب الذين سيستخدمون الكتاب (ومستويات القدرة) ودرجة الكم الرياضى الذى يفضله المعلمون ، ومرحلة النمو العقلى للطلاب ، والتأكيد النسبى على الحقائق والمهارات الأساسية أو المفاهيم ذات المستوى العالى والمبادىء وعلى الأهداف المعرفية والوجدانية وكذلك القيمة التى تحظى بها

المعرفة والفهم والتطبيق والتحليل والتركيب وتقويم الموضوعات الرياضية وبوجه عام إن أهداف برنامج الرياضيات والأهداف المعرفية والوجدانية المحدده لمقرر الرياضيات والخصائص المتعلقة للتعلم بالنسبة للطلاب تعتبر المعايير التى يجب تقييم الكتاب فى ضوئها .

وفى مقاله فى مجلة معلم الرياضيات فى مايو ١٩٦٥ وصف فيليب بيك رئيس لجنه وسائل تقويم الكتب الخاصة بالمجلس القومى لمعلمى الرياضيات كان موضوعها أداة الإنتقاء وتقويم الكتب الرياضية وقد نظمت معاييرها تحت عنوانين رئيسيين : « معايير متعلقة بالعرض والمحتوى » « ومعايير تتعلق بالخصائص الطبيعية والخدمات » وهذان العنوانان سيستخدمان فى مناقشاتنا لتقويم الكتاب ، وفيما يرى بيك فإنه بالنسبة للأداة المستخدمة فى تقويم كتب الرياضيات يجب أن نساعد من يستخدمها فى عملية أتخاذ القرار ، ولكنها سوف لاتتخذ القرار له وليس من الممكن استخدام عدد واحد لقياس خاصية كتاب للإستخدام فى موقف واحد فذلك حكم ذاتى قائم على دراسة متأنية للمعايير التى تعتبر مناسبه للتقويم .

الأسئلة فى الملخص التالى يمكن أن تستخدم كنقطة بداية فى تقويم كتب رياضيات المدرسة الثانوية ، أما الأسئلة الإضافية المتعلقة بأهداف ومعايير محددة فى كتاب الرياضيات والتى تستخدم لمقرر محدد يمكن إضافتها للأسئلة المقترحة فى هذا الملخص ، وضعْ فى اعتبارك أنه ليست هناك إجابة صحيحة أو خاطئة لكثير من هذه الأسئلة فإذا كانت إجابتك للسؤال الذى يقول (هل يحتوى الكتاب على ..... ؟) هى نعم وأنت تريد كتابا لايحتوى على ماسُئل عنه فى السؤال حينئذ فإن (لا) تعتبر الإجابة الصحيحة .

معايير تقويم كتب الرياضيات

١ – معايير تتعلق بالمحتوى وطرق التدريس

أ – المحتوى الرياضى :

لاينبغى فقط أن تكون الرياضيات فى الكتاب المدرسى سليمه (صحيحة) ولكن ينبغى أيضا أن تكون مناسبة لأهداف المقرر الذى يستخدم الكتاب لأجله وكذلك لنوعية الطلاب الذين سيأخذون هذا المقرر .

١ – هل الحقائق والمفاهيم والمهارات والمبادىء الرياضية صحيحة ؟

٢ – هل تستخدم الرموز الرياضية والعلاقات الأخرى ؟

٣ – هل يحتوى الكتاب على عدد من الأخطاء المطبعية والإجابات غير السليمة التى تتدخل فى عملية الفهم للمحتوى ؟

٤ – هل عرض المحتوى كلية رمزيا ومجرداً ؟

٥ – هل المفاهيم الرياضية معرفةِ بشكل سليم ؟

٦ – هل الصيغ الضمنية للنظم الرياضية المقدمة واضحة ؟
٧ – هل سيتناول الكتاب تاريخ وفلسفة وطرق الرياضيات والرياضة ؟
٨ – هل الكم والكيف مناسبين لطلابك ؟
٩ – هل يتناول الكتاب مدخلًا حديثا أو تقليدياً بالنسبة للمحتوى الرياضي ؟
١٠ –هل يؤكد الكتاب على الحقائق والمهارات الرياضية أو هل يؤكد على المفاهيم والمبادىء ؟
١١ –هل تستخدم الصيغ المنطقية القوية فى إثبات الفروض ؟
١٢ –هل يؤكد اكتتابعلى البرهان ؟
١٣ –هل حل المشكلات مأخوذ فى الاعتبار فى الكتاب ؟
١٤ –هل البراهين ، والشروح ، والأمثلة كاملة ويمكن فهمها للطلاب الذين سيستخدمون الكتاب ؟
١٥ –عند تقديم الموضوعات الجديدة هل وضحت علاقاتها بالموضوعات السابقة حتى يكون بناء النظم الرياضية واضحاً ؟
١٦ –هل يبرز الكتاب الأخطاء المنطقية الشائعة مثل فرض صدق نقيض نظرية ما ؟
١٧ –هل المصطلحات الرياضية معرفة بشكل مفهوم وصحيح ؟
١٨ –هل المعانى المختلفة واستخدامات المصطلحات الرياضية المعروفة والنظريات بارزه ؟
١٩ –هل هناك تمييز واضح بين المصطلحات غير المعرفة والمصطلحات المعرفة والنظريات ؟
٢٠ –هل تم عمل تمييز واضح بين البرهان والحدس ؟
٢١ –هل كل الموضوعات التى نريد تدريسها فى المقرر متضمنه فى الكتاب ؟

ب : طرق التدريس :

إنه من المهم أيضا تقييم كتب الرياضيات للتأكد من الصدق فى طرق التدريس والتعلم المستخدمة وتحديد هل الكتاب مناسب لمرحلة النمو العقلى ومستويات القدرة لطلابك .

١ – هل الأمثلة الهامة والمسائل المتضمنة تؤدى إلى زيادة دافعية الطالب نحو تعلم المادة ؟
٢ – هل ضمنت شروح وأمثلة ومسائل لمستويات قدرة الطالب ؟
٣ – هل يستخدم مدخلًا حلزونيا فى تنمية المفاهيم والمبادىء عند مستويات تجريد عاليه بشكل مضطرد ؟
٤ – هل نظمت الموضوعات حتى تسبق الموضوعات الضرورية الموضوعات التى تعتمد عليها ؟
٥ – هل يقوم المحتوى حتى يكون للطلاب فرصة لإكتشاف بعض المبادىء الرياضية ؟
٦ – هل يقوم كل مفهوم فى نصوص عديدة ؟
٧ – هل الأمثلة والأمثلة المقابلة والخصائص الغير مناسبة تابعه لتحديد كل مفهوم ؟
٨ – هل الإستراتيجيات التعليمية فى كتاب المعلم قائمة على أساس مبادىء جيدة لتدريس وتعليم الرياضيات ؟

٩ - هل الأسئلة والتمارين وتعيينات الواجب قائمة على الموضوعات والأفكار المقدمة فى داخل كل فصل ؟
١٠ - هل الأهداف التعليمية المعرفية لكل موضوع واضحة للمعلم والطالب ؟
١١ - هل التنظيمات المبدئية والخطوط العريضة مستخدمة فى بداية كل فصل أو موضوع ؟
١٢ - هل تلخيصات الفصول والموضوعات معطاه من خلال الكتب الدراسية ؟
١٣ - هل يؤكد الكتاب على الاعتماد على القواعد ؟
هل لايؤكد على مدخلات لوغارتيمية لحل المسائل ؟
١٤ - هل تقدم طرق حل المشكلات العامة ؟
١٥ - هل العلاقات بين الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادىء المتعددة مشار إليها ؟
١٦ - هل أعطى للطلاب فرصاً لتطبيق وتحليل وتركيب وتقويم المفاهيم والمبادىء الرياضية ، وأيضا لمعرفة وفهم الحقائق والمهارات .
١٧ - هل أعطى للطلاب فرص لعمل تخمين أو حدث وتعميمات ؟
١٨ - هل أشكال المناقشة الإستقرائية والإستدلاليه تستخدم ؟
١٩ - هل أعطيت أسباب لوقفات معينه وإجراءات حسابية ؟
٢٠ - هل يحتوى الكتاب على إجراءات يمكن أن يستخدمها الطلاب للتقويم الذاتى ؟
٢١ - هل الإستراتيجيات التعليمية المستخدمة فى الكتاب مناسبة لمرحلة النمو العقلى للطلاب ؟

٢ - معايير تتعلق بالخصائص الفيزيقية ووسائل المعلم

أ - الخصائص الفيزيقية

إن اكثر المعايير أهمية فى تقويم الكتاب هى تلك الأحكام على المحتوى الرياضي والطرق التدريسية أو التعليمية المحتواه فى الكتاب . وبعدما توجد عدة كتب يتضح أنها تواجه حاجاتك المعينة بخصوص المحتوى والمجالات التعليمية فإن الخصائص الفيزيقية لتلك الكتب يجب أن تقوم . مع ذلك فإن خاصية الورق والطباعة والمظهر الفيزيقيى للكتاب لايجب أن تستخدم كعوامل رئيسية فى اختبار كتب الرياضيات .

١ - هل الكتب جيدة ومطبوعة على ورق جيد الخاصية ؟
٢ - هل العنوان مناسب ويستحوذ على إعجاب الطلاب ؟ (فعلى سبيل المثال كتاب معنون بالحساب العلاجى لايكون بالكتاب الذى يمكن أن يستهوى طالباً كبيراً .
٣ - هل الصور فى الكتاب عصرية (فالصادر عن أشخاص يلبسون ملابس ذات طرز قديمة) أو يقودون سيارات قديمة تشير إلى أن الكتاب بالنسبة للطالب من نمط قديم .
٤ - هل الأشكال والصور مرتبطة بالمادة فى الكتاب وهل هى ممتعه ؟ وهل تقترح أفكاراً أو أسئلة رياضية ؟
٥ - هل الكتاب جيد التنظيم ؟ وهل العناوين الرئيسية والفرعية تستخدم لتحديد أفكاراً وموضوعات عامة ؟ .

٦ – هل الحجم كبير بالدرجة الكافية لكي يقرأ بوساطه الطلاب ؟
٧ – هل أبزرت المفاهيم والمبادىء الهامة بطباعة متميزة أو فى الوان مناسبه ؟
٨ – هل اسلوب الكتاب مناسب للطلاب الذين سيستخدمون الكتاب ؟
٩ – هل مستوى قراءة النص مناسب لطلابك ؟
١٠ – هل المعلومات من السهل تحديدها داخل النص أو فى حلالها ؟
١١ – هل انتشرت الأمثلة وتمارين الطالب والأنشطة فى ثنايا المادة النصية ؟

ب-وسائل المعلم :

هناك الكثير من الكتب الدراسية الثانوية صاحبت طبعات المعلم . وهناك أخرى بها معلومات وأجزاء خاصة مثل . اختبارات التمكن ، أهداف آداء ، فهارس ومقدمات فصول التى تعتبر مفيده للمعلمين فى تخطيط وتدريس الدروس وإذا كان للكتاب المدرسى طبعه للمعلم فإن هذه الوسائل الخاصه لابد أن تقدم بإعتبارها مصادر تدريسية حينئذ فإن النص نفسه لابد أن يقدم من أجل مساعدته للمعلمين .

١ – هل يقدم الناشىء صفات تعليمية مناسبة ومعاونة ؟
٢ – هل للمصادر التعليمية الخاصه مطلوبه لمعاونة النص ؟
٣ – هل يقدم المؤلفون إقتراحات لإستخدام الكتاب ؟
٤ – هل ضمنت الأهداف التدريسية التعليمية من أجل المعلم ؟
٥ – هل يحتوى الكتاب على بيان محتوى مفصل ومقيد للمحتويات ؟
٦ – هل يحتوى الكتاب على فهرس كامل يُسهل استخدامه ؟
٧ – هل يحدد المؤلفون نوعية الطلاب الذين يكتب لهم الكتاب ؟
٨ – هل يقترح المؤلفون مواد معينه مثل الأفلام والألعاب والكتب لتستخدم مع الكتاب ؟
٩ – هل ضمنت مسائل ممتعه للواجب ، مشروعات طلابية وأنشطة معملية بين مجموعات التمارين ؟
١٠ – هل يقترح المؤلفون مسارات بديلة لتقديم الفصول والموضوعات ؟
١٢ – هل قدمت وشُرحت الماده حتى يمكنك أنت كمعلم فهمها ؟
١٣ – هل يحدد المؤلفون أين وكيف يستخدم ويُقوَّم ؟
١٤ – هل الإختبارات المقتنه متاحه للإستخدام مع الكتاب ؟
١٥ – بالنسبة للمعلم الذى يدرس مقررات رياضية بمعاونة الكمبيوتر ، منها الكتاب معد للكمبيوتر وهل يحتوى على مادة معدة بالكمبيوتر لتستخدم كمصدر ؟
١٦ – هل الكتاب طبعه حديثه ؟
١٧ – هل يحتوى الكتاب على إجابات للتمارين أو هل هناك إجابات ملحقة بالكتاب ؟
١٨ – إذا كان هناك ملحق للإجابات فهل يحتوى على تلميحات لحل المسائل وإثبات التمارين فى الكتاب المدرسى :

١٩ – هل إجراءات حل المسائل واستراتيجيات التدريس والتعلم البديلة مقترحة لموضوعات معينة .

إن مجموعة ٧٢ سؤال السابق الإشارة إليها تحت عنوانين المحتوى الرياضى ، طرق التدريس ، الخصائص الفيزيقية ووسائل المعلم ، والتى يمكن أن تستخدم للمساعدة فى تقويم كتب الرياضيات قد لاتعطى كل المعايير التى تعتقد أنها مناسبه للحكم على الكتب الدراسية فى الواقع إن بعضاً من ٧٢ سؤالًا قد تكون أيضاً ذات أهمية قليلة بالنسبة لك فى اختيار كتاب معين لمقرر معين . وقد صممت هذه الأسئلة لكى تستخدم كدليل وليست كمقياس شامل لتقويم الكتاب . وعند انتقاء أو تقويم كتاب مدرسى لمقرر معين فقد تحتاج أن تستخدم بعض المعايير المحددة جداً والتى تعكس متطلباتك الخاصة وحاجات طلابك .

استخدام الكتب الدراسية الرياضية بفاعلية

إن الخطأ الأكثر شيوعاً فى استخدام كتاب للرياضيات فى تدريس مقرر هو الإعتماد الزائد على الكتاب الدراسى . إن بعض المعلمين « يدرسون الكتاب » بمعنى أنهم يكررون الشروح وأمثلة التمارين فى الكتاب فى دروسهم ، ويستخدمون تمارين فقط من الكتاب كتعيينات واجب ، ويأخذون أسئلة اختياراتهم من الكتاب ، ولايخرجون أبداً عن نسق الموضوع فى الكتاب ، وبعض المعلمين ينظرون إلى الكتاب الدراسى كمصدر تعليمى لأنفسهم وليس كمصدر تعليمى للطلاب بالتالى فإن هؤلاء المعلمين يدرسون من الكتاب ولكن الطلاب يستخدمونه فقط لتحديد التمارين التى تعين لهم بوساطة المعلم وهناك طرق صحيحة وغير صحيحة لكل من المعلم والطلاب لإستخدام الكتب . فعند استخدام كتاب رياضيات كمصدر تدريسى يجب عل المعلمين أن يقرأوه ويفكروا فى إعادة وترتيب الموضوعات وحذف بعض الموضوعات وتدريس موضوعات لم تغط فى الكتاب ، ومعظم الكتب الدراسية بها عدة فصول وموضوعات كثيرة يمكن أن تدرس فى نسق عديدة ويجب على المعلم أن يفكر فى هل يفهم طلابه بشكل أفضل المادة إذا مارتبت بشكل مختلف عما ورد بالكتاب أم لا ؟ وبعض الكتب تحتوى على موضوعات وفصول متعدده قد تكون غير مناسبة للطلاب الأبطأ فهما ويجب أن تحذف ، وأحيانا قد يشعر المعلم إن طلابه يجب أن يدرسوا موضوعات لم تتضمن فى الكتاب وقد يعد أعمالًا وأنشطة لهذه الموضوعات .

ومعظم الكتب تحتوى مادة دراسيه أكثر مما يمكن للطالب تعلمه فى مقرر واحد . ويمكن الا يشعرالمعلمون أنهم مضطرون لتغطية الكتاب كله . إن الموضوعات فى الكتاب يجب أن تغطى بالمعدل الذى يمكن به للطلاب التمكن من الموضوعات الرياضية ويجب ألّا يدفعوا لتغطية المادة بسرعة . وأحيانا يكون من المناسب الخروج عن النص لتدريس دروس لإكتشاف حل المشكلات .

والدروس المعملية التى تستخدم لتوضيح وإثراء الموضوعات فى الكتاب . ويمكن للكتاب ان يكون مصدراً قيماً للمادة الرياضية ولأساليب التدريس ، ولكن يجب الا يتبع بلا تفكير .

وتقريبا فإن كل معلمى الرياضيات يستخدمون الكتاب كمصدر تمارين الفصل وتعيينات الواجب للطلاب . ومن سوء الحظ فإن ذلك قد يكون الإستخدام الوحيد لكثير من الطلاب وقبل تعيين تمارين ومسائل من الكتاب يجب أن يقرأها المعلمون بعناية ويختاروا نسقا للمسائل يكون أكثر مناسبه لمساعدة كل طالب من التمكن من المهارات والمفاهيم والمبادىء المحتواه فى التمارين . فعندما يعين المعلمون بشكل منتظم أول عشرين مسألة من كل المسائل ذات الأرقام الزوجية فى نهاية موضوع مافإن الطلاب دائماً سينظرون إلى الواجب كشىء يريد المعلم تنفيذه ويفشلون فى رؤيه أى هدف آخر . إن التمارين يجب أن تختار وتعين حتى يبدأ الطلاب بالتمارين السهلة لهم ويتقدمون بسرعة عبر نسق من التمارين يكون أكثر صعوبه . وغير المطلوب تعيين قوائم طويله من التمارين للطلاب الذين تمكنوا فعلا من محتوى التمارين كما أن الطلاب يحبطون إذا تعينت لهمْ تمارين تكون متقدمه عليهم جداً وتكون صعبة على قدراتهم وخلفياتهم الرياضية . ومن المناسب إعطاء تعيينات مفتوحة النهاية مثل أكمل ٢٠ من هذه التمارين بأن تبدأ بمجموعة سهلة من التمارين وتتقدم إلى مجموعة أكثر صعوبه بعد أن تتأكد من أنك تمكنت من المسائل الأكثر سهولة . ومع بعض المساعدة من قبل المعلم فإن كل طالب سوف يحل هذه التمارين التى تكون أكثر مناسبة له .

ويجب توقع أن الطلاب سيستخدمون كتبهم فى الرياضيات كمصادر تعليمية ومع ذلك فإنهم يحتاجون للنصيحة والمساعدة فى ذلك ويفشل طلاب كثيرون لأنهم لايعرفون كيف يستخدمونها وفى بداية كل مقرر يجب أن يقضى المعلم حصة فى تقويم الطلاب للكتاب وشرح كيفية استخدامه ويجب أن يعرف الطلاب كيف يستخدمون الفهرس لتحديد التعريفات والأمثلة والنظريات والبراهين فى الكتاب . ويستخدم كثير من ناشرى الكتب أشكال متعدده وألوان وأساليب طباعه لإبراز نوعيات الموضوعات الرياضية المختلفة . ويجب أن يتضح للطلاب كيف بنظرة سريعه عبر فصل ما وتحديد الموضوعات الكبرى ؟ وكيف يجدون شروح المفاهيم والمبادىء الرياضية وكيف يلخصون الموضوعات والفصول ولابد من جعل الطلاب يمارسون استخدام الفهرس لتحديد المفردات فى الكتاب واختيار موضوع ما ، وأن يكتبوا ملخصا مختصراً يحتوى على الأفكار الرئيسية ، ويتصفحون الفصول المتعددة لكى يألفوا شكل الكتاب والتنظيم للمعرفه داخل كل فصل .

وكثير من المعلمين يحاولون تشجيع الطلاب على قراءة كتبهم خلال المقرر وذلك بان يعينوا لهم أجزاء للقراءة ، ومع ذلك فإن تعيينات القراءة يجب أن تعالج من قبل المعلم بطريقة تجعل الطلاب واعين بقيمتها . وعندما يعلم الطلاب أن المعلم سيتجاهل تعيينات القراءة ويكرر اعادة المعنية فى الفصل فإنهم من غير المحتمل أن يعطوا إهتماماً كبيرا لمثل هذا الواجب ولتشجيع الطلاب على القراءة والدرس للكتب ، يجب على المعلمين أن يعطوا تعيينات للقراءة تتطلب أنشطة يتحتم عملها بالورقة والقلم ويجب أن يؤسسوا كل درس على ماسبق .

وعندما تتم عملية القراءة للكتاب ودراسة تعيينات الواجب يجب أن يُخبر الطلاب من المعلمين أن يطرحوا أسئلة أثناء القراءة ويأخذوا ملحوظات على التعريفات والمفاهيم والمبادىء والأمثلة والتى لابد

أن تتضح وأن يستخدموا القلم والورق فى دراسة أمثلة التمارين فى الكتاب . إن كل جزءاً من كل تعيين للقراءة والتمارين المتعددة المؤسسة على القراءات لابد أن يتعين . وعندما يحاول الطلاب حل مجموعة من الأسئلة (المسائل) فإنهم سوف يرون ان هناك حاجة للقراءة وتحليل وتقويم شروح الكتاب والأمثلة بعناية أكثر . وإذا أتبعت هذه الإجراءات فإن الطلاب سوف يتعلمون بسرعة أن يقوموا الكتاب كمصدر تدريس وسوف يميلون إلى الإثارة إلى الكتاب أو اللجوء إليه عندما يحاولون حل تمرين . وبالتالى فإن الطلاب سوف يستخدمون كتبهم كمصادر للمعلومات لمساعدة شروح المعلم ، ويمكن للمعلم أن يبنى على هذه الشروح والأمثلة فى الكتاب بدلًا من تكرارها فى الحصص . وهكذا فإن الطلاب سوف يرون تنوعاً أكبر من الأمثلة (للمعلم وللكتاب) . وإن المعلم يمكن أن يقدم المفاهيم والمبادىء من خلال إعادة أوجه التقديم التى توضح المفاهيم والمبادىء الموجوده فى الكتاب المدرسى .

ثانيا : إنتقاء وإستخدام وسائل التعليم والتعلم فى الرياضيات

هناك أنماط مختلفة من مصادر التعليم/ التعلم المتنوعة والتى سبق الإشارة إليها فى الفصول السابقة . وكما علمنا من هذه الفصول أن هذه المصادر يجب أن تلعب دوراً هاماً أثناء الدور الوظيفى للمعلم حيث أنها تستخدم بطريقة مستمرة داخل حجرة الدراسة فى تدريس الرياضيات .

. إن معلم الرياضيات يجب أن يكوّن مكتبة صغيرة خاصة بالمراجع فى الرياضيات ، تدريس الرياضيات ، وأن يجمع أكبر قدر ممكن من النماذج الرياضية ، الألعاب ، الوسائل السمعية البصرية ومعينات عمليات التعليم ، التعلم بطريقة دورية ومنتظمة ومعظم المدارس لها على الأقل مكتبة صغيرة تحتوى على ركن للرياضيات به مراجع الرياضيات . وكثير من المجالات العلمية فى تدريس الرياضيات التى يمكن من خلالها التعرف على الوسائل التعليمية فى الرياضيات المجانية أو رخيصة الثمن وبعض الطلاب يستمتعون ببناء النماذج ، والأشكال ، والتوضيحات كمشروعات رياضية ، هذه المشروعات التى تعتبر بدورها وسيلة تعليم/ تعلم جيدة . وعلى سبيل المثال يمكن أن تستخدم مواد البناء وبعض الأجهزة كمواد لتشجيع الأبتكار فى الرياضيات . إن التخطيط لدرس أبتكارى وانشطة معملية وحل لبعض المشكلات تعين على استخدام بعض مصادر التعلم اللازمة فى عملية التدريس وعند شراء الوسائل اللازمة لتعلم الرياضيات داخل حجرة الدراسة يجب مراعاة أربعة أساسيات :-

أولها : هناك ارتباط قليل « اذا وجد » بين تكلفة المصدر وفعاليته كوسيلة فى عملية التعليم والتعلم . وفى بعض الأحيان تؤدى اللوحة المعلقة فى الفصل نفس التأثير التعليمى الذى يؤدية فيلم سمعى بصرى تكلفته ٥٠٠ جنيه لتعليم المفاهيم والاساسيات الرياضية . وثانيها : قبل شراء مصدر غال باهظ الثمن إقرأ وقوم الإعلان عن هذا المصدر هل هذا الاعلان يصف هذه الوسيلة وصفاً كافياً بحيث يمكنك معرفة كيفية استخدامها فى حجرة الدراسة أم لا ؟ هل الأهداف المعرفية والوجدانية المراده من

استخدامه ظاهرة وواضحة أم لا ؟ هل الجهاز معقد جداً بحيث لايمكن استخدامه من قبل الطلاب أم لا ؟ هل هذه الوسيلة مأمونة الاستخدام من قبل الطلاب أم لا ؟ هل سعرها مناسب أم لا ؟ كثير من الوسائل التعليمية الغالية الثمن مثل الأفلام والألعاب يمكن الحصول عليها وتجربيها وتقويمها قبل الاستخدام ، فإما أن تسترجع وترد إلى الموزع ، أو يتم شراؤها وتبقى فى المدرسة .

ثالثها : والأساس الثالث لشراء المصادر هو أن تكون قائمة هذه المصادر جاهزة وأمر الشراء مكتملا . وعندما تكون الاعتمادات المالية جاهزة ومتاحة فى مدرسة ما ، فإن المدرس الذى يعرف مايريد ؟ وماذا يحتاج ؟ وماذا سيستخدم ؟ وأين سيتم الشراء ؟ فإنه يجب أن يشارك فى صرف هذه الاعتمادات المالية من أجل فصوله التى يقوم بتدريسها . رابعها : وبعد أن تشترى المدرسة كل الوسائل الرياضية المطلوبة لفصلك كمعلم ، فعليك استخدامها ، وتقويمها ، واكتب تقرير حول هذه الأدوات والوسائل ليرفع إلى مدير المدرسة وتحتوى مجلات تدريس الرياضيات على أفكار لعمل مواد التعلم فى حجرة الدراسة ، ومراجعة وتقويم المواد الجديدة ، ومعلومات عن موزعى هذه المواد .

ثالثا : تعين وتقويم الواجبات المنزلية

يفترض كثير من معلمى الرياضيات أن الواجب الدراسى يجب أن يكون جزءاً متكاملًا مع بقية أجزاء مقرر الرياضيات وأن يعينون الواجب الدراسى لطلابهم بشكل منتظم وفى بعض المدارس تتطلب السياسة الادارية من المعلمين أن يعينوا الواجب للطلاب وهناك قليل من المدارس لاتتطلب سياسات خاصة بالواجب الدراسى . ويفضل معظم الطلاب الا يعين لهم واجب دراسى ولكن يشعر كثير من أولياء الأمور أن المعلمين الذين لايعطون واجباً دراسياً يقصرون فى مسئولياتهم نحو الطلاب . وهناك عدم اتفاق بين المعلمين حول قيمة الواجب الدراسى بالرغم من أن معظم معلمى الرياضيات يعتقدون أن الواجب الدراسى يعتبر نشاطاً ضرورياً فى تعلم الرياضيات .

بالرغم من أنه قد ظهر قليل من المقالات عن قيمة الواجب الدراسى فى دوريات البحث التربوى الا أنه قد تم تنفيذ قدر قليل من الدراسات والبحوث التى تناولت قيمة الواجب الدراسى كما أن نتائجها تعتبر غير شاملة وقد أشارت بعض الدراسات أن تكملة الواجبات المعينة لها تأثيرات موجبة على درجات اختبارات الطلاب بينما لم تجد دراسات أخرى فروقاً دالة بين نتائج اختبار الطلاب الذين تعين لهم واجباً دراسياً وبين من لم يتعين لهم واجبات .

هناك عدة عوامل قد تكون السبب فى هذه النتائج غير الشاملة والمتعلقة بقيمة الواجب . أولها طبيعة تعيينات الواجب التى تعطى للطلاب من المحتمل أن تؤثر على مقاييس هذه القيمة لعمل الواجب .

إن التمارين الروتينية والمنتقاه بطريقة سيئة والتى تعين بسبب الواجبات التى تعطى قد تكون لها قيمة قليلة بالنسبة للطلاب . وثانيا : فإن اتجاهات الطلاب نحو الواجب ومعالجة المعلمين للواجب قد

تكون من العوامل التى تحدد قيمته وإن لم ينظر الطلاب للواجب على أنه نشاط له معنى وله فائدة فإن عمل الواجب قد تكون له تأثير قليل على التعلم . وأيضاً فإن المعلمين الذين يكون لهم أو لديهم اتجاه عرضى نحو تعيين وتجميع وتقويم الواجب قد يؤثرون بطريقة غير مقصودة فى طلابهم بحيث يجعلونهم ينظرون إلى الواجب الدراسى بطريقة مشابهة . وثالثا فإن مادام لم يتعين متى وكيف وبوساطة من يتم عمل تعيين الواجب خارج نطاق التحكم المباشر للمعلمين فإنه ليس هناك ضمان لدى المعلمين يضمن لهم أن الطلاب سوف يوجهون أهتماماً كافياً إلى الواجب الدراسى .

تخطيط وإعداد التعيينات

أهداف الواجب المدرسى :

هناك عدة طرق لجعل الواجب ذو معنى بالنسبة للطلاب وذلك بالنسبة للمعلم الذى يعتقد أن الواجب يعتبر نشاطاً ذا قيمة للطلاب فى تعلم الرياضيات . الأمر الذى نأمل أن يكون له تأثير موجب وذو مغزى فى تعلم الرياضيات فيجب أن تعطى للتعيينات فى الواجب نفس الاهتمام فى تخطيط الدرس كبقية أنشطة التخطيط الأخرى وعندما تتضمن تعيينات الواجب فى مقررات الرياضيات لابد أن تكون جزءاً متكاملًا من استراتيجيات التعليم/ التعلم وما بعد أنشطة التقويم والقياس كما يجب أن تختار طبقاً لأهداف تعلم محددة .

وعلى وجه التقريب فإن كل الأهداف المعرفية المحددة التى توضع لكل درس يمكن مواجهتها جزئياً من خلال تعيينات الواجب . ويتفق معظم معلمى الرياضيات فى أن المهارات الرياضية يمكن تعلمها فقط من خلال الممارسة ، وأن الضغوط لتغطية المادة فى فترات الدراسة المحددة قد لاتسمح بالوقت الكافى فى الفصل للطلاب لممارسة المهارات التى تقدم بوساطة المعلم . وبالتالى فإن احدى الطرق لتحسين معرفة الطلاب وفهمهم وقدرتهم على استخدام المهارات الرياضية هو أن نطلب منهم أن يمارسوا هذه المهارات وذلك بعمل تعيينات الواجب . كما أن ممارسة وتطبيق المهارات من خلال تعيينات الواجب يمكن أن تحسن أيضاً من استيعاب الطلاب لهذه المهارات . إن الطلاب يمكن أن يمارسوا التحليل والتركيب والتقويم للمفاهيم الرياضية والمبادىء الرياضية وذلك بأن يكملوا تعيينات واجب معدة اعداد دقيقاً . ويستخدم كثير من المعلمين تعيينات الواجب كطريقة للتاكد من أن الطلاب سوف يراجعون موضوعات ووحدات فى الرياضيات أثناء الاعداد للإمتحانات والاختبارات والأنواع الأخرى للتقويم . ويمكن أيضاً أن تستخدم تعيينات الواجب كتنظيمات مبدئية لإعداد الطلاب لمفاهيم ومبادىء جديدة سوف تقدم فى الفصل فى اليوم التالى وبما أن جزءاً كبيراً من زمن الدراسة لابد أن يستغل فى تقديم مادة جديدة ومساعدة الطلاب فيما يتعلق بمشكلات التعلم الفردية ، فإن قليلًا من الوقت قد يتاح فى الفصل للأنشطة المعملية والتى قد تحسن دافعية الطالب والتى تتطلب عامة فقط مثل الأقلام ، الورق ، كارت ، مقص ، يمكن أن تكمل كواجبات

دراسية . ولكن هناك بعض المهام التى تتضمنن اعداد ممثلات ملموسة لمفاهيم ومبادىء رياضية مجردة يمكن أن تنفذ من خلال تعيينات الواجب .

وبالنسبة للواجب الدراسى فإنه يمكن بل يجب أن يستخدم كأداة تشخيصية ففى أثناء فترة دراسية حيث يجب على المعلم أن يدرس لـ ٢٠ أو أكثر من الطلاب تلقائياً فإن هناك القليل من الوقت المتاح لقياس ومساعدة الطلاب فرادى . وعن طريق قياس وتقييم الواجب الأمر الذى يتطلب من الطلاب أن يمارسوا ويطبقوا الموضوعات الرياضية الجديدة ، فإن المعلم يمكن أن يحصل على عينة من أداء كل طالب ويمكن أن يستخدمها فى تشخيص صعوبات تعلم فردية ويستخدم معلمون كثيرون لفصول كثيرة الواجب الدراسى كأداة أولية للتقويم الفردى للطالب على أساس عمل يوم بيوم ويمكن للمعلمين أن يستغلوا وقت فراغهم بعد الدراسة لقراءة أوراق واجبات الطلاب وأن يكتبوا تعليقاتهم وأقتراحاتهم وتصحيحاتهم على أوراق الطلاب وبهذه الطريقة يتلقى الطلاب كثيراً من الاهتمام الفردى الذى يحتاجونه ولكن لايستطيع المعلمون أن يقدمونه أثناء الحصص الدراسية .

أنواع تعيينات الواجب :

يمكن أن نصنف تعيينات الواجب للطلاب طبقاً لعاملين اثنين – أنشطة التعليم والتعلم التى يستخدمها الطلاب فى تكملة التعيينات ودرجة الالفة التى تكون لدى الطلاب بالمادة التى تغطيها التعيينات . إن تعيينات الواجب والتى تتضمن كثير من الأنشطة التدريسية والتعليمية التالية يمكن أن تعد بوساطة معلمى الرياضيات وتكمل بوساطة الطلاب هى : –

١ – كثير من التعيينات التى تعطى بوساطة معلمى رياضيات تعتبر تمارين بغرض أو من أجل الممارسة والتطبيق للمهارات والمفاهيم والمبادىء .

٢ – أحياناً يجب أن نبنى الواجبات الدراسية من أجل أن الطلاب سوف يكتشفون المبادىء الرياضية أثناء تكميلهم للأنشطة المحددة من قبل المعلم .

٣ – اذا كان برهنة النظرية وحل المسائل يمكن أن يتم فى أفضل حالاته أحياناً من خلال التأمل الفردى فإن كثيراً من المعلمين يعطون نظريات ومسائل كواجب .

٤ – دمج الأنشطة المعملية فى تعيينات الواجب قد سبق ذكره آنفا .

٥ – واجبات قرائية من اجل الإضافة واثراء المادة المحتواه فى الكتاب المقرر والحصص الدراسية دائماً ماتقدم كواجب .

٦ – هناك مشروعات خاصة طويلة الأمد مثل تصميم وبناء نماذج رياضية ، وجمع وتحليل المعلومات ، وكتابة تقارير على أساس من قراءات مكتبية احياناً تعطى كواجبات .

٧ – هناك بعض التعيينات تبنى بإعتبارها تنظيمات مبدئية لتقديم الطلاب إلى موضوعات رياضية غير مألوفة سوف تعطى فى لقاءات فصلية تالية .

٨ – تخطط تعيينات أخرى لمساعدة الطلاب فى تنظيم وتركيب وتقويم مجموعات (فئات) من الأفكار والموضوعات الرياضية وفيما يتعلق أو يتصل بألفة الطلاب بالمادة فإن محتوى الرياضيات المتضمن فى تعيينات الواجب قد يكون مادة من موضوعات درست قبل ذلك (كمراجعة موضوعات) وقد يكون الموضوع الحالى الذى يدرس فى الحصص (موضوعات حالية) أو موضوعات تالية غير مألوفة لم تقدم بعد فى الفصل (موضوعات غير مألوفة) . وبالتالى فإن الطلاب قد يعطون واجبات تحتوى على أى من المزيج التالى من الموضوعات : –

١ – كل الموضوعات تعتبر موضوعات مراجعة .
٢ – كل الموضوعات تعتبر موضوعات حالية (محل دراسة) .
٣ – كل الموضوعات تعتبر موضوعات غير مألوفة
٤ – كلاً من موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية متضمنه فى التعيينات .
٥ – كلاً من الموضوعات الحالية والموضوعات غير المألوفة محتواه فى التعيينات .
٦ – كلاً من موضوعات المراجعة والموضوعات غير المألوفة متضمنة فى الواجب .
٧ – كل الموضوعات الثلاثة : المراجعة ، الحالية ، والغير مألوفة تعتبر جزءاً من تعيينات الواجب .

ويعتمد اختيار أى من هذه المجموعات السبع من الموضوعات لكى تتضمن فى تعيين الواجب على تفضيل المعلم وغرض الواجب . ان تعيينات الواجب التى تحتوى على كل موضوعات المراجعة عادة ماتعطى للطلاب لإعدادهم لاختيار وحدة أو الامتحان النهائى أو لتوجيه انتباهم للموضوعات الرياضية المتطلبة والتى سوف يحتاج اليها فى تعلم موضوعات جديدة . أما التعيينات المقصورة على الموضوعات الحالية فإنها تستخدم لاعطاء الطلاب ممارسة فى تحليل وتركيب وتقويم الموضوعات الرياضية والتى تعطى خلال حصص الدراسة وهدف هذه التعيينات هو مساعدة الطلاب فى تعلم واستيعاب الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادىء التى تقدم آنيا بوساطة المعلم . ويفضل كثير من المعلمين أن يألف الطلاب أولا الموضوعات الجديدة وذلك عن طريق قراءتها أو القراءة عنها فى الكتاب الدراسى ودراستها بشكل مستقل قبل أن تقدم أوتُناقش فى الفصل وفى هذه الحالة فإن الأنشطة الخاصة بإعداد الطلاب لتعلم موضوعات غير مألوفة تعطى كتعينيات واجب وتعين ازواج من موضوعات المراجعة والموضوعات الآتية والموضوعات الغير مألوفة كواجب وذلك من أجل تأكيد الطبيعة المتسلسلة للرياضيات والتفاعل بين الموضوعات وبناء النظم الرياضية . إن ربط موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية فى تعينيات الواجب قد يقرر من الموضوعات الرياضية السابق تعلمها ويبرز علاقاتها وتطبيقاتها فى الموضوعات الحالية التى تدرس فى الفصل .

وعادة ماترتبط الموضوعات الحالية والموضوعات الغير مألوفة فى التعينيات التى تصمم لمساعدة الطلاب فى استخدام واثراء الأفكار المألوفة فى عمل اكتشافات لمفاهيم ومبادىء رياضية . واذا كانت موضوعات المراجعة قد تنسى من قبل الطلاب فإن هناك بعض المخاطرة فى خلط موضوعات المراجعة

بموضوعات غير مألوفة على أمل جعل الطلاب يكتشفون مفاهيم ومبادىء جديدة . وفى معظم الحالات فإنه من المناسب تجنب اعطاء الواجبات التى تتضمن خليط بحث من موضوعات المراجعة والموضوعات غير المألوفة . إن الاحباط والاضطراب المترتب عن محاولة أكتشاف الجديد أثناء استرجاع القديم قد يكون له تأثير سلبى على اتجاهات الطلاب نحو مقرر الرياضيات ومن المحتمل أن معظم الارتباطات الفعالة للموضوعات بفرض توضيح الطبيعة الهرمية للرياضيات لابد أن تتضمن مزيج من موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية والموضوعات الغير مألوفة فى كل واجب .

وكثير من كبار المعلمين يؤكدون دائماً على معالجة درس الأمس ودرس اليوم ودرس الغد سويا فى تعيين واجب اليوم ولايبرز ذلك الأجراء الطبيعة المتسلسلة للرياضيات فقط بل أيضاً يعتبر ذلك أسلوباً تعليمياً وتدريسياً جيداً . ففى كل تعيين للواجب فإن الطلاب يراجعون ويفرزون الأفكار السابق تعلمها تلقائياً ويستوعبون المادة الحالية التى يدرسون . ويعدون للمادة الجديدة بأسلوب تنظيمى مقدماً إلى حدما .

إن هذا الربط لموضوعات المراجعة والحالية والغير مألوفة فى تعيين الواجب يعتبر طريقة ممتازة لمساعدة الطلاب بشكل ذو معنى فى استيعاب وتكييف مجموعة متنوعة من الموضوعات الرياضية فى صيفهم المعرفية .

اعطاء تعيينات الواجب للطلاب

كيف يمكن عمل تعيين واجب :

هناك طرقاً صحيحة وغير صحيحة لاعطاء واجبات للطلاب أثناء الحصة الدراسية فهناك بعض المدرسين ينظرون إلى أن يعلن الجرس انتهاء الحصة ويخطفون كتبهم وبإستعجال يبحث عن صفحة تمارين فى الكتاب ويمر عليه بنظرة سريعة وبإختصار وفى الوقت الذى يتجه فيه للخروج يقول « اعملوا المسائل ذات الأرقام الفردية » ليس من المستغرب أن نرى طلاب هؤلاء المعلمين يعطون أهتماماً قليلًا للواجبات وعندما يوضح المعلم للطلاب من خلال اعداده واجراءاته لتعيين وتقويم الواجب . كيف أن تعيين الواجب يعد أمراً هاماً فى تعلم الرياضيات فإن هؤلاء الطلاب يحتمل أن يؤثر فيهم اتجاه المعلم نحو الواجب وهم يقومون بتكملته ويمكن استخدام النسق التالى من الخطوات لاعطاء تعينيات الواجب كمؤشرات (ارشادات للمعلم) : —

١ — قبل عمل التعينيات تأكد أنك جذبت انتباه كل طالب .
٢ — اعط دائما سبب (أوحدد أهداف) للواجب .
٣ — اعط شروحاً دقيقة لما يجب اتباعة فى تكملة الواجب .
٤ — اخبر الطلاب عندما يتعين عمل الواجب أى الصيغ تستخدم فى كتابتة .
٥ — اسمح بالوقت فى الفصل لاجابة أسئلة الطلاب حول الواجب .

ولعمل التوضيحات المناسبة والتغيرات الضرورية إن القائمة التالية من الاستراتيجيات والأنشطة الخاصة التى يجب أن تدرس عند عمل واجبات يمكن أن تستخدم كمجموعة من الأقتراحات للواجبات . وقد تحتاج إلى الاستعانة ببعض هذه الاقتراحات كجزء من كل واجب بينما قد تكون الأخرى مناسبة فقط لأنواع معينة من الواجب تلك هى : -

١ - لاتندفع فى الواجب ، خطط الوقت فى بداية ووسط ونهاية الحصة لكى تنفذ الواجب وتناقشة مع الطلاب فى الفصل .

٢ - شجع الطلاب على طرح أسئلة حول الواجب .

٣ - ضم التمارين والأنشطة فى بداية كل واجب يمكن أن يكتمل بنجاح بواسطة كل طالب . واذا لم يستطع طالب أن يحل أول مسألة فقد لايحاول حل أى مسألة أخرى .

٤ - اعط حلولاً لبعض من التمارين المعينة حتى يكون لدى التلاميذ مجموعة من المراجع لعملهم .

٥ - اعط لمحات واقتراحات للأنشطة والتمارين الأكثر صعوبة .

٦ - اجعل الطلاب يبدأون كل واجب أثناء الحصة . فإن هذا الإجراء يسمح لكل طالب بأن يبدأ وأيضاً يسمح لك بتحديد الصعوبات التى قد تكون لدى طلاب معينين فى الواجب .

٧ - تجنب اعطاء كل تمارين الممارسة والتدريب والأنشطة الروتينية الأخرى كواجبات ويلاحظ أن الالعاب المسلية والالغاز والأنشطة العملية يجب أن تتضمن فى الواجب .

٨ - اعط بعض الواجبات المفتوحة النهاية حيث يختار الطلاب المسائل والتمارين والأنشطة الاخرى من قوائم من أعمال مقترحة .

٩ - اسمح للفصل كله ولطلابه فرادى بإقتراح بعض واجباتهم الخاصة .

١٠ - بعض الواجبات يمكن أن تكون اختيارية لطلاب معينين .

١١ - اعط واجبات مختلفة للطلاب طبقاً لقدراتهم ومستويات تمكنهم من المادة الرياضية السابقة .

١٢ - احيانا قد يسمح للطلاب أو يشجعوا على عمل واجبات فى شكل ثنائيات أو جماعات صغيرة .

١٣ - حاول تشجيع الاشتراك المتساوى فى العمل الجماعى فى الواجبات .

١٤ - اعط بعض الواجبات التى سوف يجدها الطلاب هامة بالقدر الكافى للمشاركة فيها مع آبائهم .

تقويم وتقدير الواجب :

بغض النظر عن كيفية اعداد التعينيات وإلى أى مدى قد نفذها الطلاب بأمانة فإن مميزاتها الكلية لاتتحقق إن لم يقوم المعلم بعناية عمل الطلاب فى الواجبات ببحثه عن نماذج الأخطاء ومشكلات

تعليمية محددة . ولأنه من المعتاد أن يدرس المعلم لخمسة أو ستة فصول (من ٢٠ إلى ٤٠ طالب) كل يوم فقد لايكون من الممكن تقويم مجموعة من أوراق الواجب لكل فصل كل يوم .

وعادة مايكون من الأفضل اعطاء واجبات يومية قصيرة وتقويم أوراق الطلاب كل يوم وذلك بقراءة والتعليق بشكل انتقائى على نشاط واحد أو تمرين واحد على الأقل يكون ممثلا لنوع من المسائل وبهذه الطريقة فإنه يمكن إيجاد نماذج الأخطاء وتصحيحها قبل أن تفرز بسبب الاستخدام المتكرر . وأحيانا ما يناقش المصلحون تعينيات الواجب فى الفصل فى اليوم الذى يتعين عملها فيه ويقوم الطلاب عملهم الخاص ويكتشفون ويصححون أخطاءهم أثناء المناقشة ويسمح هذا الاجراء للمعلم بأن يعطى مساعدة فردية لهؤلاء الطلاب الذين يكون لديهم مشكلات خطرة . إن تقويم المعلم لعمل الطلاب فى واجباتهم يخدم أيضاً كتقويم لفاعلية استراتيجياته فى التعليم والتعلم . إن الحقيقة فى أن معظم الطلاب لديهم متاعب بخصوص واجب معين تشير إلى أنهم اما أن يكونوا قد فشلوا فى التمكن من المتطلبات أو أن موضوع الواجب يجب أن يدرس مرة أخرى بإستخدام استراتيجية مختلفة أو بمستوى أقل من التجريد وايا ماكان سبب الصعوبة التى تكون لدى الطلاب فى الموضوع ، فإنه يعتبر انتاجاً عكسياً أن يستمر أو ينتقل الطلاب لموضوعات جديدة حتى يفهموا المادة الحالية .

وبالرغم من أن الأسباب الرئيسية التى يعطيها المعلمون لتعيين الواجب هى أنه يساعد الطلاب فى تعلم الرياضيات ويعطى معلومات للمعلم عن مدى تمكن الطالب من المادة فإن كثيراً من المعلمين يستخدمون الواجب جزئياً لتحديد مستويات الطلاب .

ويشعر بعض المعلمين أن هذه المستويات تعطى حافزاً للطلاب لعمل الواجبات وانهم قد يكون لديهم مبرراً ملموساً لعمل الواجب فى غياب هذا النظام من المكافأة والعقاب . وحتى التهديد بالمستويات الدنيا سوف لايسبب أن يؤدى بعض الطلاب الواجب ومن المأمول فيه أن بعض الطلاب سوف يتعلمون تقييم الواجب فيما يتعلق باسهاماته الداخلية فى التعلم . وفى حين أن المستويات يمكن أن تكون حافزاً فعالاً لعمل الواجب فإن التشجيع والمزايا الخاصة يمكن أن تستخدم لحفز الطلاب على عمل واجباتهم واذا اتبعت الخطوات لتعيين الواجب وقائمة الاعتبارات الخاصة فى عمل التعينيات والتى اعطت سابقاً فقد لايكون من الضرورى استخدام نظم مكافأة خارجية دقيقة لحفز الطلاب على عمل الواجب . ومهما كانت النتائج الداخلية والخارجية المترتبة على عمل الواجب يجب أن يكافأ الطلاب على محاولة عمل الواجب ويجب إلا يعاقبوا بسبب الوقوع فى أخطاء نتيجة عملهم .

وهذه الأخطاء وإن كانت غير مرغوبة فإنها تعطى معلومات للمعلم والطالب عن طبقة وسبب الصعوبات عند تعلم الرياضيات وعند تضخم الواجبات فى مقرر الرياضيات فيجب أن يكون المعلمون قادرين على تبرير واجباتهم للطلاب وأولياء الأمور ومديرى المدارس . وبما أن معظم أولياء الأمور يقيمون الواجب لأطفالهم فإنهم سوف يتجهون إلى المساعدة فى أعطائك واجباً هاماً ومفيداً بالنسبة لأطفالهم وسوف يشجعون أطفالهم فى تكميل واجبات الرياضيات ومع ذلك فإنه من

المناسب أن نذكر أن أولياء الأمور قد يكونوا تعلموا بطرق مختلفة كيفية حل المسائل الرياضية غير التى تدرسها لأطفالك ، وبالتالى فإن قليلًا من الدبلوماسية قد تكون ضرورية عندما تقوم واجب الطلاب الذى نفذ بمساعدة أولياء أمورهم .

فبدًلا من أن تقول « طريقة والدك خاطئة » قد يكون من الأفضل أن تقول » هنا طرقاً عديدة لمعالجة معظم المسائل وأنا أفضل أن تتعلم كيف تعالج هذه المسائل باستخدام هذه الطريقة .

رابعاً : تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدراسة

واحد من أهم الأنشطة فى تعليم . وتعلم الرياضيات هو تقديم السؤال ولقد تناولنا فى فصل سابق توضيح كيفية تكوين وبناء السؤال للإستخدام فى تقويم نجاح الطلاب وفى مدى تحقق الأهداف المعرفية والوجدانية . وفى كل من الفصلين السابقين من هذا الكتاب نجد أن أهمية تقديم السؤال الجيد قد تأكدت عن طريق الإكتشاف ، برهنة النظرية ، نماذج التعليم / التعلم بالإستقصاء وفى الحقيقة فإن توجية السؤال يعتبر بمثابة نشاط مركزى فى معظم استراتيجيات وتقويم التعليم والتعلم وقد أكدت كتب جورج بوليا George poly فى حل المشكلات والإكتشاف الرياضى عن إستراتيجية توجيه السؤال فى تعلم الرياضيات وكذلك فى كونها مصدر جيد فى تقديم استراتيجية السؤال الجيد لكل من المعلم والتلميذ أثناء دراسة الرياضيات .

أهداف استراتيجية توجيه السؤال فى حجرة الدراسة

أن إستراتيجية توجيه السؤال يمكن أن تكون خير معين فى مواجهة أهداف التعلم المتنوعة سواء فى حالة التعلم الفردى أو الجمعى .

إن أنشطه التعلم الجمعى تشتمل على المناقشات ، والإستقصاءات ، والأنشطة المعملية التى تتطلب تفاعل طالب مع طالب وتفاعل طالب مع المعلم فى شكل اسئلة وأجوبة وحتى تصل مجموعة ماالحل مسألة أو إلى اتفاق جماعى ، فإن الأفراد فى هذه المجموعة يجب عليهم إعادة حل القضايا العامة المتعلقة بالإجراءات والإستراتيجيات والإجابة على أسئلة رياضية خاصة مرتبطه بموضوع القضية المطروحة للمناقشة .

إن معظم براج التعليم الفردى تتطلب قياساً قبليا لتحديد مستوى إتقان الطالب فى الموضوعات الرياضية الأساسية ، وقياساً بعدياً لمعرفة مدى تقدم الطالب فى البرناج وفقاًلأهداف نوعية معينه للتعلم . كل هذه القياسات تنفذ عن طريق تقديم الأسئلة ، إما بصورة شفهية أو بصورة تحريرية ، وإذا كانت هناك رغبة فى تنمية مستويات عليا من الأهداف المعرفية والوجدانية فإن استراتيجية تقديم السؤال ذات المستوى الأعلى يجب أن تستخدم فى قياس نجاح التلاميذ لتحقق هذه الأهداف .

ولتعلم الرياضيات ، فإن الطلاب يجب أن يأخذوا دروساً فعالًا فى عمليات التعليم والتعلم . إن الأسئلة التى يصيغها المعلم يمكن أن تشجع الطلاب على المشاركة فى المناقشة داخل حجرة الدراسة وأنشطتها ، ويمكن أن تساعد الطلاب فى الشعور بأن لهم دور هام ومتكامل فى حجرة الدراسة . وإحدى أهم المشكلات المشتركة أن المعلمين عند تقديمهم للموضوعات الرياضية لفصول كبيرة من الطلاب يعانون من عدم انتباه الطلاب إليهم . إن المعلم الموجه للسؤال والإجابة والمناقشة يمكن أن يشجع الطلاب وذلك بأن ينبه طلابه إلى الأهداف التعليمية والأنشطة التى يقدمها المعلم أما استراتيجية السؤال التى تأتى على صورة العاب أو الغاز وأنشطة إكتشافية إيضا فإنها تجعل الرياضيات أكثر فاعلية ومتعة مما يزيد بدورة من دافعية الطالب نحو تعلم الرياضيات كثير من المعلمين الذين يستخدمون تداول السؤال والإجابة بطريقة فعالة جدا لمراجعة الموضوعات والوحدات يعد تعلمها . وقد تستخدم تداولات المراجعة هذه لإعداد الطلاب للإختيارات أولتأكد من إتقان الأساسيات المتطلب معرفتها قبل البداية فى وحدة جديدة وإذا أعطى المعلم العناية الكافية لتنمية السؤال الجيد بحيث يشرك كل تلميذ فى توجيه وإجابة الأسئلة ، ويشجع المناقشة داخل الفصل ، فإن استراتيجية توجيه السؤال يمكن أن تكون ذات إجراءات جيدة لمراجعة الموضوعات الرياضية .

استراتيجيات السؤال تستخدم كذلك فى تقديم ومناقشة موضوعات جديدة . فالحقائق ، المهارات ، المفاهيم ، الأساسيات والتعميمات الرياضية يمكن تعلمها من خلال استخدام أسلوب أسئلة ملائم . ومع ذلك ، فإن مؤشرات البحث تدل على أن معظم المعلمين يؤكدون على معرفة الحقائق فى اسئلتهم ولا يعطون اهتماما كافيا للأهداف ذات المستوى الأعلى مثل التحليل والتركيب والتطبيق والتقويم للمفاهيم والأساسيات إن الأسئلة التى تعكس كل من المستويات الست لتصنيف بلوم للأهداف المعرفية – المعرفة ، وإدراك ، والتطبيق ، والتحليل والتركيب ، والتقويم يجب أن تسهم فى تعليم الرياضيات وتقويم تعلمها .

إن الاسئلة التى تبنى على الجوانب الوجدانية من الأهداف التربوية وهى الإهتمام أو الإنتباه ، والإستجابة ، والقيمة ، والتنظيم ، والتمييز بين القيم المختلفة يجب أن تستخدم فى تدريس الرياضيات .

إن استراتيجية جيدة للسؤال من المحتم استخدامها فى نماذج الاكتشاف ، والإستقصاء ، وحل المشكلات ، وبرهنة النظرية فى تدريس الرياضيات .

ويجب أن يستخدم المعلم أسلوب الأسئلة لتشخيص صعوبات التعلم ولتقويم إتقان الطالب للمحتوى الرياضى . والأسئلة مثل التى سنعرض لها بعد قليل ، يمكن أن تساعد المعلم فى التعرف على ماإذا كان الطالب قد اكتسب المهارات ، والمفاهيم ، والأساسيات الرياضيه وصار قادراً على استخدامها فى تطبيقات متنوعة أم أنه لم يصل إلى هذا المستوى بعد .

- لماذا تضع العوامل (س - ٤) ، (س + ٢) $[(x - 4) \text{ and } (x + 2)]$ مساوية للصفر عند حلنا للمعادلة (س - ٤)(س + ٢) = صفر ؟ $[(x - 4)(x + 2) = 0?]$
- لماذا يكون حاصل ضرب عددين سالبين عدد موجب ؟
- فى أى استخدام يمكن استخدام الأعداد التخيلية ؟
- ماسبب برهنة النظريات فى الهندسة ؟
- هل الدوال المثلثية لها استخدام آخر غير استخدامها فى حل المثلثات ؟
- ماذا نعنى بالمساحة فى الرياضيات ؟
- مالفرق بين الأعداد النخيلية والأعداد الصحيحة ؟

إن كل معلمى الرياضيات فى المدرسة الثانوية على وجه التقريب يستخدمون استراتيجيات السؤال لتحديد مستوى الطلاب من خلال الإختبارات ، ومع ذلك فإن بعض المعلمين يستخدمون أسئلة الاختبار لقياس التعلم . ولكنهم يفشلون فى استخدامها فى تشخيص أنماط الأخطاء . أما إجراءات الأسئلة لتقديم عمل الطالب فى الرياضيات يجب ألّا تستخدم فى تلخيص آدائهم فقط ، ولكن يجب أن تستخدم أيضا لمساعدتهم لتصحيح أخطائهم والتعرف عليها، وبالإضافة إلى ذلك فإن إجابات الطالب لأسئلة المعلم تخدم كوسيلة لتقويم فعالية إستراتيجيات التعليم/ التعلم المستخدمه .

أنواع الأسئلة :

إن أنواع الأسئلة التى يستخدمها المعلم والطالب داخل حجرة الدراسة هى التى ترتبط ارتباطا وثيقا بالأهداف المعرفيه والوجدانية لمادة الرياضيات وأثناء اعداد الدرس يجب على المعلم اعداد الأسئلة للطلاب كجزء من تقويمهم القبلى وتقويمهم البعدى للأنشطة ، كذلك يجب عليهم أعداد أسئلة بديلة لإستخدامها كجزء من استراتيجيات التعليم/ التعلم . وأثناء اعداد المعلم للدرسة أيضا فإنه يجب عليه أن يسأل نفسه أسئلة تتعلق بالأهداف والمحتوى الرياضى للدرس وبالتالى فإنها سوف تعينه على تدريس الدرس ، وسوف تساعد المعلمين على توقع مشكلات الطلاب فى تعلم الدرس . وأثناء إعداد الدروس أحيانا فإن معظم المعلمين يسألون أسئلة لأنفسهم حول المحتوى الرياضى لدرس ما ويجدون أنهم غير قادرين على إجابة هذه الأسئلة (الأسئلة التى قاموا بوضعها) وحدث ما مثل ذلك يجب أن يكون بمثابة تقويم لمعرفتة بالموضوعات الرياضية وليأخذ رد فعل ملائم نحو تحسين معرفته وفهمه لتلك الموضوعات الرياضية على نحو أفضل . وهناك عدد قليل من معلمى الرياضيات بالمرحلة الثانوية هم الذين يعرفون كل شىء حول الموضوعات الرياضية التى يقومون بتدريسها . وسوف تجد (أيها المدرس) كثيراً من الأسئلة التى تسألها لنفسك أثناء اعداد الدرس وسوف تسأل أيضا بواسطة الطلاب فى حجرة الدراسة أثناء تدريسك لهذا الدرس .

القائمة التالية توضح أنواع الأسئلة التى يمكن أن تستخدم فى تدريس الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم أو الأساسيات لقياس مستويات المعرفة ، والإدراك ، والتطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، وتقويم الأهداف المعرفية : -

١ - معرفة حقيقية = ماالثلاث طرق المستخدمة فى تمثيل أو فى التعبير عن « ٢ مقسومة على ٣ » ؟

٢ - معرفة مهارة ما : ماالخطوة الأولى فى تحديد (تبرير) المقام للكسر $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$

٣ - معرفة مفهوم ما : ماتعريف العملية الرياضية ؟

٤ - معرفة أساسيات : مالصورة العامة لقياس حجم الكرة ؟

٥ - إدراك حقيقة ما : لماذا تعرف س [x] على أنها الواحد عندما س [x^0] لاتساوى الصفر ؟

٦ - إدراك مهارة ما : لماذا يكون ناتج ٣٤ر. ⟌٩ر٤٦ هو نفسه ناتج ٣٤ ⟌٩٤٦

٧ - إدراك مفهوم ما : لماذا تكون ص = س [$y = x$] دالة بينما ص٢ = س٢ [$y^2 = x^2$] ليست داله ؟

٨ - إدراك أساسيات : ماسبب أن عملية القسمة غير معرفة على الصفر

٩ - التطبيق على حقيقة ما : ماهو ناتج $\frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٣} \times \frac{٠}{٢}$ ؟

١٠ - التطبيق على مهارة ما : الشراء الأفضل : رطل من التفاح بثمن ٧٩ر ١ جنيه أم ١٢ أوقيه من نفس التفاح بثمن ١٩ر ١ جنيه ؟

١١ - التطبيق على مفهوم ما : أى من الأشكال التالية تعتبر معينات ▭ ◇ ⬡ △ □

١٢ - التطبيق على أساسيات : أى من المساحتين أكبر : مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٠٠ سم ، ومثلث متساوى الساقين طول أحد الساقين ١٠٠ سم وقاعدته ٨٠ سم .

١٣ - تحليل حقيقة ما : ماسبب هذه التقارير الرياضية لو. ١٢٥ = ٣ ، $٥^{٣}$ = ١٢٥

١٤ - تحليل مهارة ما : ماسبب كون الخطوة الأولى فى إيجاد ناتج $\frac{٧}{٨} \div \frac{٣}{٤}$ عادة تعطى على الصورة $\frac{٧}{٨} \times \frac{٤}{٣}$ ؟

١٥ - تحليل مفهوم ما : ماسبب كون دالة هى أيضا علاقة ؟

١٦ - تحليل الأساسيات : ماسبب إعتبار أن كل مثلث متساوى الأضلاع هو أيضا مثلث متساوى الزوايا ؟

١٧ - تركيب الحقائق : أحمد أطول من حسام ، حسام أطول من سوزان فمن أطول أحمد أم سوزان .

١٨ – تركيب المهارات : ماالشراء الأفضل قطعة قماش نسبة الصوف بها ٦٥٪ طولها ثلاثة أمتار بسعر إجمالى ٢٠ جنية ، أم قطعة قماش أخرى نسبة الصوف بها ٨٥٪ بسعر المتر الواحد ٨ر٩٠ جنيها ؟

١٩ – تركيب المفاهيم : وضح لماذا تكون مجموعة الأعداد الصحيحة تحت عمليتى الجمع والضرب عبارة عن حقل ؟ .

٢٠ – تركيب الأساسيات : ماسبب أن المنحنى ص = س٣ – ١ [$y = x^3 - 1$] قيمه حرجة واحدة .

٢١ – تقويم الحقائق : بعد دراسة الإسهامات التى قام بها المصريون القدماء ، والإغريق ، والبابليون للتقدم الرياضى ، فأى حضارة تعتقد أنها قد قدمت اسهاماً ؟

٢٢ – تقديم المهارات : أى من الطرق الأتية أكثر فائدة فى حل نظام من المعادلات الخطية : الرسم البيانى ، الجمع ، الطرح والتعويض .

٢٣ – تقويم المفاهيم : المفاهيم الرياضيه للشكل ، الحجم ، الطول ، والمساحة يمكن أن تعرف بإستخدام الحقائق والأفكار من الجبر أو حقائق وأفكار من الهندسة . أى من هذه الطرق التى تستخدم فى تعريف كل من الشكل ، الحجم ، الطول ، المساحه وتعتبر ذات قيمة عظمى واكثر استخداماً فى الرياضيات . التغريفات الجبرية للمفاهيم أم التعريفات الهندسية ؟ أى نوع من التعريفات يعتبر أكثر فائدة لتطبيق الرياضيات فى العلوم والهندسة ؟

٢٤ – تقويم الأساسيات : نحن نستخدم أساسيات منطقية مختلفة لبرهنة النظريات الرياضية – البرهان المباشر ، والبرهان غير المباشر ، والبرهان بإستخدام عكس المعكوس ، والبرهان بنفى النفى ، وبرهان الوجود ، والبرهان عن طريق إيجاد مثال ومثال مضاد ، والبرهان باستنفاذ جميع الحالات الممكنة ، والبرهان بالإستنتاج الرياضى .

قوم وقارن هذه الطرق المختلفة للبرهان ووضح أى منها يعتبر أكثر فائدة وأى منها يعتبر أكثر جفافا وصعوبة ؟ ومالسبب ؟

تطوير استراتيجيات السؤال الفعال

بالإضافة إلى المقترحات المُقدمة فى الفصول السابقة لتنمية استرتيجيات توجيه السؤال داخل حجرة الدراسة فإن الأساسيات العامة التالية تعتبر غاية فى الأهمية حيث أنها تساعد فى استخدام أسلوب السؤال الملائم أثناء عملية التعليم/ التعلم داخل حجرة الدراسة .

وإذا كان الطالب غير قادر على إجابة معظم الأسئلة المعطاه له فإنه سوف يعتبرها بمثابة احباط شخصى له أكثر من اعتبارها وسيلة تعليمية ذات قيمة هامة فى عملية التعلم . والأسئلة التى توجه إلى طلاب معينين يجب أن تكون على مستوى صعوبة قدراتهم مع قدراتهم الرياضية . فالطلاب الضعاف

فى الرياضيات يجب أن توجه إليهم أسئلة قد تتطلب معرفة الحقائق والمهارات قبل أن تقدم لهم أسئلة تتعلق بالمستويات المعرفية العليا المتعلقة بالمفاهيم والأساسيات . والطلاب ذو المستوى الأفضل (الأعلى) فى الرياضيات يجب أن تقدم لهم أسئلة تتطلب استخدام المستويات العقلية العليا . وإن سؤالًا عاماً واحداً قد يظهر استجابة صحيحة ذات مستوى أعلى من طالب رياضيات متميز ، فى الوقت الذى نجد فيه أن أسئلة متتابعة من أسئلة نوعية (معينة) ضرورية للحصول على إجابة صحيحة من الطالب الأقل قدرة فى الرياضيات ، وعلى سبيل المثال ، فالطالب ذو المستوى الأعلى فى الرياضيات يمكنه إعطاء إجابة فورية للسؤال : مامجموعة الحل للمعادلة .

٢س٢ + ٥س − ٣ = ٠ ، ؟ [$2x^2 + 5x - 3 = 0$?] بينما الطالب الأقل كفاءة فى الرياضيات قد يحتاج إلى متسلسله تشابة الأسئلة التالية من أجل الوصول إلى الإجابة الصحيحة تلك هى : −

لحل هذه المعادلة نحتاج إلى تحليل المقدار ٢س٢ + ٥س − ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] إلى عوامله ، ما العوامل الممكنه للعدد ٢ معامل س٢ [x^2] ، وما عوامل العدد − ٣ العدد الثابت ؟

مالعوامل الثنائية الممكنة للمقدار ٢س٢ + ٥س − ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] والتى يمكن تكوينها من العاملين ٢ ، − ٣ أى من هذه العوامل تعطى الناتج ٢س٢ + ٥س − ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] والآن قد توصلت إلى عوامل المقدار ٢س٢ + ٥س − ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] فما الذى ستفعله بعد ذلك ، بعد وضع ٢س − ١ مساوية للصفر [$2x - 1$ equal to 0] ، س + ٣ مساوية للصفر [$x + 3$ equal to 0] ، فما حل معادلة الدرجة الثانية موضع السؤال ، والتى يمكن إيجادها عن طريق حل المعادلات الخطية ٢س − ١ = صفر [$2x - 1 = 0$] س + ٣ = صفر [$x + 3 = 0$]

وعندما تستخدم استراتيجية سؤال معينة عند تقديمنا لدرس فى الرياضيات ، حاول أن تشرك كل طالب داخل حجرة الدراسة فى أعطاء الإجابة عن السؤال الذى تقوم بتوجيهه وإنه لمن السهل جداً أن نسمح على نحو مختلف للطالب الأفضل والمنبسط أن يسود الفصل ، بينما الطالب الأقل قدرة والأكثر انطواءاً مهملين فى الفصل . إن الأسئلة الموجهة لكل طالب أثناء الدرس ومحاولة سؤال كل طالب الأسئلة التى فى مقدوره الإجابة عليها . وكذلك تأكد من إعطائك الوقت الكاف لكل طالب لصياغة (وتكوين) إجابته حتى لايشعر بالإخفاق فى اجابته .

وأثناء تداول السؤال للإجابة عليه داخل الفصل فإنه من المرغوب فيه أن يشجع المدرس الطلاب على توجيه الأسئلة إليه ، وإلى زملائهم الآخرين . وهذه النتائج تظهر فى بيئة الفصل الدراسى المفتوحة والغير شكلية والتى تعطى أيضا معلومات أكثر للإستخدام فى تقويم معرفة الطلاب وفهم الموضوعات موضع المناقشة ، ومع ذلك تأكد من أنك لم تترك مجموعة قليلة من الطلاب يسودون

المناقشة عن طريق حديث بعضهم إلى البعض الآخر ، بينما الطلاب الآخرون فى الفصل قد إستبعدوا تماما من المناقشة داخل حجرة الدراسة نتيجة لذلك .

وبعناية تامة ضع فى الإعتبار استجابتك إلى جانب إجابات الطلاب لأسئلتك وإجاباتك على أسئلتهم قبل استجابتك دون تفكير فإن استجابات المعلم القائمة على التنازلات أو التهديد ، فإنها سوف لاتشجع الطالب على المشاركة فى اسئلة - اجابات الدرس .

اطرح أسئلة تغطى كل أنواع الموضوعات الرياضية وكل مستويات الأنشطة المعرفية حتى لاتقع فى الخطأ الذى يقع فيه بعض معلمى الرياضيات وذلك بتحديد كل أسئلتك وجعلها قاصرة على المعرفة والفهم للحقائق والمهارات ، وبالرغم من أنه من الواضح أن بعض الأسئلة ينبغى أن تطرح حول الحقائق والمهارات عند المستويات المعرفية الدنيا .

وأيضا اطرح أسئلة تتعلق بالأهداف التربوية الوجدانية التى يمكن أن تحسن من اتجاهات الطلاب نحو الرياضيات وبإيجاز فإن طرح الأسئلة يعتبر استراتيجية فعالة للإستخدام فى تدريس الرياضيات وتقديم تعلم الطالب ومع ذلك فإنها تتطلب تخطيطاً دقيقا قبل دخول الفصل وأن تدرس بعناية من قبل المعلم أثناء الدرس وذلك حتى يستفيد كل طالب من استعمالها ....

خامس : تشخيص وحل صعوبات التعلم

إن إحدى الأنشطة اليومية الكثيرة التى يجب أن يقوم بها معلم الرياضيات هو تشخيص وحل المشكلات التى يعانى منها الطلاب فى تعلم الرياضيات فبعض الطلاب يعانون من مشكلات ثانوية غير متكررة فى تعلم الرياضيات ، بينما يوجد آخرون لهم مشكلات مستمرة تمثل عوائق خطيرة للتعلم وهناك عدد كبير من الكتب والمقالات عن التدريس (لبطيىء التعلم) والتدريس للطلاب الذين لديهم عوائق تعلم والتدريس للطلاب غير المتميزين ، والتدريس العلاجى تختبر بالفعل شمولية ومغزى الصعوبات التى يعانى منها الطلاب فى تعلم الرياضيات ففى معظم فصول الرياضيات التى تضم ٢٠ طالباً أو أكثر ، من المحتمل أن يجد المعلم طالبا واحداً على الأقل له مشكلة خطيرة فى تعلم الرياضيات وعديد من الطلاب الآخرين لديهم مشكلات ثانوية مستمرة وعلى معلم الرياضيات تقع مسئولية تحديد صعوبات التعلم المحدوده الخاصة التى قد يجدها الطالب ويتخذ الإجراءات التى قد تساعد فى حل هذه المشكلات .

ويمكن تصنيف صعوبات تعلم الرياضيات إلى ثمانى فئات هى : المشكلات الحسية ، العيوب العقلية ، المشكلات الإنفعالية ، نقص الدافعية ، العيوب الثقافية ، المشكلات الإجتماعية ، مشكلات القراءة ، ومشكلات داخل النظام التربوى ، فالمشكلات الخاصة فى تعلم الرياضيات التى تندرج تحت كل فئة من هذه الفئات ستتم مناقشتها فى هذا الجزء ويمكن للمعلم أن يقوم بتحديد وحل بعض هذه المشكلات فى حين أن هناك مشكلات أخرى تتطلب مساعدة هيئة (كوادر) مدربة متخصصة مثل الأخصائيين النفسيين ، والأطباء والأخصائيين الإجتماعيين ، والمستشارين .

ومن الخطوات التى تساعد الطلاب على حل صعوباتهم فى تعلم الرياضيات مايلى :

١ - ينبغى أن يكون كل من الطالب والمعلم على وعى بوجود صعوبة التعلم .

٢ - يجب أن يحاول الطالب والمعلم تحديد تمثيلات (تفاصيل) معينة لهذه الصعوبة .

٣ - يجب أن يحاول الطالب والمعلم تحديد أسباب صعوبة التعلم ، التى يمكن أن تتطلب توليد (انتاج generating) واختبار الحدسيات .

٤ - يجب على المعلم أن يطلب معونة الطالب فى تطوير إجراءات حل صعوبة التعلم .

٥ - يجب على الطالب ، بمساعدة المعلم ، أن ينفذ الاجراءات التى تم تطويرها لمساعدتة فى حل صعوبة التعلم .

٦ - يجب على المعلم أن يقوم بتقويم نجاح الطالب فى حل صعوبة تعلمه ، ويجب أن يقوم بتقويم الاجراءات التى استخدمت لحل مشكلات التعلم .

وسوف نناقش فى هذا الجزء أسباب صعوبات التعلم وأساليب تشخيص وإجراءات حل هذه الصعوبات . وتندرج كل هذه الأنشطة تحت الإجراء العام للخطوات الست السابقة لمساعدة الطلاب على حل مشكلات التعلم فى الرياضيات .

أسباب صعوبات التعلم

قد يعانى الطلاب من مشكلات فى تعلم الرياضيات نتيجة أوجه قصور حسية أو عقلية أو إنفعالية أو دافعية أو ثقافية أو اجتماعية أو تدريسية أو خاصة بالقراءة .

الأسباب الحسية والأسباب المتعلقة بالكلام .

يفشل بعض الطلاب فى الأداء الجيد فى برامج الرياضيات لأنهم يعانون من عيوب بصرية أو سمعية أو خاصة بالكلام فالطالب الذى يعانى من ضعف الرؤية البصرية قد يفشل فى فهم مفاهيم وأساسيات الرياضيات لأنه غير قادر على قراءة التعريفات والأمثلة والرسومات (الأشكال) التى يقوم المعلم بكتابها على السيورة أو على جهاز العرض العلوى . والطلاب الذين يعانون من صعوبات فى السمع قد يبدون غير منتبهين لأنهم غير قادرين عن السمع جيداً . بحيث يميزون التعليمات والأسئلة التى يقوم معلم الرياضيات بإلقائها . والطلاب الذين لديهم عيوب فى الكلام (الحديث) قد يتسمون بالخجل وعدم الإستجابة لأنهم يترددون فى الإجابة عن الأسئلة والمشاركة فى مناقشات الفصل خوفا من أن يسخر منهم الطلاب الآخرون ومن أن يونجهم المعلم للبطء فى الإستجابة وعلى الرغم من أن هذه المخاوف قد يكون غير مسموح بها فى كثير من الحالات . إلّا أنها مخاوف بالنسبة للطالب الذى يعانى من عيوب فى الكلام وقد يسهم فى هذه العيوب ذاتها فالطالب الذى لديه أى من هذه المعوقات - سمعية أو بصرية أو شفوية - قد يبدو بطيئا ، غير منتبه ، منطوياً ، غير مستجيب وليس لديه دافعية فى حصة الرياضيات . وفى واقع الأمر ، إن أى عيب جسمى كامن أو ظاهر قد يعوق قدرة الطالب أو دافعيتة لتعلم الرياضيات .

نواحى القصور العقلية :

هناك بعض الطلاب الذين قد يكونون غير قادرين على إتقان المهارات ، المفاهيم ، والأساسيات (المبادىء) الرياضية لأنهم يعانون من نواحى قصور عقلية ترجع إلى عيوب الولاده والتشوه الثانوى للمخ ، أو القدرات العقليه المحدودة للتعامل مع المجردات وهناك طلاب آخرون ، خاصة طلاب المدارس العليا وقد يكون لديهم مشكلات فى تعلم الأفكار الرياضية المجردة والعامة لأنهم لم يصلوا بعد إلى مرحلة الإجرائية الشكلية للنضج العقلى اللازم للتعامل مع المجردات والتعميمات .

ويفترض نموذج تركيب العقل لجيلفورد ١٢٠ قدرة عقلية متميزه ، بعضها قد لايكون ناميا لدى الطلاب فى المدارس العليا الذين يعانون من صعوبات عند تعلم موضوعات رياضية معينة ، فعلى سبيل المثال الطالب العاجز عن أن يميز بالرؤية مجموعات الأشكال فى الفراغ فى مواضيع مختلفة قد يكون لدية مشكلة فى بعض موضوعات الهندسة ويجب عل المعلم أن يتوقع أن الطالب « العادى » أيضا يعانى من صعوبات فى موضوعات معينة فى الرياضيات لأن كل القدرات العقلية لاتنمو فى وقت واحد فى جميع الناس كما أن بعض الناس قد لايبلغون أبداً بعض القدرات العقلية المائة والعشرين .

الأسباب الإنفعالية :

يعانى كل الطلاب . من صعوبات إنفعالية ثانوية قد تتدخل مؤقتا فى تعلم الرياضيات كما أن عددا من الطلاب لديهم مشكلات إنفعالية خطيرة لها تأثير خطير ومستمر على قدرتهم على التعلم فى المدرسة فالكثافة السكانية المتزايدة ، والتلوث البيىء والقيم الإجتماعية المتغيرة والأنماط الأسرية المفككة كل هذه العوامل تجمعت لتخلق مستويات عالية من الضغط على كثير من المراهقين . ونتيجة لذلك يبدو أن هناك مستوى أعلى من سوء التوافق الانفعالى بين الطلاب عما كان عليه منذ عدة سنوات فعندما يظهر الطالب الجيد علامات دافعية ضعيفة وعجزاً عن تعلم الرياضيات قد يكمن السبب فى عوامل خارج حجرة الدراسة تسبب مشكلات انفعالية لهذا الطالب .

الأسْبَاب الدافِعية :

إن نقص الدافعية لمتعلم الرياضيات قد يكون سببه مشكلات تعلم أخرى أو قد يكون نتيجة الخبرات غير السارة فى محاولة تعلم الرياضيات وهناك بعض الطلاب الأصحاء جسمياً ، وعقلياً وانفعالياً قد يكونوا منخفضى التحصيل فى الرياضيات ، على الرغم من أنهم يؤدون جيداً فى مواد أخرى . وهناك بعض الطلاب الذين يجدون أن المواد الأخرى أكثر جاذبية (تشويقاً) من الرياضيات ويرى طلاب آخرون فائدة قليلة فى بذل الجهد العقلى المطلوب لتعلم الرياضيات ، فهى مادة لاتبدو مناسبة لأهدافهم المهنية أو الحرفية وبعض الطلاب الذين يبذلون جهداً بالفعل لتعلم الرياضيات قد يفشلون فى أتقان المادة لأن لديهم اهتمامات عقلية سالبة تعزي إلى مرات الفشل

والإحباط السابقة فى حصص الرياضيات فالعقاب والأحداث السلبية الأخرى المتعلقة بتعلم الرياضيات يمكن أن تجعل فصل الرياضيات مكاناً غير محبب حتى بالنسبة للطلاب الأكثر قدرة .

الأسباب الثقافية :

لقد بذلت المؤسسات الثقافية والتربوية والوحدات الحكومية والإجتماعية جهوداً كبيرة لمحاولة علاج المشكلات التى يعانى منها الناشئة الذين يعجز آباؤهم عن توفير فرص وموارد التعلم فى ظل نظامنا التربوى فبعض الطلاب لديهم مشكلات تعلم فى المدرسة لأن الثقافة التى يتلقونها فى بيوتهم ليست مثل الثقافة التى يحصلونها فى مدارسهم . فهؤلاء الطلاب قد يصادفون عقبات فى تعلم الرياضيات نتيجة طريقه استخدامهم للغه الإنجليزية ، والتأكيد على التعليم الشكلى الذى توليه ثقافتهم ، واهتمامها ، والموارد المتاحة فى بيوتهم لدعم (تعزيز) تعلمهم فى المدرسة ، كما أن الغايات والأهداف والقيم الخاصة بالنظام التربوى قد تختلف عن تلك التى توجد فى ثقافتهم وفى بعض الحالات قد لاتكون اللغة الإنجليزية المستخدمة فى المدارس هى اللغة الأصلية للطلاب فيجب أن يفهم كل معلم أن بعض طلابه قد يشبون (يكبرون) فى بيوتهم ويعكسون بذلك قيماً ثقافية مختلفة فى النظام المدرسى .

الأسباب الإجتماعية :

يعانى بعض الطلاب من مشكلات فى تعلم الرياضيات لأنهم غير قادرين على التوافق مع النظام الإجتماعى للمدرسة أو الفصل . فقد يكون أصدقاؤهم غير موجودين معهم فى فصول الرياضيات ،، أو فى مدارس مختلفة (أخرى) أو يكونون قد تسربوا من المدرسة . وهناك آخرون من الطلاب يتسمون بالإنطواء الإجتماعى ويتجنبون الأنشطة الجماعية والتفاعلات الإجتماعية الأخرى داخل حجرة الدراسة . كما أن الطلاب الذين يتم نقلهم حديثا لمدرسة جديدة قد يكون لديهم مشكلات تعلم فى الرياضيات لأنه ليس لهم أصدقاء فى الفصل ولايشعرون أنهم جزء من التركيب الإجتماعى للمدرسة أو فصل الرياضيات ولايحفلون بالمشاركه فيه ، مما يمكن أن يكون له أثر سلبى على رغبة الطلاب فى تعلم الرياضيات وعلى إنتباههم لأنشطة التعلم المصممة لإتقان الموضوعات الرياضية .

صعوبات القراءة :

على الرغم من أن القراءة فى كتب الرياضيات المدرسية والمواد الأخرى المطبوعة تعتبر واحدة فقط من استراتيجيات كثيرة لتعلم الرياضيات ، إلا أن مشكلات القراءة العامة وعدم القدرة على قراءة وفهم الشروح والتوضيحات الخاصة بالأفكار الرياضية يمكن أن تجعل لدى الطلاب مشكلات تعلم فى الرياضيات ويمكن أن يكون للغة المستخدمة فى تقديم المفاهيم والأسس (الأساسيات) الرياضية تأثير ذات دلالة على قدرة الطلاب على فهم هذه الأفكار . كما أن أهمية القراءة فى حل المشكلات اللفظية فى الرياضيات واضحة .

ولقد آجريت عديد من الأبحاث لتحديد أثر عوامل اللغة على تعلم الرياضيات وقياس الإرتباطات بين القدرة القرائية والقدرة الرياضية للطلاب وتشير الأبحاث إلى أن أختيار اللغة والمصطلحات يؤثر بالفعل فى اتقان الطلاب للرياضيات ، وأن القدرة القرائية والقدرة الرياضية مرتبطان ارتباطاً كبيراً فالطلاب ذو الدرجات العالية فى القراءة يحرزون درجات عالية فى الرياضيات والطلاب ذوو الدرجات المنخفضة فى القراءة يميلون إلى احراز درجات منخفضة فى الرياضيات .

أوجه القصور التعليمية (التدريسية) :

بينما تعتبر كثير من مصادر المشكلات فى تعلم الرياضيات نتيجة سمات الطلاب الجسمية ، والعقلية ، والإنفعالية ، والإجتماعية والدافعية ، إلا أن النظام المدرسى والمعلم قد يكونان السبب فى مشكلات تعلم معينة فالإمكانات المادية الضعيفة داخل المدرسة ونقص الموارد والمواد التعليمية يمكن أن يكون له أثر سلبى على التعلم فالمعلمون الذين لديهم اهتمام ضئيل بالتدريس يمكن أن يكونوا سبباً فى وجود صعوبات التعلم لدى الطلاب ، كما أن المعلمين الذين يستخدمون استراتيجيات تعليم/ تعلم أو يضعون أهداف تعلم ذات مستوى منخفض يمكن أن يتوقعوا أن يعانى طلابهم من مشكلات فى تعلم الرياضيات فعندما تكون المحاضرات هى استراتيجية التدريس الرئيسية ، وعندما يشجع الإستظهار من خلال الأهداف والإختبار Testimg ، فمن المحتمل ألا يفهم الطلاب المهارات والمفاهيم والأساسيات الرياضية التى تقدم لهم فلكى يتعلم الطالب تطبيق وتحليل وتكوين (التأليف) ، وتقويم الأفكار الرياضية ، ينبغى أن يعطى تدريباً فى استخدام هذه العمليات المعرفية العليا . فالطالب لن يتعلم إثبات النظريات وحل المشكلات إلّا إذا كان معلمو الرياضيات يعالجون هذه العمليات كلوغاريتمات يتم استظهارها وتطبق على أنواع المشكلات المختلفة فمعظم طلاب المدرسة العليا ، إن لم يكونوا جميعهم ، يحتاجون إلى التعامل مع شروح محسوسة لمفاهيم وأساسيات مجردة ليفهموها بطريقة ذات معنى .

أساليب تشخيص صعوبات التعلم

ويوجه عام يعتبر المعلم اليقظ ، المهتم الذى يناقش بإستمرار مشكلات التعلم مع الطلاب وينمى ويقوم الإختبارات والتعيينات المنزليه بإهتمام واخلاص هو الذى يكون ناجحاً فى تشخيص مشكلات التعلم لدى الطلاب غالباً . أما المعلم الذى « يدرس للفصل » أو « للطالب المتوسط » بينما لاينتبه كثيراً من الطلاب كأفراد ، ليس من المحتمل أن يكتشف مصادر صعوبات تعلم لدى الطلاب .

وهناك بعض المعلمين الذين يتوقعون أن هناك نسبة من الفصل تؤدى آداء جيداً ، ونسبة أخرى تؤدى آداء متوسطا ونسبة ثالثة تؤدى أداء ضعيفاً مثل هؤلاء المعلمين يميلون إلى التأكد من خلال تدريسهم وأساليب اختيارهم وتقديرهم على أن طلابهم يقابلون أو يفون بتوقعات أدائهم وعلى الرغم من أنه قد يكون من غير الممكن أن نحول الطلاب الفاشلين إلى طلاب ممتازين إلا أن كل معلم تقع عليه مسئولية مساعدة كل طالب فى أن يصل إلى أقصى قدرة ممكنه له وأن ينجح فى إتقان الرياضيات

بمستوى ملائم لقدرته فإذا إرتبت فى أن طالباً مالديه نوع ما من القصور بسبب درجات التحصيل المنخفضة يجب أن نلاحظة فى اطار علامات (اشارات) تدل على وجود صعوبات التعلم عنده تلك التى تم مناقشتها فيما سبق .

تشخيص أوجه القصور الجسمية :

يمكن إكتشاف أوجه القصور البصرية ، والسمعية ، والخاصة بالكلام بملاحظة الطلاب فرداً فرداً والتعامل معهم فإذا اعتاد طالب أن ينظر إلى السبورة بعينين شبه مغمضتين أو أن يسأل المعلم أن يقرأ ماكتبة على السبورة ، فإن الطالب قد يكون لديه مشكلة فى الرؤية . وتتضح مشكلات الرؤية أيضا عندما يقرأ للطالب وأنفه قريبة من الصفحة أو يمسك بالكتاب قريبا من ذراعه عند القراءة ، أما الطالب الذى يبدو دائما مغرقاً فى أحلام اليقظة ويستجيب فى العادة لأسئلتك (هه) قد يكون لديه مشكلة سمع فإذا أرتبت فى أن طالبا يعانى من أى من هذه المشكلات ، تحدث إليه حديثا خاصا ، ولكن قم بصياغة أسئلتك بطريقة دبلوماسية فبدلًا من أن تسأل أسئلة صريحة مثل « هل هناك عيب فى أذنك » أو « ألا تستطيع أن تقرأ ما أمام وجهك ؟ » وسل أسئلة خاصة مثل (هل ترى أننى لاأتحدث بصوت مرتفع بدرجه كافيه فى الفصل ؟) فمثل هذين السؤالين الأخيرين لايمثلان تهديداً للطالب وليس من المحتمل أن ينتزعا استجابات دفاعية .

أما أوجه القصور الخاصة بالكلام (الحديث) فهى واضحة ويجب معالجتها بأسلوب لطيف ويتعاطف .

تشخيص أوجه القصور العقلية :

إذا حاول طالب جيد أن يتعلم الرياضيات ويبذل جهداً مخلصاً فى آداء الواجب المنزلى وشارك فى أنشطة الفصل لكنه لايزال غير قادر على إتقان الرياضيات ، فربما يكون هذا الطالب لديه قصور عقلى فالطلاب الذين لديهم مشكلات قاسية فى إتقان الرياضيات قد يحتاجون لمواد وبرامج تعليمية خاصة ، فإذا فشل الفصل ككل فى فهم مفهوم أو أساس جديد ، فإن السبب قد يكمن فى مدخلك (طريقتك) للموضوع ، على أى حال إذا كان هناك عدد قليل فقط من الطلاب لديهم مشكلات فإن ذلك ربما يكون بسبب أنهم ليست لديهم القدرة العقلية النوعية لتعلم هذا الموضوع المحدد (النوعى - الخاص) بالطريقة التى قمت بتقديمة بها .

إن أفضل طريقة لتشخيص مشكلات التعلم النوعية والتى تحدث من وقت لآخر تكون من خلال الاختيار الواعى للتمارين المنزلية وأسئلة الاختبارات والتحليل الواعى لعمل كل طالب والذى أدى إلى إجابة خاطئة ويمكن اكتشاف كثير من أنماط الأخطاء لتحليل اللوغاريتمات الخاطئة للطلاب عند توضيحها بالأمثلة فى حلول الطلاب لتمارين الفصل والتمارين المنزلية وعليك أن تحاول أن تبحث عن السبب الدقيق لكل إجابة خاطئة . وسوف تجد عادة أن واحداً أو اثنين من التصورات الخاطئة أو

الإجراءات غير الصحيحة هى المسئولة عن الإجابات غير الصحيحة لفئة كاملة من المشكلات وهناك طريقة أخرى جيدة لإكتشاف أنماط الأخطاء التى يرتكبها طلاب معينون ألا وهى أن يطلب من الطالب أن يحل مسائل وهو جالس فى مكانه أو على السبورة ويمكن لك أن تنظر من فوق كتف الطالب لتلاحظ كل خطأ نوعى يرتكبه .

وهناك أخطاء معينه قد ترجع إلى سوء الفهم الشائع ، وأخرى قد تحدث لأن الطالب ينقصه أحد الإستعدادات العقلية المائة والعشرين لجيلفورد وهناك أخطاء أخرى قد تعزى إلى أوجه قصور عقلية خطيرة فإذا كان الطالب يرتكب نفس نوع الخطأ بإستمرار على فئة كلية لمشكلات مختلفة لكنها مرتبطة أو إذا كان يفشل بإستمرار فى إتقان المواد التى تحتاج إلى نوع معين من الإجراء العقلى فإنه من المحتمل أن يكون قاصراً فى واحد أو فى عديد من الإستعدادات التى حددها جيلفورد . أما الطالب الذى يبدو فى حيرة تامة فى تعلم الرياضيات ، مهما كانت محاولتة الجدية ، قد يكون لديه مشكلة عقلية اكثر خطورة أما صعوبة التعلم المنفصلة (المنعزلة أو التى تحدث من حين لآخر ليست سبباً أو مدعاة للإنزعاج ، ويمكن حلها من خلال مساعدة المعلم الفردية للطلاب عند حدوث هذه المشكلات الثانوية .

تشخيص المشكلات الإنفعالية :

بينما تتوقع المزاج الحاد أو سوء السلوك من آن لآخر من جانب طالب ما إلا أن الإكتئاب المزمن أو الإنسحاب أو سوء السلوك قد يشير إلى مشكلة انفعالية أكثر خطورة . فالمشكلة الإنفعالية الخطيرة ، التى يمكن أن تتدخل فى قدرة الطالب على التعلم فى المدرسة ، يمكن أن تسببها مجموعة مختلفة من المواقف ومن بين المواقف التى يمكن أن تسبب مشكلات إنفعالية ، نقص النوم ، التغذية أو الوجبات غير الملائمة ، وأنواع معينة من الأمراض ، والصور الذاتية الرديئة بسبب الفشل أوالنقد ، والمشكلات الشخصية الخطيرة ، والمشاركة فى أنشطة كثيرة جداً ، والضغوط للأداء الجيد فى المدرسة ومسئوليات المنزل . فالتغير الجوهرى فى السلوك الذى يستمر لمدة اسبوع أو أكثر قد يشير إلى مشكلة انفعالية خطيرة يعانى منها الطالب .

تشخيص المشكلات الدافعية :

إن الغياب المتكرر عن المدرسة ، والإنقطاع عن الفصل ، والفشل فى أداء تعيينات الواجبات المنزلية ، ورفض المشاركة فى الفصل ، تعتبر كلها مؤشرات لمشكلة انفعالية أو اجتماعية خطيره قد تنسب إلى نقص الإهتمام والدافعية فى تعلم الرياضيات فإذا كان الطالب الذى لايعانى من مشكلة جسمية أو إنفعالية أو اجتماعية يبدى اهتماما غير كاف بالرياضيات فمن المحتمل أن يكون مفتقراً للدافعية . فالمشكلات الدفاعية يمكن أن تسببها مرات الفشل المتكررة فى محاولة تعلم الرياضيات ، وكذلك الخبرات غير السارة فى حصص الرياضيات وعدم التوافق فى الشخصية بين الطالب والمعلم والفشل فى إدراك أى غرض لتعلم الرياضيات . فالطالب الذى تنقصه الدافعية لتعلم الرياضيات سوف يظهر عدم اهتمامه بالإنسحاب من المشاركة فى الفصل وآنشطة التعليم/ التعلم .

تشخيص المعوقات الثقافية للتعلم :

حينما يكون لدى الطالب مشكلة فى تعلم الرياضيات ولكن يبدو أن العوامل الجسمية أو الإنفعالية أو العقلية أو الإجتماعية ، أو العوامل المتعلقة بالمدرسة هى السبب الذى أدى إليها فربما تكون المشكلة ناتجة عن عوامل ثقافية منعكسة على حياة الطالب المنزلية . فالطالب قد يأتى من بيت غير متميز ثقافيا تكون فيه الأمور التى تقوم المدرسة بتدريسها ليست ذات قيمة ولاترحب بها أسرته فالثقافة التى يمثل الطالب جزءاً منها قد لاتعتبر المدرسة بوجع عام والرياضيات بوجه خاص طريقه مناسبة للإعداد للحياة . ويرى جون ويلسون John Wilson ومايلدرن Mildred فى فصل بعنوان (تشخيص صعوبات التعلم) نشرة ويلسون عام ١٩٧١ أن : كل جماعة عريقة معينة each ethnic group لها مميزات ثقافية تميزها كجماعة فهذه الأنماط الثقافية يتعلمها الطفل قبل أن يدخل المدرسة . كما أن تقاليد أى شعب يمكن أن تصبح غير ذات ميزه إذا أصبحت طرق مختلفة أو جديدة من طرق الحياة مرغوبة فالعيب الثقافى هو منع التبادل الثقافى بين الشعوب ، سواء رجعى ارتدادى أو أمامى تقدمى بشأن موقف تعلم حالى .

وهناك بعض مجالات التعلم الموجهة ثقافياً تكون أكثر إحتمالا لأن تصبح عوائق للتغيير أكثر من غيرها فاللغة الطائفية عندما تكون مختلفة عن اللغة القومية ، تتدخل على نحو متزايد كلما تقدم الفرد فى العمر قبل بداية تعلم لغة جديدة ويسبب الرغبة فى إنجاز الدافع لتفسير الديمقراطية فى الولايات المتحدة ، فإن هناك ميلا لإستبعاد أو حتى تحطيم حواجز (قيود) اللغات الطائفية من أجل تدريس اللغة الإنجليزية فالنبذ الإجبارى للغة شخص ما ، سواء كانت طائفية (خاصة) باللهجات أو أجنبية قد يجعلة يشعر بأن ثقافتة ككل منبوذة وأنه محتقر ....

وهناك بعض الجماعات العريقه (ذات الأصل) التى رغبت فى التكامل ورفضت أساليباً للدولة قديمة ولكن هناك آخرين ، ومعظمهم من الهنود الأمريكان ، أرادوا أن يحتفظوا بهويتهم الثقافية فى بيئة معادية . ولقد حدث مؤخراً أن عمل كثير من الزنوج على استبعاد أنفسهم من البوتقه المنصهرة للوحدة القومية وحاولوا بناء هوية ثقافية خاصة تشمل كل جماعات السود ولكن العداء الحالى تجاه الأغلبية الأساسية من المحتمل أن يتدخل فى جداول تدعيم (تعزيز) أخرى فعالة فى المدرسة فالعيب الثقافى يمكن أن ينشأ عن أى انحراف عن التيار الرئيسى الإجتماعى أو الإقتصادى فإذا كان لديك طلاب فى فصلك لديهم مشكلات تعلم فى الرياضيات وهم أيضا خارج التيار الإجتماعى أو الإقتصادى الرئيسى فهناك إمكانية (احتمال) أن تكون مشكلاتهم جزئيا ، متسببة عن مؤثرات ثقافية فعلى الرغم من أن هذه المؤثرات الثقافية قد تكون إيجابية جداً ولها قيمة للفرد ، إلّا أنه قد يكون لها أثر سلبى فى محاولات هذا الفرد للتعلم فى مدرسة مبنية على مجموعة مختلفة من القيم الثقافية .

تشخيص المشكلات الإجتماعية فى التعلم :

يتأثر المراهقون فى المدارس الثانوية تأثراً عميقاً بالتفاعلات الإجتماعية بعضهم مع البعض الآخر فرغبتهم لإستحسان (رضا) الرفاق قد تتدخل فى بعض الأحيان فى تعلمهم فى المدرسة . فالطلاب

العاجزون عن كسب إستحسان طلاب اخرين وغير المقبولين كجزء من الجماعة الإجتماعية فى المدرسة قد ينسحبون من أنشطة الفصل لأنهم لايشعرون أنهم يتمشون مع البناء الإجتماعى بالمدرسة . وهناك بعض الطلاب الذين قد يمثلون مشكلات خاصة بالنظام فى محاولتهم لجذب انتباه المعلم أو الطلاب الآخرين ، هناك آخرون يؤدون عن عمد - أداءً سيئا فى الرياضيات لأن أصدقاءهم ليسوا طلاباً ذوى مهارة فى هذه المادة فالرغبة فى الانتماء لجماعات رفاق اجتماعية وفى السلوك بنفس الطريقة التى يسلك بها الآخرون يمكن أن تؤثر على أتجاه الطلاب وأدائهم فى حصص الرياضيات وتعلمها بصفه عامة فالطالب الذى لديه مشكلات إجتماعية قد يحاول أن يحتكر انتباه المعلم أثناء فترات الغذاء ، وفى أوقات الفراغ وفى حالات الدراسة كى يصبح صديقاً للمعلم ليعوضه عن نقص الأصدقاء بين الزملاء من الطلاب . فالطلاب الذين يتباهون بعدم أداء تعيينات الواجبات المنزلية وبعدم الدراسة (الإستذكار) للإختبارات ويحاولون عادة أن يكسبوا استحسان الآخرين من الطلاب . فالطالب الذى يحاول التشويش على الفصل ، ويُبعد المعلم عن المادة ، أو يحتكر مناقشات الفصل وحصص المعمل قد يحاول إجتذاب انتباه واستحسان الطلاب الآخرين من خلال هذه التصرفات بدلًا من أن يكون ذلك من خلال التحصيل العلمى وهناك آخرون من الطلاب يشعرون بضغوط إجتماعية عديدة للإمتياز العلمى لدرجة أنهم يدفعون أنفسهم دفعاً لنيل التقدير والإستحسان من المعلم إلى الحد الذى يمكن به أن تؤثر دراساتهم فى نموهم الإجتماعى والإنفعالى ، وصحتهم العقلية والجسمية فى بعض الحالات . وهناك اعتبارات إجتماعية لها تأثيراً خطيراً فى تعلم الطلاب لبرامج الرياضيات . وبوجه عام فالطالب شديد الانبساط أو شديد الإنطواء فى حصص الرياضيات قد يكون بذلك مستجيبا لضغوط إجتماعية من طلاب آخرين أو من آبائهم فى بعض الحالات .

تشخيص مشكلات القراءة :

على الرغم من أن معظم طلاب المدرسة الثانوية قادرون على قراءة الكلمات الموجودة فى كتبهم المدرسية إلّا أن بعض هؤلاء الطلاب لديهم بالفعل مشكلة فى قراءة الكلمات فى كتب الرياضيات المدرسية . وهناك آخرون عاجزون عن فهم مايقرأون . ويمكنك تحديد مالإذا كانت صعوبة الطالب فى تعلم الرياضيات يمكن أن تعزى ، جزئياً لمشكلات قراءة أم لغيرها وذلك بأن تطلب من الطالب أن يقرأ فقرات من الكتاب المدرسى بصوت مرتفع تشرح المهارات والمفاهيم والأساسيات وأن يفسر كل جملة عند قراءتها عندئذ ستجد أن بعض الطلاب قادرون على قراءة الكلمات بطريقة صحيحة لكنهم لايفهمون ماتعنيه هذه الكلمات . فعند قراءة مسائل وشروح تقريرية ، سواء جهراً أو بطريقة صامتة يُسقط بعض الطلاب كلمات أو عبارات رئيسية أو يضيفون معلومات غير مطبوعة فى القطع التى يقرأونها وأن أفضل طريقة بالنسبة لمعلم لتحديد مالإذا كانت صعوبات طلابه فى الرياضيات ناتجة عن مشكلات القراءة والفهم هى أن يطلب المعلم من طلابه أن يقرأوفقرات من الكتاب المدرسى جهر أو يفسروها سطراً سطراً وبهذا تصبح كثير من مشكلات القراءة والفهم واضحه جليه للمعلم النابه .

تشخيص أوجه القصور التعليمية :

عندما يكون لدى معظم الطلاب فى الفصل مشكلة فى موضوع ما فى الرياضيات قد يكمن السبب فى إستراتيجات التدريس التى يستخدمها المعلم ، وعندما يكون هناك عدد قليل من الطلاب يفشلون فى تعلم موضوع معين ، قد يكون السبب وراء ذلك كافيا فى استراتيجيات التدريس فربما تكون الطرق المستخدمة لتدريس المادة غير ملائمة لأساليب تعلم معينة لبعض الطلاب . وإن سلسلة متوالية من أسئلة الإختبارات وأنشطة التعلم المبنيه بوعى قد تعطى بعض المعلومات بشأن التفاعلات بين سمات تعلم الطالب وطرق التدريس كما أن الاجتماعات الفردية مع الطلاب قد تساعد أيضا فى تشخيص أوجه القصور الخاصة بالتدريس وأن الأسئلة التى يطرحها الطلاب فى الفصل والإجابات الشفوية لأسئلتك كمعلم يمكن أيضا أن تساعد فى تحديد أوجه القصور الخاصة فى طرق التدريس (الخاصة بك كمعلم) وعندما يطلب الطلاب بإستمرار أمثلة أضافية لمفاهيم وأساسيات ربما يكون ذلك لأن شروحك وأمثلتك على درجة عالية جداً من التجريد بالنسبه لهم بحيث لايستطيعون فهمها .

إجراءات (خطوات) حل صعوبات التعلم :

إن معظم الأنظمة المدرسية تستخدم الآن كوادر (هيئة) مدربة تدريباً خاصاً للتعامل مع مشكلات التعلم الأكثر خطورة والتى لايكون معلم الفصل مدربا على التعامل معها وعلى أية حال ينتظر من المعلم أن يشخص معوقات تعلم خطيرة لدى الطلاب وأن يعطى مساعدة خاصة عند الحاجة إليها وأن كثيراً من مشكلات التعلم الأقل خطورة يمكن تشخيصها وحلها عن طريق معلم المدرسة الثانوية .

التعامل مع المشكلات الحسية ومشكلات الكلام :

يمكن للمعلمين أن يساعدوا الطلاب فى مشكلات السمع والرؤية بجعل الطلاب الذين يعانون من هذه الحالات يجلسون بالجزء الأمامى من الفصل (بالقرب من السبورة مثلاً) ويجب على المعلم أن يتحدث بدرجه معقولة وكافية من الصوت ويشجع الطلاب على التحدث بصوت عال وعلى نحو مميز ، حتى يمكن للطلاب الذين يعانون من مشكلات سمع أن يسمعوا مايقال فى الفصل وعندما يجد المعلم أن الطالب لديه مشكلة سمع مزمنة فإنه يجب أن يقوم بإشارة ليجذب انتباه الطالب قبل توجية أسئلة ويجب أن يتحدث مباشرة تجاه الطالب الذى لديه هذه المشكلة كما أن الفصل جيد الإضاءة يمكن أن يساعد الطلاب الذين يعانون من مشكلات بصرية كما يجب ألّا يجلس هؤلاء الطلاب فى أركان مظلمه من حجرة الدراسة ويجب أيضاً أن يتأكد المعلم أن التعليقات التى يكتبها فى (كراسات) الطلاب والمعلومات المكتوبة على السبورة أو على جهاز العرض العلوى كبيرة وواضحة وعند استخدام موارد سمعية – بصرية مايجب أن تكون الأفلام مركزه ويجب أن يكون الصوت مميزاً وعال نسبياً ولكن ليس عاليا جداً بحيث يؤذى سمع الطلاب الذين ليس لديهم مشكلات سمع كما يجب

معالجة المشكلات الثانوية للكلام بصبر وفهم فالطلاب الذين يتلعثمون أو لديهم مشكلة فى تكوين الكلمات يحتاجون إلى وقت إضافى للإجابة على الأسئلة والقيام بالتعليق فى الفصل . وإن محاولة تعجل استجابات هؤلاء الطلاب سوف يزيد من حدة صعوباتهم لاغير . فإذا كان الطالب الذى لديه عيوب فى الكلام يبدو مرتبكا بسبب مشكلتة فقد يكون من الأجدر الا أن يخبره على الإستجابة شفويا فى الفصل .

أما مشكلات الرؤية والسمع الحادة يجب أن تستولى على انتباه المختص الإجتماعى للمدرسة الذى يتصل بآباء الطلاب وفى بعض الأحيان قد يكون المتخصصون فى تعاملهم مع كل مشكلة قادرين على تخفيف الصعوبة أو مساعدة الطالب فى التسامى على مشكلته .

التعويض عن أوجه القصور العقلية :

ربما يكون أفضل نصيحة يمكن أن تعطى لمعلم الرياضيات بشأن معالجتة لطلابه الذى تنقصهم بعض القدرات العقلية المطلوبة فى تعلم الرياضيات هى ألّا توبخ الطلاب على قدراتهم العقلية المحدودة فعلى الرغم من أن المجتمع الحديث قد تعلم كيف يعامل المعوقين جسميا بشفقة ورحمة ، إلّا أن كثيراً من الناس (حتى بعض المعلمين منهم) مازالوا يميلون إلى التعامل مع ذوى القدرات العقلية المحدودة كما لو كانت لهم يد فى بطئهم فى التعلم . فبطيئو التعلم فى الرياضيات يجب أن يعطى لهم وقت إضافى لإتمام تعيينات الواجبات المنزلية كما تجب مساعدتهم فى وضع أهداف التعلم التى سيكونون قادرين على تحقيقهافيما بعد ويجب أن تعطى لهم شروح (أمثلة) محسوسة كثيرة للأفكار الرياضية المجردة فتعيين الواجبات الفردية وأنشطة للفصل ، وأدوات القياس القبلى والبعدى قد تكون ضرورية لمساعدة بطيىء التعلم على بلوغ الحد الأدنى للتمكن من مهارات الرياضيات .

وممكن لمستشارى التوجيه ، والأخصائيين النفسيين والمتخصصين فى الإختبارات أن يساعدوك فى تحديد واستخدام الإختبارات المصممة للتعرف على القدرات العقلية النوعية (الخاصة) وقياسها وذلك بعد أن تكون قد تعرفت على المشكلات العقلية الخاصة للطالب بطىء التعلم وتوجد طريقتان للتعامل مع الموقف إما أن تساعد الطالب على تحسين قدراته الضعيفة وإما تعمل على أن تصميم أنشطة تعليم/ تعلم لتعويض أوجه القصور العقلية أو التغلب عليها لديه وفى معظم الحالات يكون ترابط هاتين الطريقتين هو الأكثر فعالية لمساعدة الطلاب فى التغلب على المشكلات التعليمية . ويمكن إعداد تمارين وأنشطة خاصة فى الرياضيات لمساعدة هؤلاء الطلاب فى تقوية القدرات العقلية المحدودة لديهم فى حين يمكن تصميم أنشطة أخرى حتى يمكن للطلاب استخدام قدراتهم العقلية الأقوى فى تعلم الرياضيات . فعلى سبيل المثال ، الطالب الذى لديه مشكلة فى التعامل مع سمات عديدة لمفهوم رياضى فى وقت واحد يجب إعطاؤه تدريباً فى التعرف على الأبعاد المناسبة (المتصلة) وغير المناسبة (غير المرتبطة) لكثير من مفاهيم الرياضيات المختلفة فالطلاب غير القادرين على التعامل مع تجريدات رياضية يكونون قادرين على تعلم مهارات ومفاهيم وأساسيات الرياضيات بالتعامل مع شروح

(أمثلة) محسوسة لهذه الموضوعات . وهناك بعض الناس الذين لديهم معوقات عقلية خطيرة فمثل هؤلاء الطلاب قد تعين لهم برامج خاصة تدرس لهم بوساطة معلمين معدين أعداداً خاصاً ليساعدهم فى تعلم مهارات أساسية وهناك بعض الطلاب الذين يكونون على درجة عالية من الذكاء فى مواد معينه ، لكنهم لايمتلكون بعض القدرات المنفردة المطلوبة من الرجل الرياضى (المتخصص فى الرياضيات) وقد تكون النتيجة أن هؤلاء الطلاب غير محتاجين لسلسلة كاملة من برامج الرياضيات فى المدرسة الثانوية ولايجب اعطاؤهم إياها فالتمكن من المهارات الحسابية الأساسية قد يكفى لبعض الطلاب التعساء الذين لديهم احباط وغير الناجحين فى برامج الرياضيات ذات المستوى الأعلى .

التغلب على المشكلات الإنفعالية :

إن الطلاب المضطرين إنفعاليا على نحو خطير قد يحتاجون إلى استشارة ومعونة خاصة خارج الفصل ، ومع ذلك فهناك أمور كثيرة يمكن أن يقوم بها المعلمون لمساعدة الطلاب الذين يعانون من مشكلات إنفعالية معتدله حيث أن معظم المشكلات الإنفعالية يسببها الضغط ، ومن هنا يجب علينا أن نحمى الطلاب من الضغط المتزايد . فى الفصل وتتيح لهم أنشطة جذابة ومرضية أما الضغوط والمشكلات المتعلقة بالمدرسة فإنها تزيد فقط من الإضطراب والإنفعال للطلاب وعندما تجد أن طالبا لديه مشكلة إنفعالية فإنه من الأفضل أن تسمح له بأن يتأخر فى تسليم الواجبات المنزلية أو يتم اختباره عندما يكون مستعداً لذلك . ومن هنا فلاينبغى علينا أن نضغط . إن كثيراً من الطلاب القادرين جسمياً ، وانفعالياً ، وعقليا يؤدون أداءًمنخفضا فى حصص الرياضيات لأنهم ليسوا مهتمين بالرياضيات ولايرون قيمة كبيرة فى تعلم الرياضيات وعلى الرغم من أن عديدا من الطلاب قد أصبحوا مقتربين جداً عن المدرسة لدرجة أننا لايمكن أن نفعل إلّا القليل لإثارة دافعيتهم لتعلم الرياضيات ، فإن معظم الطلاب الذين لم تستثار دافعيتهم يمكن مساعدتهم على تذوق الرياضيات وتقييمها كمادة شيقة ومفيدة كما أن كثيراً من موارد التعليم/ التعلم لفصول ومعامل الرياضيات تصمم لزيادة دافعية الطلاب . وبوجه عام ، فإن معظم الطلاب يمكن إستثارة دافعيتهم لتعلم الرياضيات إذا كان معلموهم يهتمون بكل طالب منفرداً ، ويتحمسون للرياضيات ، ويختارون أنشطة مسائل جذابة ليستخدمها الطلاب فى تعلم الرياضيات ويجب أن يظهر المعلمون للطلاب تطبيقات ، شيقة للرياضيات ويجب أن يعطوا طلاب مجموعة متنوعة من نماذج التعليم/ التعلم فى تقديم الدروس كما يجب أن يظهروا نوعا مامن السيطرة على الأنشطة المستخدمة فى تعلم الرياضيات وأيضا المعلمون الذين يتبعون إقتراحات تخطيط درس الرياضيات الموجودة فى الفصل الرابع والذين يستغلون نماذج التعليم/ التعلم (الموجودة فى أن معظم طلابهم لديهم دافعية على نحو إيجابى لتعلم الرياضيات .

الاستجابة للمؤثرات الثقافية على التعلم :

نادراً ماتكون أوجه القصور فى ثقافات معينة هى السبب فى المشكلات المتعلقة بالثقافة فى التعلم بالمدرسة ، فهى عادة ناتجة عن فشل المعلم فى فهم وتقييم ثقافات طلابه فمعلم الرياضيات عليه أن

يقبل حقيقة واقعه هى أن الناس الذين تعكس أساليب حياتهم ثقافات متنوعه لديهم طرق مختلفة للتعبير عن أنفسهم ، ويستخدمون أنماط كلام متعدده (متنوعه) ويسلكون بطريقه غير عادية ، ولديهم اتجاهات وقيم مختلفة . أما محاولات معلمى الرياضيات لفرض قيمهم الثقافية على طلابهم يمكن أن يكون لها آثار سلبية على أتجاه الطلاب نحو تعلم الرياضيات ومن هنا يجب على المعلم أن يحترم الإختلافات الثقافية من الطلاب ويجب أن يستغل هذه الإختلافات فى تدريس الرياضيات على الرغم من أن تحيز المعلم لجماعات ثقافية معينة قد يظل غير محدد أو مقرر يمكن أن يؤدى إلى عدم احترام متبادل بين المعلم وهؤلاء الطلاب مما يجعل الطالب ينمى اتجاهات سلبية نحو تعلم الرياضيات وأفضل طريقه لتجنب خلق مشكلات تعلم نتيجة اختلافات ثقافية أو أختلافات عرقيه هى معاملة كل الطلاب نفس المعاملة ، بمعنى أن تعامل كل طالب بإحترام ، واخلاص وإهتمام .

ولقد طورت مؤسسات حكومية وفيدرالية معينة برامج لمساعدة الطلاب المنتمين لاسر محرومة إقتصادياً واجتماعياً ولمساعدة الطلاب الذين تتدخل اختلافاتهم الثقافية ، مثل اللغة ، فى تعلمهم بالمدرسة فكثير من المدارس التى يأتى طلابها من أسر ذات دخول منخفضة يحق لها أن تحصل على إعانات مالية من أجل تحسين نوعية التعليم لهؤلاء الطلاب . وقد تكون قادرة على الحصول على هذه الإعانات ، من خلال الحى الذى تقع فيه المدرسة ، لشراء موارد التعليم المستخدمة فى برامج الرياضيات لأبنائها من الطلاب .

التعامل مع المشكلات الإجتماعية :

إن الطلاب غير المتآلفين مع التركيب الإجتماعى لفصل الرياضيات قد يكونوا منعزلين وغير مستجيبين فى الفصل ، فى حين أن الطلاب الذين يعملون على جذب الانتباه الخاص من جانب المعلم – فيجب عليك – كمعلم – أن تحاول بالتحدث معهم ، وتوجيه الأسئلة إليهم ، وتشجيعهم على الإستجابة لإجاباتهم وتأكد من اعطاء هؤلاء الطلاب نصيبهم من التشجيع العلنى لهم على الواجبات المنزلية أو أوراق الإمتحانات المكتوبة على نحو جيد . وفى بعض الأحيان قد تكون قادراً على تشجيع الطلاب الذين يتسمون بالخجل الاجتماعى لإكمال مشروعات مثل بناء نماذج رياضية ، وحل مشكلات منطقية أو بناء معينات بصرية يراها الطلاب الآخرون شيقة ، وكثير من هؤلاء الطلاب المتسمين بالهدوء لديهم مواهب واهتمامات وهوايات خاصة قد يريد طلاب آخرون أن يشتركوا فيها فيجب أن تحاول جعلهم يشعرون أن لديهم مكانا بالفعل فى التركيب الإجتماعى للفصل ولكى تبعد الطالب زائد النشاط عن تشويه الأداء المنظم لحصص الرياضيات ، قد يكون من الضرورى أن نتحدث معه بسرية . وفى بعض الأحيان قد تكون قادراً على توجيه طاقات الطالب إلى أنشطة جذب الأنتباه البناءة مثل مشروعات الرياضيات الخاصة التى تجعله ينال استحسان زملائه من الطلاب .

وقد يكون من الضرورى طلب معونه المختص الإجتماعى بالمدرسة للتعامل مع طالب غير متوافق إجتماعيا . مثل هؤلاء الطلاب يحتاجون إلى الفهم والتوجيه وليست الضغوط لجعلهم يتوافقون تلك التى وتصعد مشكلاتهم الإجتماعية .

التعامل مع مشكلات القراءة لدى الطلاب :

يصل الطلاب إلى المدرسة الثانوية أحيانا دون تعلم فى كتبهم وفى بعض الأحيان يكون من المستحسن أيضاً أن تقرأ لطلابك من الكتاب المدرسى وتفسر كل فكرة جديده وتوضحها وانت تقرأ لهم وسوف تجد أنك عندما تطلب من الطلاب أن يقرأوا شروحاً ومسائل لفظية بصوت مرتفع من الكتاب فسوف يساعدهم ذلك على تحديد صعوباتهم الخاصة بقراءة وتفسير كتب الرياضيات ثم اطلب من الطلاب أن يقرأوا الكتب ببطء وأن يتوقفوا ويفكروا فى كل مفهوم أو أساس جديد ، وأن يستخدموا الورقة والقلم لعمل تفاصيل لأمثلة التمارين والبراهين وذلك عن طريق إضافة خطوات جديدة لتوضيح طريقه عرض الكتاب المدرسى . ويجد بعض المعلمين أن القدرة القرائية للطالب يمكن تتحسن وذلك بإعطاء تعيينات واجب تتطلب من الطّالب أن يكتب شرحاً لفكرة رياضية يمكن لطلاب آخرين أن يقرأوها لمساعدتهم فى فهم الفكرة بشكل أفضل .

تصحيح أوجه القصور الخاصة بالتدريس

إن المعلم الذى يقوم فعالية كل درس سوف يجد أوجه قصور فى طرق التدريس التى يتبعها بمجرد ظهورها . وفى هذا الصدد ، فإن التقويم المنظم والمستمر ومراجعة خطط الدروس هو المدخل الأكثر فعالية لتصحيح أوجه القصور هذه . وقد ناقشنا تقويم فعاليه التدريس فى الفصول ٤ ، ٥ ، ٦ وسوف نذكر الكثير من التفاصيل عن ذلك فى الأجزاء القادمة . وعندما يكون الطالب غير قادر على فهم وإتقان موضوع الرياضيات فى الفصل فإنك يجب أن تسأل السؤال الأتى : ماعيوب طرق التدريس التى استخدمها ؟ قبل أن تسأل « ماعيوب طلابى ؟ »

الإنضباط داخل الفصل

هناك اعتبار هام فى تدريس وتعلم الرياضيات وهو تحقق النظام بالنسبة للطلاب داخل حجرة الدراسة وتعتبر مشكلات النظام سبباً رئيسياً لعدم فاعلية كثير من المعلمين الذين يدعون مهنة التدريس لأنهم غير قادرون على تحقيق نظام فى حجرة الدراسة واحدى الاهتمامات الرئيسية للمعلمين عديمى الخبرة هى قدرتهم على تحقيق النظام بالنسبة للطلاب داخل فصولهم وبصفة خاصة فإن الطلاب المعلمين معينين بإمكانية أو احتمالية حدوث مشكلات متعلقة بالنظام . وعلى وجه العموم فإن النظام داخل حجرة الدراسة يشتمل على آداء أنشطة جدية فى حصة دراسية وذلك حتى يمكن للطلاب أن يتعلموا الرياضيات بطريقة فعالة ومؤثرة كما وردت عن هايم صفوت (١٩٧٢) فى كتابة « المعلم والطفل » المقولة التالية لكى يوضح مدخاً جيداً فى تناول مشكلات شديدة متعلقة بالنظام .

(كان هناك معلم على وشك أن يعطى درسة الأول فى مدرسة للأولاد الجانحين . وكان يعتريه) الخوف جداً ذلك لأن النجاح والفشل كانا معلقين على لقائه الأول . وبينما كان المعلم يخطو متأثر نحو مكتبة تعثر ودفع . فانفجر الفصل كله فى ضحك شديد عال . ونهض المعلم ببطء وبعد أن اتتصبت قامته قال هذا أول درس لى اليكم إن الشخص يمكن أن يسقط منكفئا على وجهه وينهض مرة أخرى وسكت الفصل كله ، ثم صفق له ، فقد فهم اتلاميذ الدرس الذى أراده معلمهم .

مدخلات للنظام

إن الأهداف الواجبة التى ينبغى مواجهتها من خلال حجرة دراسة الرياضيات جيدة التنظيم يجب أن تكون واضحة ونسبة التعليم تقل كثيرا فى الفصل الفوضوى والتعلم الذى سيحدث لايكوّن من المحتمل أن يرد إلى أهداف المعلم المعرفية والوجدانية للدرس . فتعلم الرياضيات يتطلب التفاتاً وتركيزاً واشتراكاً من جانب الطالب فى كل درس . فالفصول الشديدة الضوضاء وغير محددة المستويات والغير متنظمة لاتعتبر مواقف جيدة للطلاب تساعدهم على تعلم الرياضيات وهناك أيضاً عدة أهداف مجتمعه يمكن بل يجب أنه تتحقق من خلال فرص النظام فى المدارس ويضيف أوزابل (١٩٦١) أهداف النظام هذه بقوله :

يعتبر النظام ظاهرة عالمية ثقافية تخدم بوجه عام أربع وظائف هامه عند تدريب الصغار أولها . يعتبر ضروريا بالنسبة للتطبيع الاجتماعى أى لتعلم مستويات السلوك المقبولة والمعترف بها فى أى ثقافة وثانيها : يعتبر ضرورياً بالنسبة للنضج السوى الشخصية بمعنى اكتساب خصائص الشخصية الناضجة مثل الاعتماد على النفس ، والتحكم الذاتى ، والاصرار ، والقدرة على تحمل الاحباط ، وهذه الجوانب من النضج لاتحدث تلقائياً ولكن كإستجابة لحاجات وتوقعات اجتماعية مستمرة ثالثها : يعتبر ضروريا لاستدخال مستويات والتزامات اخلاقية تتيح الفرصة لنمو الضمير ومن الواضح أن المستويات لايمكن أن تستدخل إن لم تكن توجد فى شكل خارجى أيضاً حتى بعد ما تستدخل بشكل فعال فإن الخبرة الثقافية العالمية تفترض أن الظروف الخارجية لازالت مطلوبة من أجل الاستقرار للنظام الاجتماعى وأخيراً فالنظام يعتبر ضرورياً للأمن الانفعالى للأطفال فبدون التوجيه الذى توفره عناصر تحكم خارجى غامضة فإن الصغار يغلب عليهم الشعور بأنهم مترددين وخائفين فالعبء الملقى على قدرتهم المحدودة على التحكم الذاتى كبير جداً وهناك مدخلان متميزان لتناول النظام احداهما مدرسة فكرية يمثلها بها يم جينوت (١٩٧٢) ننادى بالتجنب الكامل للعقاب عند التعامل مع مشكلات النظام قال حنبوت إن أصل النظام هو إيجاد بدائل فعالة للعقاب فعندما تعاقب طفلا فإن ذلك يعنى اثارته واغضابه وجعله غير قابل للتعلم . فيصبح اسيرا للعداء ودافعاً للحقد وسجيناً للضغينة وتحت ظروف التشبع بالغضب فريسة الامتلاء بالحقد والضغينه لايوجد هناك وقت أو عقل للدراسة .

وثانيها يمثلة ديفيد أوزابل (١٩٦١) بأن الأشكال السلبية للنظام تعتبر ضرورية فى تعليم الاطفال . فيقول « طبقاً لمقولة مقبول بشكل كبير فإن الأشكال » الموجبة فقط للنظام تعتبر بناءة وديمقراطية . ومن المؤكد أن الاطفال يجب أن يوجهوا بالمكافأة والاستحسان وأن التوبيخ والعقاب يعتبران من الأمور السلطوية التى تؤدى للضغط وتعبيرات انعكاسية لعداء الكبار . التى تترك مخاوف انفعالية دائمة على شخصياتهم ومايختار هؤلاء المنظرون ليتجاهلوه هو حقيقة ومن المحتمل أن يتعلم الأطفال ماهو غير مقبول وذلك ببساطة عن طريق التعميم بشكل عكسى من التقبل الذى يتلقونه عن السلوك المقبول وعن طريق المكافأة على الأمانة والسلوكيات الحسنة فقط لايمكن لأحد أن يعلم الأطفال على سبيل المثال أن عدم الأمانة والوقاحة يعتبران من الخصائص غير المقبولة اجتماعياً حتى الكبار من الواضح أنهم غير قادرين على تعلم واحترام حدود السلوك المقبول إن لم يتضح أن التمييز من ماهو غير مقبول وماهو مقبول قد تفرز بالعقاب وأيضاً بالثواب وبالإضافة الى ذلك هناك سبباً وجيهاً للاعتقاد بأن التسليم بالتصرف الخاطىء وقبول العقاب تعتبر جزءاً من تعلم المسئولية الأخلاقية ونحو ضمير حى وهناك القليل جيداً من الأطفال الذين يعتبرون ضعافاً جداً حد أنهم لايستطيعون تقبل التوبيخ والعقاب الواجب صــ ٢٨ - ٢٩ وفى تعليم وتعلم رياضيات المدرسة الثانوية وجرت أن العزيز اكثر للسلوكيات المرغوبة يعتبر طريقة أفضل لتحقيق النظام من العقاب على السلوك غير المناسب ومع ذلك فهناك أمثلة كثيرة فى المدارس حيث يكون من الضرورى فرض العقاب على الطلاب الذين يعوقون التدريس والتعلم باستمرار فى حجرة الدراسة .

ومن سوء الحظ أن أوزابل يبدو على حق فى ملاحظته أن بعض الناس غير قادرين بشكل واضح على تعلم واحترام حدود السلوك المقبول إن لم يتعزز التمييز بين ماهو غير مقبول وماهو مقبول عن طريق العقاب والثواب أيضاً أثناء التعامل مع فصل للرياضيات هناك نوعان من المواقف يمكن أن يؤدى إلى مشكلات نظام . فقد تصبح التلميذ أما مشتركاً فى سلوكيات غير مرغوبة أوقد يمتنع عن الاشتراك فى أنشطة مرغوبة أوقد يمنع عن الاشتراك فى أنشطة مرغوبة . وفى كلا الحالين هناك ضرورة للاستجابة من المعلم ففى الموقف الأول فإن وظيفة المعلم هو أن تجعل الطالب يكف عما يفعله ، وفى الموقف الثانى يحتاج المعلم إلى أن يشغل الطالب فى عمل شىء مالايكون الطالب فاعلا له حينئذ . وقد حدد الباحثون التربويين ستة عوامل لإستجابة المعلم وهو الوضوح ، والحزم ، والخشونة ، والخبرة ، والتركيز ، ومعاملة الطالب كقدوة .

الوضوح :يشير إلى كم المعلومات التى يعطيها المعلم فى استجابته فيجب على المعلم أن يكون حريصاً عند اعطاء تعليمات تتعلق بالكف أو الاشغال مباشرة للطالب أو لمجموعة من الطلاب كما يجب أن يفعل بالضبط فإحدى التعليمات مثل « سوزان » يمكن أن تكفى عن التحدث إلى هيرب وابدئى العمل فى واجباتك وهذا عادة مايكون اكثر فعالية من أن تقول « حسن كل منكم يبدأ عمله » .

الحزم : هو درجة التحديد والأمر به التى يتخذها المعلم عند معالجته لمشكلة سلوكية إن أتجاه المعلم وتعبيرات وجه ونغمة صوته تشير إلى هل يعنى المعلم حقيقة مايأمر به الطلاب أم لا وهناك بعض المعلمين عند محاولتهم تهدئه فصل ملىء بالضوضاء بضع دقائق دون تأثير ملحوظ على درجة الضوضاء ومع ذلك فإن عبارة مباشرة مثل « لأرى إن لم تلتفت وتبدأ فى العمل فى واجبك بمفردك فسوف توقع نفسك فى متاعب » سوف تجعل لارى عادة يهدأ على الأقل مؤقتاً .

الخشونة : تشير إلى درجة الغضب والاحباط والسخط التى تحدث للمعلم أثناء الأمر بالكف أو الاشغال . إن تغيير الوجه الحاد والصوت الغاضب والتهديد أو العقاب الفعلى تعتبر أمثلة لأنواع مختلفة ودرجات للخشونة إن درجة الخشونة المستخدمة فى تأنيب طالب يجب أن تعتمد على مستوى حساسية الطالب ومدى خطورة الفعل المستهجن وطبيعة الاستجابة المتوقعة من الطالب .

الحدة : هى مستوى جذب الانتباه لعمل المعلم وقدرته على السيطرة على الفصل فإذا لم يكن من الممكن تمييز المعلم للضوضاء العادية فى الفصل فإن حدة الأمر تكون ضعيفة اما اذا حذبت استجابة المعلم انتباه الفصل كلية فإنها تكون ذات حدة شديدة . إن الاستجابات المنخفضة فى حدتها والتى سوف لاتتعلق طلاباً آخرين تعتبر مناسبة تماماً لتحقيق النظام بالنسبة لطالب واحد يكون قد أرتكب عيباً بسيطاً وكذا الإستجابات عالية الحدة تعتبر أكثر فعالية عند التعامل مع مشكلات نظام أكثر خطورة متضمنة عدداً كبيراً من الفصل .

التركيز : يشير إلى ما يركز علية المعلم فى تكليفة بعمل الكف أو الأشغال فهل يركز المعلم على تصرف أو عمل يجب أن يوقف أو نشاط يجب أن يبدأ ؟ هل يوجه المعلم الاهتمام إلى الموقف المتأتى من اخطاء الطالب السلوكية أو هل يركز على سمات الطالب الشخصية وينادى جيبوت (١٩٧٢) بالتركيز على آثار مشكلتة نظامية بدلًا من التركيز على شخصيته المخطىء فعلى سبيل المثال عندما يتحدث تلميذ بإستمرار فى الفصل ويشوش على درسك أو على أنشطة التلاميذ الآخرين فمن الأفضل أن تقول « بول » من فضلك أهدأ أفأنت تشتت انتباهى وتتدخل فى محاولات الآخرين لفهم هذه الفكرة « بدلًا من أن تقول » أخرج يابول فأنت عل الصوت متهتر إن الاستجابة الأولى تركز على تأثيرات غير مرغوبة لسلوك بول بينما تركز الاستجابة الاخيرة على شخصية بول والتى يمكن فقط أن تسبب نفور وتعزز من كراهية بول للرياضيات .

معاملة الطالب : تشير إلى كيف يتم تعويد الطالب على النظام من جانب المعلم هل تعامل المدرس مع الطفل كصديق عند عمل خطأ وعند تعويد الطلاب عمل صائب كقدوه عندما يكون مصدراً لكثير من المتاعب ؟

التعامل معهم كجانحين أو كمصدر متاعب غير قابلين للتقويم وكما ترى فإن هذه المتغيرات الست فى استجابات المعلمين لمشكلات النظام متداخلة فالوضوح والحزم والخشونة والحدة والتركيز

ومعاملة الطالب المتضمنة فى استجابة معلم فالواقعة سلوكية سيئة سوف تعتمد على مدى خطورة المشكلة النظامية .

أسباب مشكلات النظام

إن الموضوع السابق فى هذا الفصل يتناول تشخيص صعوبات تعلم الطلاب ، وأى من المشكلات الثمانية المتعلقة بالتعلم التى توقشت هناك والتى يمكن أن تكون سبباً لمشكلة نظام . كما أن العوائق الحسية للطالب كالقصور العقلى والمشكلات الإنفعالية ، ونقص الدافعية ، والعيوب الثقافية والمشكلات الاجتماعية يمكن أن تتدخل فى تعلمه للرياضيات . إن الطلاب الذين لديهم مشكلات فى التعلم يعتبرون عرضة لمشكلات نظام وأن الطالب الذى يحبط لأنه غير قادر على التعلم فى المدرسة قد يثور على النظام التعليمى وذلك بأن ينغمس فى سلوك غير مقبول مثل ازعاج الفصل وسب المعلمين وكسر المقاعد واتلاف ممتلكات المدرسة .

إن التهديدات من قبل المعلم أو تصديه للطلاب قد تثير ذاتيتهم الأمر الذى يؤدى إلى ردود فعل دفاعية تؤدى إلى كراهية وثورة على المعلم . وعندما يتهم طالب من قبل المعلم أمام طلاب آخرين ، فإنه يجب أن يثأر لنفسه بأن يكسب الجولة مع المعلم من أجل أن يحقق ذاته فى الفصل .

واذا لم يضع المعلم قواعد متسقة ومستويات للسلوك ويفرضها بحزم ، فقد يرد الطلاب بمحاولة اختبار مدى تحمل المعلم للسلوكيات السيئة بإستمرار واذا فشل المعلم فى أن يستخدم تقويم واجراءات قياس عادلة وجيدة فإن الفصل كله قد « يثور » ضده وبالرغم من أن الطلاب أحيانا ما يتقدمون بلا عقلانية وعدم أتساق وعدم صلاحية فإنهم يتوقعون إن المعلمين يكونون منضبطين ومتسقين وعادلين فى كل الأوقات فى تعاملهم معهم وعندما لايتم التعامل فى الحال مع مشكلات النظام الصغيرة وعدم الالتزام بالقواعد فإنها قد تكبر وتصل إلى مشكلات سلوكية خطيرة يكون من الصعب اصلاحها . وأيضاً ينظر إلى المعلم على أنه قدوة فى السلوك والمستويات التى لايتوقع أن يجدها الطلاب من الأنشطة التى ينغمس فيها المعلم أو فعل أشياء لايفعلها . كما يجب على المعلم الا يحاول أن بفرض نظاماً فى الزى أو مستويات السلوك على الطلاب إن لم يلتزم هو بنفس المستويات فإن مدخل أفعل ماأقول لا لا أفعل . لسلوك الطالب ليس طريقاً مؤثراً للتعامل مع مشكلات النظام .

ولكى تكون العقوبات مؤثرة لتنحية السلوكيات الغير مرغوبة فإنها يجب أن تكون متناسقة مع السلوك السىء . واذا مازاد المعلم وقسا فى عقوبته على خطأ بسيط فقد ينفس الطالب عن غضبه واحباطه من خلال سلوكه بخروجه عن القواعد بطريقة أكثر خطورة . وبنفس المبدأ فإن المعلمين الذين يضعون اما مستويات أكاديمية أو سلوكية تكون أعلى بكثير على طلابهم إلى حد أنهم لايستطيعون تحقيقها فإنهم قد يسببون غضبا أو احباطاً لدى الطلاب الأمر الذى يؤدى إلى مشكلات نظام « إن الفصول الموجهة توجيها فاشلا » هى عادة فصول تعانى من مشكلات نظام . ويجب

التأكد من التفرقة بين الطلاب الذين يكونون مجرد مشاغبين بهدف جذب الانتباه هؤلاء الطلاب القليلون صناع المتاعب الخطر من أن الطالب المشاغب يمكن التعامل معه بلطف وبالمزاح ومع ذلك فإن الطالب الذى عنده مشكلة سلوكية خطيرة قد يحتاج مساعدة مهنية قد تكون اكبر من قدرتك كمعلم للرياضيات وهناك بعض مشكلات النظام التى تنشأ عن طريق التدريس الضعيف والمعلمين غير ذوى اليقظة الكافية ومع ذلك فإن مشكلات نظام تنتج عن مشكلات شخصية وخصائص طلاب تكون أكبر من التحكم المباشر للمعلم . إن أسباب معظم مشكلات النظام عادة ماتوجد فيما بين هذين النقيضين . فكل الطلاب يعتبرون فى واقع الامر جيدون ولكنهم يتصرفون تصرفاً غير سليم لأن لديهم معلمين سيئين وعندما تحدث مشكلة نظام يكون التلميذ دائماً على خطأ .

منع مشكلات النظام

يواجه كل المعلمين مشكلات نظام من حين لآخر فى فصولهم وهناك عدد من الاساليب التى يمكن أن تستخدم للإقلال من حدة هذه المشكلات لأدنى حد ممكن فاللقاء الأول لفصل جديد يعتبر أفضل وقت لتأسيس نمط السلوك الذى تتوقعه من الطلاب فى فصلك وذلك لأن هناك الكثير من الأنشطة الغير تعليمية التى ينبغى القيام بها فى اليوم الأول من الدراسة فإن بعض المعلمين لايحاولون تدريس الرياضيات . فهم يقضون اليوم الأول للفصل فى استعراض للكتب الدراسية وجمع المعلومات عن الطلاب ، وتنظيم الفصل وملء السجلات بينما لايكون هناك الكثير للطلاب يمكنهم القيام به . وحينئذ فالمراهقون الممتلئون بالطاقة ، الذين يجلسون فى جماعة كبيرة فى فصل صغير لمدة ٤٥ دقيقة يصبحون قلقين وذلك مما يدفعهم للبحث عن طريق لشغل وقت فراغهم وهم سوف يتحدثون بعضهم مع البعض ، ويتصارعون فى الفصل ، ويخلقون قلاقل صغيرة يحاولون أن يضايقوا المعلم بها ويتحركون عبر حجرة الدراسة خارجين منها وداخلين اليها ومع أنه ليس فى هذه الأنشطة مايؤدى إلى مشكلات نظام خطيرة فإن الطلاب كجماعة يميلون إلى تأسيس نوع من النظام ليس بالضرورى هو ماتريده أنت فى فصلك .

ومن الأفضل كثير أن تقضى أول لقاء فى تدريس الرياضيات بتقديم أفكار رياضية جديدة وجعل الطلاب يناقشون الرياضيات ويتدربون على بعض التمارين الرياضية وهم فى أماكنهم أو على السبورة . واذا أعددت ودرست أول درس فى كل مقرر لكى تجعل كل طالب مشغول فى عمل وحل التمارين الرياضية فإنك تكون قد أسست فصلك كمكان حيث يتوقع لكل من فيه أن يعمل ويجد ويستجيب لتعلم الرياضيات . وأيضاً من المناسب أن تعين واجباً دراسياً يجب أن يمهد للقاء التالى واذا ملت إلى تدريس الرياضيات فى أول يوم للدراسة فإن الطلاب سوف يعلمون أنك ستكون جيد الاعداد لكل فصل ولك حصة وإن فضلك يعتبر مكاناً يتوقع أن تحدث فيه أنشطة تعليمية جادة ومن الأفضل أن تكون الأسابيع الأولى حازمة ومليئة بالعمل عند كل مقرر جديد فى الرياضيات . وذلك لكى تجعل الطلاب كلهم مندمجين بشكل فعال فى تعلم الرياضيات وبذلك سوف يجدون احساساً بالأهمية

تفرضه أنت على تدريس وتعلم الرياضيات وذلك لاتحاول أن تصادق طلابك أثناء اللقاءات القليلة الأولى وذلك بأن تظهر لهم وأنك شخص « مرح » وأن فصلك مكان « للهو » أو « للراحة » وخلال الاسبوع الأول من الدراسة يجب أن تكتسب احترام طلابك لأنك مدرس رياضيات كفؤ وأنك بهذا سوف تكتسب اعجابهم وصداقتهم فيما بعد . وأحيانا مايظن بعض المعلمين الذين لاجدة لهم أنهم يمكنهم « أن يكسبوا الطلاب » بأن يروحوا عنهم بالفكاهات ويلعبوا بعض الألعاب المسلية ويسمحوا لهم بأن يفرضوا - مستويات من السلوك مخالفة داخل الفصل . وهكذا فإن مدخل « دعه يعمل » فى التدريس عادة مايؤدى إلى فصل غير منظم ومشكلات سلوك للطلبة ومستوى أدنى من التعليم . وإن حدث وسمحت للطلاب أن يؤسسوا أى يحدث لهم تعلماً ضعيفاً وانماطاً سلوكية معينة فإن كثيرا من الوقت والجهد يكون مطلوبا لازالة هذه الانماط غير المناسبة واحلال الانماط المنظمة للسلوك محلها .

وهناك مسائل ادارية روتينية يجب تناولها فى الحصص الدراسية فيها أن نتناول مسائل الإبداع وأنشطة جمع المعلومات وحفظ السجلات بسرعة وبفاعلية حتى يدرك الطلاب أنك لاتعتبر مثل هذا العمل أقل أهمية من قضايا الرياضيات . وفى بعض الفصول يبدو من سوء الحظ أن المسائل الاجرائية تأخذ أفضلية على المسائل الاكاديمية وأن تعليم وتعلم الرياضيات يجب أن يضغط فيما يتبقى من زمن بعد مايوجد الاهتمام إلى مسائل أقل أهمية .

وكمعلم فأنت لست بالضرورة أفضل من طلابك ومع ذلك فإن دورك يختلف عن أدوار طلابك . إنهم يتوقعون منك أن تكون قائد لهم حتى تكون بمثابة القدوة وإن تضع مستويات للسلوك الطلابى فأنت لست مجرد فرد من المجموعة فى الفصل وأنت يجب ألا تحاول أن تتبوأ هذا الدور ولكى تجعل الطلاب يتجهون اليك للاستشارة والمساعدة فى تعلم الرياضيات وطلباً لمستويات السلوك عليك إن تتقبل موقع السلطة وتكتسب احترام طلابك . وإن كنت لست فى حاجة إلى ذلك وينبغى ألا تصبح دكتاتورا غير مرن تتصرف كما لو كنت تعتبر نفسك معصوماً من الخطأ . إن لمسة مرح والاستعداد للتوفيق عندما يكون التوفيق لايعطل النظام تعتبر سمات أو خصائص ضرورية للمعلمين الذين يجب أن يحققوا فصلا منظما وبيئة تعليمية فعالة ويجب أيضاً أن تكون على ألفة وبشكل دقيق بكل قواعد ومستويات سلوك المعلم والتلميذ التى توضع من قبل مجلس التربية والادارة فى نظامك المدرسى إن معظم المدارس بها نشرة مطبوعة تنص على حقوق وواجبات الطلاب كما أن هناك نشرة أخرى تتضمن حقوق ومسئوليات المعلمين . وإذا كان المعلمون فى مدرستك يمثلون لهيئة معينة (كاتحاد المعلمين) فى التعامل بشكل جماعى مع مجلس وإدارة المدرسة فإن كثيراً من التنظيمات المتحكمة فى سلوك المعلمين يمكن أن تتضمن فى شكل عقد بين مجلس المدرسة وتنظيم المعلمين واذا كانت الكثير من مشكلات النظام تحدث من الطلاب من غير خطأ من المعلمين فإن هناك مشكلات أخرى يمكن أن تمنع اذا ما اتبع المعلمون قواعد قليلة بسيطة للسلوك فى التعامل مع الطلاب .

إن القائمة التالية من « افعل « « ولاتفعل » يمكن أن تستخدم من قبل المعلم الذى يريد مؤشرات لمنع مشكلات النظام فى فصلة .

١ – كن مستعدا جيدا لكل من فصولك	١ – لا تحاول أن تضيع الوقت فى فصلك بتكليف الطلاب مهام غير مفيدة
٢ – استخدم أنشطة تدريسية وتعليمية تدور حول الطالب	٢ – لاتضيع قواعد إصطلاحية وغير مفيدة لتظهر سلطتك أو لتعاقب الطلاب
٣ – ضع قواعد عادلة ومعقولة وافرضها على طلابك	٣ – لاتعاقب الطالب المخطىء على مشاجرة فى الفصل.
٤ – اشرك الطلاب فى قواعدك واشرح السبب وراء كل منها	٤ – لاتعاقب الفصل كله بسبب سوء تصرف للبعض .
٥ – اشرك الطلاب فى وضع قواعد السلوك فى الفصل	٥ – لاتكن قاسياً وغير مرن فى وضع النظام
٦ – كن على استعداد للتوافق	٦ – لاتكن حقودا وتكن الضغائن
٧ – استخدم تنوعا من الانشطة التدريسية والتعليمية فى فصلك	٧ – لاتحاول أن تتساهل مع الطلاب عند أشياء لك بأشياء قالوها أو فعلوها لك
٨ – اعط الطلاب فرصا للتحدث والتحرك والتعبير عن أنفسهم فى الفصل	٨ – لاتفقد صبرك أو تحكمك فى نفسك
٩ – انشغل بسلوك مهنى راقى المستوى فى كل الأوقات	٩ – لاتستخدم عقوبات بدنية (كثير من المدارس تمنعها والآباء يعترضون عليها)
١٠ – تعلم اسماء طلابك بسرعة وخاطب كل منهم بإسمه	١٠ – لاتبالغها فى الجدية لدرجة الخطأ
١١ – اهتم بإخلاص بأنشطة الطلاب خارج المدرسة .	١١ – لاتنتظر من الناظر أو الموجه أن يتعامل مع مشكلاتك النظامية
١٢ – اشترك فى أنشطة إضافية للمنهج تتعلق بالطالب	١٢ – لاتهدد بما لاتستطيع
١٣ – استخدم تعزيزا مخلصاً وإيجابى	١٣ – لاتسخر من الطلاب
١٤ – اصبر على الطلاب عندما يخطئون من حين لآخر	١٤ – لاتوقعهم فى الحيرة
١٥ – استخدم التعزيزات الايجابية المنوعة	١٥ – لاتعط عقوبات يعتبرونها ثواب
١٦ – كن متسقاً فى معاملتك للطلاب	١٦ – لاتتورط فى مجادلات مع الطلاب
١٧ – نذكر أن المراهقين ممتلئون بالطاقةويمكن أن يكونوا متحمسين أحيانا	١٧ – لاتعطى عقوبة تكون غير مناسبة لسلوك شيء
١٨ – أخبر أولياء أمور الطلاب عن نجاح أبنائهم	١٨ – لاتبحث عن المتاعب

١٩ - أسس روتينات وقواعد للسلوك فى بداية كل مقرر	١٩ - لاتستخدم الاختبارات والواجبات كعقاب
٢٠ - اعط اهتماما فردياً لكل طالب	٢٠ - لاتكن ودودا مع الطلاب بشكل اكثر من اللازم
٢١ - اعترف بأخطائك	٢١ - لاتصطنع من الطلاب مجموعة مدللة
٢٢ - تأكد من أن كل تلميذ لديه معيار للنجاح والمكانة فى فصلك	٢٢ - لاتصرخ فى الطلاب
٢٣ - حاول أن تضفى لمسة مرح على طلابك وكن قادرا على الضحك	٢٣ - لاتتوقع دائما أن الطلاب سيكونون هادئين أثناء دراسة وتعلم الرياضيات
٢٤ - تلمس احترام وتعاون طلابك	٢٤ - لاتسمح لنفسك بالارهاق والضيق
٢٥ - اجعل مزاجك رهن تحكمك	٢٥ - لاتستخدم التهديد كأسلوب وحيد للسيطرة على الطلاب .
٢٦ - افرض تنظيمات المدرسة	٢٦ - لاتوقع العقاب وأنت غضبان
٢٧ - عامل الطلاب برقة واحترام	٢٧ - لاتتوقع أن يعاملك الطلاب بإحترام إن لم تحترم مشاعرهم

كيف تتعامل مع مشكلات النظام

بالرغم من أنك تبذل قصادى جهدك لتمنع مشكلات النظام فإن بعض الطلاب سوف يسيئون التصرف من حين لاخر ويخالفون السلوك المنظم فى فصول الرياضيات التى تعمل بها ويمكن استغلال اجراءات بسيطة عادة فى التعامل مع مشكلات نظام صغيرة . ومهما كانت المشكلات خطيرة فإنها قد تتطلب أشكالا درامية للعقاب أو الاصلاح وفى مقالة لهنرى ماتشليد (١٩٦٤) فى دورية التعليم الثانوى يقدم طرقاً للتعامل مع مشكلات النظام التى جمعها من مصادر عديدة وقد حدد الأنواع التالية من الاجراءات التصحيحية :

التحكم البسيط ، مؤتمرات فردية مع الطلاب ، التعاون والتنسيق بين المدرسة والبيت ، التعويض والاصلاح ، فقدان الميزة ، المكافآت والمنح ، الحجز بعد المدرسة ، الطرد من الفصل والانعزال ، العقاب الجماعى ، المهام الاضافية ، الاعتذارات المفروضة ، الإقلال من التقديرات ، العقاب البدنى ، والحرمان المؤقت من المدرسة وأخيراً الطرد من المدرسة .

التحكم البسيط : يشمل إجراءات مثل النظر مباشرة إلى الطالب الذى يسىء التصرف ، (العبوس) وتكشيرة عدم الموافقة ، توجيه سؤال للطالب ، تأنيب رقيق ، قدر من الصمت ، الوقوف بجانب الطالب ، نقل الطالب من مكانة فى الفصل الإقلال شغل الطالب فى نشاط آخر . وتعتبر إجراءات التحكم البسيط مفيدة فى التعامل مع مشكلات صغيرة لأنها لاتضايق الطالب المسىء

ولاتقطع أنشطة المعلم والطلاب بشكل واضح ومع ذلك فإن فاعلية اجراءات التحكم البسيط تعتمد على شخصية المعلم والطالب المسيء وقد يكون لها تأثير دائم على السلوك المعنى وقد لايكون لها تأثير عاجل على محاولات ومخالفة القواعد والنظام الأكثر خطورة بالنسبة لسلوك الفصل .

المؤتمرات الفردية مع الطلاب : تعتبر جلسات خاصة بين الطالب الذى يسيء التصرف والمعلم وهذه الطريقة فى تناول مشكلات النظام عادة ماتكون ذات فعالية وذلك أن الطالب لايجد عادة بقية الطلاب موجودين فى الفصل لكى يساندوا سلوكه الغير مرغوب فيه . إن المناقشة الخاصة المفتوحة بجدية بين المعلم والطالب تعتبر أفضل مدخل للتعامل مع مشكلة نظامية صغيرة مستمرة أو اساءة تصرف اكثر خطورة من حين لآخر فيكون لدى المعلم الوقت بين حدوث المشكلة والمناقشة مع الطالب لكى يفكر فى طرق بديلة للتعامل مع الطالب ولكى يسيطر على الأعصاب المفقودة فى الوقت الذى يكون فيه الطالب أيضاً قادراً على مناقشة المشكلة بدون أن يظهر سلوكاً غير مرغوب فيه أو يثيره بشكل معين أمام بقية الطلاب لكى يحافظ على مكانته فى الفصل والمؤتمر الخاص قد يبرز أيضاً أسباب مشكلات الطالب النظامية بينما التصرف على الملأ فى مشكلة قد يعالج فقط الاعراض ولكن لايصل إلى الأسباب بالحل .

التعاون والتنسيق بين المدرسة والبيت : فى تناول مشكلات نظام أكثر خطورة قد يوفر للمعلم وأولياء الأمور معلومات جديدة عن المشكلة وكذلك فإن الجهود التعاونية بين المعلم وولى الأمر يمكن أن تكون أكثر فعالية فى حل المشكلة ومع ذلك لابد أن يكون أولياء الأمور مستعدين لقبول حقيقة أن إبنهم أو ابنتهم يسيء التصرف فى المدرسة ولابد أن يعاونوا المعلم فى محاولاته للتعامل مع الطالب وهناك بعض الطلاب الذين يكونون ماهرين تماما فى اقناع والديهم أن مشكلة النظام لاتوجد أصلا وأن المعلم فقط « متربص » بالطالب وهناك قليل من أولياء الأمور يشعرون أيضاً أن سلوك أطفالهم فى المدرسة هو مسئولية المعلمين ويرفضون أن يتعاونوا مع المعلمين فى تناول مشكلات النظام . وإن لم تكن المشكلة خطيرة إلى حد كبير أو أن لم تكن أنت كمعلم على صلة جيدة بأولياء الأمور فمن الأفضل أن تتعامل مع مشكلات النظام بدون أن تشرك أولياء الأمور معك.

وإن أرسلت خطابات اليهم عن مشكلات أطفالهم فى المدرسة فيجب أيضاً أن تهتم بإرسال خطابات بمدى نجاح الاطفال إلى أولياء الأمور . إن الخطابات الشخصية يمكن أن تبعد فكرة أن المعلم دائماً ضدى وبعض المعلمين يتعاملون مع مشكلات النظام الخطيرة إلى حد ما بإرسال خطاب شخصى موجه للطالب فى المنزل . عندئذ فإن دهشة وخوف الطالب من اشراك والدية فى النزاع أو المشكلة قد يؤدى إلى حل سريع للمشكلة وسوف تجد أنك يمكن أن تكسب احترام وامتنان ومساعدة معظم الطلاب لو كنت تتعامل مع مشكلات السلوك بشكل خاص (أى شخصى) وتعلن نجاح كل طالب على الطلبة الآخرين والوالدين .

التعويض والاصلاح : تعتبر طرق عادلة وفعالة لمعاقبة الطلاب على اتلاف ممتلكات الآخرين ولتعويض المعتدى عليه عما وقع عليه من عدوان فعندما يتعين على طالب أن يصلح الخسائر التى نتجت عن تصرفاته فإن هذا الطالب يتعلم أن يربط الأفعال غير السليمة بالعقاب العادل غير المتميز وغير الانفعالى ومع ذلك فإن التأثيرات طويلة المدى للتعويض والاصلاح على سلوك الطالب تعتبر أكثر ايجابية اذا كان الطالب مخلصاً فى التعويض عن افعاله . إن التعويض المغرض قد يؤدى إلى كراهية أو نفور وتصميماً على الحصول على القول . وأيضا فى بعض المواقف قد يكون الطالب غير قادر على تعويض الخسائر التى حدثت نتيجة أفعالة .

فقدان التميز : وهذا النوع من العقاب مألوف لدى معظم الطلاب لأنه يستخدم فى المنزل على يد أولياء الأمور ويجب أن يتأكد المعلم إن « الميزه » التى ستفقد ترى فعلًا كميزه من جانب الطالب ، فعدم السماح بالذهاب إلى معمل الرياضيات لمدة أسبوع قد يكون ذا تأثير قليل بالنسبة لطلاب معينون وكذلك قد يكون الحرمان من مميزات المكتبة غير هام لطلاب آخرين وأن أيضاً من المناسب تحاشى استبعاد المميزات التى يمكن أن تتدخل فى قدرة الطالب على تعلم الرياضيات . ومثل هذا العمل يمكن أن يكون غير منتج .

المكافآت والجوائز : تعتبر طرقاً مؤثرة لمنع مشكلات النظام لأنها تدعم الاتجاهات الايجابية فى الطلاب إن المكافآت مثل المدح والاعتراف الخاص بالتفوق والسلوك الحسنة يجب أن تكون مخلصة ويجب أن تمنح فقط للطلاب الذين اكتسبوها ومع ذلك فإن الطلاب الذين لايتلقون مكافآت قد تنمو لديهم اتجاهات سالبة يمكن بالفعل أن نزيد من مشكلات النظام . وبما أن كل الطلاب لديهم مجالات قوة فلابد أن تهتم بمكافأة أنشطة عديدة وذلك حتى يستفيد كل طالب من حين لآخر من نظام مكافآتك وجوائزك . وهنا لابد من اضافة تحذير : وهو أن بعض الطلاب قد يصبحون من مدفوعين لتعلم الرياضات من أجل الحصول على جائزة لاغير وقد لاتكون هناك الفوائد الداخلية للتعلم من أجل المعرفة والاشباع الذاتى .

الحجز بعد الدراسة : يستخدم هذا الأسلوب لمعاقبة الطلاب على المخالفة المتكررة للقواعد أو على إساءة تصرف أكثر خطورة ومن الأفضل عادة ربط الحجز بمؤتمر المدرس/ الطالب حتى يمكن مناقشة مشكلة النظام أثناء الحجز فعندما يجبر الطلاب على البقاء بعد الدراسة لعمل تمارين فى الرياضيات فقد يكونون رأيا فى تعلم الرياضيات على أنه لون أو نوع من العقاب . وإبقاء الطلاب بعد الدراسة قد يتدخل أيضاً فى أعمالهم (Pant- time- gols) أو فى الأنشطة التى خططها آباؤهم .

وفى معظم الحالات فإن الاباء الذين يتوقعون عودة أولادهم من الدراسة يجب أن يخطروا عندما يحجز طفل بعد الدراسة ومن سوء الحظ أن حقيقة البقاء بعد الدارسة لمدة نصف ساعة أضافية تعتبر نوعاً من العقاب بعد انعكاسا سيئاً لنظرتنا واحترامنا لنظامنا التعليمى فمن الناحية المثالية فإن الوقت الاضافى فى المدرسة لابد أن يكون ميزة لاعقابا .

الطرد من المدرسة أو العزل : له تأثير التخلص مؤقتاً من مصدر المتاعب حتى لايشوش بعد ذلك على عملية التعليم والتعلم فى الفصل . وفى بعض المواقف فإن الطرد من الفصل قد يكون الطريقة الوحيدة العاجلة للتعامل مع طالب مزعج . ومع ذلك فإن طرد طالب من الفصل قد يعطيه تعاطف أو أهتمام الاقران المطلوب . وسوف يتدخل فى تعليم الطلاب للرياضيات وقد يجتذب العقاب واهتمام الناظر ونظرته إلى المعلم على أنه غير قادر على التحكم فى الطالب داخل الفصل .

وفى بعض الحالات فإن المعلم الذى يطرد طالباً من الفصل قد يشترك فى المسئولية عن تصرفات الطالب خارج الفصل مثل أتلاف الممتلكات ، أو ايذاء طالب آخر ، أوجرح نفسه فى حين أنه مفروض أن يكون تحت اشراف المعلم فعندما يستبعد طفل من الفصل يجب أن يوضع تحت أشراف موظف آخر فى المدرسة . وعادة مايكون من المفضل عزل الطالب فى مؤخرة الفصل بدلًا من طرده خارجه .

العقاب الجماعى : له ميزة وحيدة ممكنة هى أن الجماعة قد تثور ضد الطالب أو الطلاب الذى تسبب سلوكه أو سلوكهم فى العقاب .

وهناك كثير من النتائج السلبية الممكنة الحدوث للعقاب الجماعى الأمر الذى يجب بناء عليه استبعاده دائما . أولا فقد يؤدى إلى جموح معظم الفصل فى معارضتهم للمعلم ثانيا : فإن العقاب الجماعى يعتبر غير عادل بشكل كبير للطلاب الذين ليس لهم دخل ولم يشتركوا فى اسائه التصرف ثالثا : إن الطلاب الذين يعاقبون بلا مبرر كنتيجة التصرف ضد الفصل ككل قد يبلغون آباءهم بهذا التصرف فيقومون بدورهم بمساءلة الناظر والمدرس . والنتيجة النهائية لهذه الأحداث قد تكون تدهوراً فى الثقة بين الناظر والمدرس من جهة وبين أولياء الأمور من جهة أخرى رابعا : عادة مايؤدى العقاب الجماعى إلى فقدان المكانة والاحترام بالنسبة للمدرس . والموقف الوحيد الذى يكون فيه العقاب الجماعى له مايبرره هو عندما يسيء كل فرد فى الجماعة السلوك بنفس الطريقة حتى فى هذه الحالة فإن المعلم يكون لايزال غاضباً من الفصل ككل .

الاعمال الأضافية : ليست بالطريقة الفعالة جداً فى التعامل مع مشكلات النظام واذا لم يرتبط العمل أو المهمة بالعمل المدرسى فقد يراه الطالب نزهة سارة بعيداً عن روتين الفصول ولكن لو ارتبط العمل أو المهمة الاضافية بالرياضيات فقد تعزز حينئذ انطباع الطالب إن تعلم الرياضيات شيء غير سار .

الاعتذارات الاجبارية : قد ترضى ذاتيه المعلم وتفرز مشاعره واحساسية بالسلطة ولكنها أيضاً تحرج الطلاب ، وتسبب الكراهية والنفور بين الطلاب والمعلم وتدعم عدم الأمانة والنفاق بين الطلاب . إن الاعتذار المفروض يعتبر طريقة سيئة جداً للتعامل مع مشكلة النظام ويجب على المعلمين أن يستخدموا طرقاً أخرى للتعامل مع اسائة السلوك التى قد تؤدى إلى اعتذارات طلابية مخلصة .

الاقلال من التقديرات : تعتبر طريقة سيئة لفرض النظام على الطلاب لأنها تعتبر عقابا خالصاً له اسهامات اصلاحية قليله . إن الأقلال من تقدير بسبب سوء سلوك غير الغش يعتبر ظلماًوقد يسبب الكراهية وعدم الاهتمام بتعلم الرياضيات لدى الطالب الذى يعاقب بهذا الأسلوب وكثيراً مايكره أولياء الأمور الاقلال من التقديرات لنوع من العقاب وذلك لأن هذا الاقلال قد يكون له تأثير على فرض الأبن أو الأبنة عند الالتحاق بالكلية أو الحصول على وظيفة . وكثير من مديرى المدارس والمعلمين ينظرون إلى المعلم الذى يستخدم التقديرات لضبط الطلاب كمعلم ضعيف .

العقاب البدنى : يشمل الضرب ، والاعاقة البدنية أو التخويف وتمنع كثير من المدارس وبشكل مطلق أى شكل للعقاب البدنى . ومعظم المدارس التى تسمح به تطلب أن يتم فى حضور معلم آخر أو ادارى . إن العقاب البدنى يعتبر شيئاً دراميا يحرج طلاباً معينين ويكون احياناً فعالًا فى استبعاد السلوك الغير مرغوب فيه .

ومع ذلك فإن العقاب البدنى له مساوىء ضعيفة . فقد ينفر أولياء الأمور وقد يؤدى إلى هجوم شخص على المعلم فى محاولة الطالب الدفاع عن نفسه وقد يسبب كراهية وعداء ضد السلطة ، وفى بعض الأماكن فإن انواعاً معينة من العقاب البدنى تعتبر ضد القانون . واذا كان لابد من استخدامة فإنه يجب أن يستخدم فقط للتعامل مع اعتداءات خطيرة وأن يتم بموافقة ولى الأمر وأن يتم سراً مع وجود شخص كبير كشاهد ويجب الا يكون قاسياً .

الحرمان من المدرسة أو الطرد منها : تعتبر اجراءات متطرفة تستخدم كإجراء أخير فى التعامل مع مشكلات نظام خطيرة أو مشكلات سلوك بسيطة تكررت مرات كثيرة ولايمكن التحكم فيها عن طريق اصلاح الطالب بإستخدام اجراءات اصلاحية أقل حدة . والحرمان يمكن فقط أن يتم بوساطة مديرى المدرسة أو مجلس التربية ، ومعظم النظم المدرسية تتطلب موافقة مجلس المدرسة عندما يتعين استبعاد طالب من المدرسة وقبلما يستبعد طالب من المدرسة فإن حقوقه الدستورية تتطلب عقد جلسة استماع . وفى حالة الطرد فإن جلسة الاستماع تكون مطلوبة ويمكن أن يمثل الطالب بوساطة مستشار قانونى . إن الطلاب يستبعدون من المدارس العامة عندما يمثل وجودهم خطراً على ممتلكات المدرسة أو مصلحة المعلمين أو الطلاب الآخرين . ان الطرد يمكن المدرسة من أن تتخلص من الطلاب اللذين يتسببون فى متاعب سلوكية خطيرة . ومع ذلك فإن مثل هؤلاء الطلاب عادة ما يتطلبون مساعدة مهيئة لكى يحددوا أسباب مشكلاتهم السلوكية وكيفية اصلاحها .

ويعطى باتشيلدر (١٩٦٤) ملخصاً ممتاز للاعتبارات العامة فى التعامل مع مشكلات النظام .وبعض من مبادئه المتعلقة بالإجراءات التصحيحية والتى يمكن أن تستخدم فى المدارس تعرضها فيما يلى : —

- إن الاجراءات الإصلاحية يجب أن تقوم على فهم للطالب وللاجراءات الارشادية جيداً .
- إن عرض أى إجراء تصحيحى هو تحسين توافق الفرد أو المجموعة .

- لابد أن تتخذ إجراءات من أجل مصلحة الفرد ومصلحة الجماعة . إن الاجراء المطبق على فرد ما يجب الا يكون مدمراً لشخصية الطالب ولاقناع الجماعة .
- عند استخدام العقاب فإن الاجراءات البسيطة يجب أن تستخدم قبل اللجوء إلى الأكثر شدة .
- إن العقاب يجب أن يجرى بشكل غير شخصي وبموضوعية وبدون انفعال وفى سرية .
- إن الاجراء الاصلاحى يجب أن يناسب المخطىء والخطأ . كما أن قصر المخطىء يجب أن يؤثر على اختيار الاجراء الاصلاحى . يجب أن يتم العقاب بسرعة بالرغم من أنه احيانا يصادف تأخراً قليلًا قد يكون فعالا لتمكن الطالب من التفكير فى تصرفاته .
- يجب أن يتذكر المعلمون أن معظم العقاب لايوجه اليهم بشكل شخصى بالرغم من أنه يبدو وكذلك على السطح .
- الاجراءات التصحيحية المرغوبة تشمل التحكم البسيط فى الفصل ، المؤتمرات الفردية ، التعاون مع أولياء الأمور ، التعويض والاصلاح ، فقدان المزايا واستخدام المكافآت .
- إن الاجراءات غير المرغوب فيها أو الجدلية هى الحجز بعد الدراسة ، والطرد من الفصل والارسال إلى المكتب ، وعقاب الجماعة ، والمهام الإضافية ، والاعتذارات الاجبارية ، والتقليل من الدرجات ، والاهانة الشخصية ، والتهديدات والتحذيرات ، والاهانة ، والسخرية والاستهزاء ، الاغضاب ، والتوبيخ ، والحرمان من المزايا .
- العقاب البدنى والحرمان من الدراسة والطرد مستخدم فى مواقف متطرفة فقط وحينئذ مع اعتبارات مناسبة من قبل مديرى المدرسة .

سابعاً : الإختبارات وتقويم الطلاب

اسباب اختبار الطلاب

إن السبب الرئيسى لأختبار الطلاب هو عملية التقويم التقويم التشخيصى ، التقويم الشكلى ، التقويم الكمى . التقويم التشخيصى للطلاب يستخدم فى تحديد خصائص التعلم لدى كل طالب على حده ، وحضور أو غياب ، متطلبات المهارات الأساسية السابق تعلمها ومستويات الإتقان السابقة لموضوعات رياضية معينه ، وتحديد الأسباب لصعوبات المتعلم . أما التقويم الشكلى للطلاب فإنه يأخذ مكانه أثناء دراسة الطالب وتعلمه لموضوعات جديده وكذلك يستخدم لتحديد أنماط الأخطاء لديه ليعرف الطالب مدى تقدمه فى التعلم واقتراح النقاط التى تحتاج إلى تدريس علاجى حتى يصبح التعليم والتعلم الفورى والمتتابع أكثر فاعلية وأما التقويم الكمى أو النهائى فإنه يستخدم حينما ينتهى الطالب من دراسة لوحدة دراسية معينة للحكم على مدى انجازه فيها والحكم على مدى فاعلية التدريس ، وتقويم طرق التدريس المستخدمة ومنهج الرياضيات بصفة عامة .

فالتقويم التشخيصى عادة ، ولكن ليس دائماً يحدث قبل تعلم وحدة جديدة أما التقويم الشكلى فإنه يحدث أثناء تقديم ودراسة وحدة ما وأما التقويم الكمى أو النهائى ينفذ فى نهاية دراسة وحدة ما فى الرياضيات . ومع ذلك فإن هناك بعض التداخلات بين التقويم التشخيصى والشكلى ، والكمى ومن هنا فإن اختباراً واحداً فى الرياضيات يمكن أن يستخدم لقياس هذه الأنواع المختلفة من التقويم . وبصفة عامة فإنه يتم اختبار الطلاب من أجل تقويمهم ، لتقدير مدى تقدمهم فى الأهداف المعرفية والوجدانية للمنهج ، ولمعرفة مدى تذكرهم الجيد لموضوعات رياضية سبق تعلمها ، وتستخدم الإختبارات أيضا فى زيادة انتباه الطلاب داخل حجرة الدراسة لحفزهم على عمل تعينيات الواجب المدرسى ، ولتشجيعهم على تنظيم ومراجعة الموضوعات الرياضية الموجودة فى وحدة الدراسة . وتفيد درجات الإختبار المعلم فى تحديد مستوى الطالب داخل المجموعة وادارة المدرسة والوالدين ومقارنة كل الطلاب بعضهم البعض الآخر .

أنواع الإختبارات ومفرداتها

يمكن أن تتفرغ الإختبارات ومفرداتها إلى فرعيات عديدة إذا مانظرنا إلى الغرض من الإختبار ، والطرق المستخدمه فى مقارنة الطلاب ، وأهداف التعلم المقاسة وصيغة الإختبار ونوع مفرداته والمصادر المستخدمة فى الاجابة عنه .

وكما سبق مناقشته نقول إن أغراض الإختبار فى الرياضيات قد تكون للتقويم التشخيصى ، والتقويم الشكلى ، والتقويم الكمى ، وقياس مدى الإحتفاظ بالمادة الرياضية التى تحقق أهداف التعلم ، وتحديد مستويات التحصيل من أجل الحصول على تقدير لكل طالب .

الإختبارات أيضاً يمكن أن تصنف على حسب مدى استخدامها فى مقارنه الطلاب بعضهم بالبعض الآخر ولأنفسهم والاختبارات جماعية المرجع Norm- Referenced Tests تستخدم لتحديد مستوى آداء الطالب بالنسبة إلى الطلاب الآخرين فى مجموعته ، وأن درجة فى الإختبار تزيد وتقل عن المتوسط والتقدير فى الإختبارات جماعية المرجع يمكن أن يوضع على صورة حروف فالحرف « أ » يشير إلى درجة تزيد عن المتوسط ، « د » أو « ف » يشير إلى درجة تقل عن المتوسط بكثير ، ودرجة الاختبار قد تشير أيضا إلى نسبة معينة تظهر بدورها النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن درجات طالب معين فى المجموعة فإذا وقعت درجات هذا الطالب عند نسبة ٦٠٪ ، فإن ذلك يعنى أن ٦٠٪ من الطلاب فى المجموعة المقارنة لم يؤدوا جيداً كما أدى هذا الطالب .

الإختبارات معيارية المرجع

ويستخدم هذا النوع من الإختبارات فى تقدير مدى إتقان الطلاب أو تقدمهم نحو هدف ما . ودرجات الطالب فى الإختبار يمكن أن تكتب على صورة نسبة مئوية من الإجابات الصحيحة للإختبار فتقدير ٨٠٪ يشير إلى أن الطالب قد حل أكثر من ٨٠٪ من المسائل والتمرينات فى

الإختبار . كما أن اداء الطالب فى الإختبارات معيارية المرجع قد تشير أيضاً إلى مدى مستوى الإتقان وعلى سبيل المثال قد نجد أن طالب الصف الثامن قد يصل فقط إلى مستوى الصف التاسع من الإتقان فى الرياضيات ، بينما نجد أن طالبا فى الصف الرابع يكون قادراً على التعامل مع حل المسائل الرياضية الخاصة بالصف الثامن .

الاختبارات ميدانية المرجع

ويركز هذا النوع على التقويم التشخيصى وإلى حد ما على التقويم الشكلى وبعد التعرف على نتائج الإختبارات ميدانية المرجع فإن كل طالب سوف يكون على علم بنقاط القوة أو نقاط الضعف أو مدى التقدم الذى حققه فى دراسته لوحدة الرياضيات موضع الدراسة . ومن هنا فإن الهدف من هذا النوع من الاختبارات هو قياس نقاط القوة ونقاط الضعف لدى طالب ما وتحديد الإجراءات اللازمة لتصحيح نقاط الضعف الموجودة عنده .

إن مفردات الإختبارات الجماعية والإختبارات الفردية يمكن أن تصنف على حسب الأهداف المعرفية أو الوجدانية وأيضاً الموضوعات الرياضية الموجودة فى الإختبار والمراد قياسها عن طريق الاختبارات ومفرداتها يمكن أن تقيس إتقان االحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والأساسيات فى مستويات الأهداف المعرفية : للتذكر ، والإدراك والتطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، التقويم ويمكن ان تصمم أسئلة الإختيار لقياس الأهداف الوجدانية ومستوياتها الفرعية المشار إليها سابقاً .

ويمكن أن يصنف الإختيار طبقا لشكل المفردات المراد استخدامها فيه فهناك شكل أسئلة الصواب والخطأ والاختيار من متعدد ، وحل المسائل والتمرينات ، وبرهنة النظريات ، وتعريف المصطلحات والرموز ، والأسئلة التى تتطلب إجابات قصيرة أو اجابات طويلة ، أسئلة المقال . وفيما يلى مجموعة من الأمثلة على هذه النوعيات من الأسئلة : -

الصواب والخطأ : إذا كان س ، ص [x and y] عددين حقيقين ، فإن س٢ = ص٢ [$x^2 = y^2$] هى دالة فوق الأعداد الحقيقة .

الأختبار من متعدد : أى من الأزواج التالية يعتبر حلا للمعادلة ٢س + ص = -١ ؟ [$2x + y = -1$?]

(أ) (٣ ، - ٨) (ب) (٢ ، - ٥)

(ج) (- ١ ، ٤) (د) (٠ ، ٠)

حل تمرين ما : حلل كثير الحدود ٣س٢ + ٨س - ٣ [$3x^2 + 8x - 3.$]

حل مسألة : أوجد طول القطر الداخلى لحجرة أبعادها ٧م ، ٨م ، ٤م [7 m by 8 m by 4 m]

برهنة نظرية : برهن قانون الجيب ؟

تعريف مصطلح رياضى : ما المجموعة الرياضية ؟

سؤال مقيد الإجابة : لماذا أن ٣٢ للأساس ٥ تساوى ٢٥ للأساس ٦ ؟

سؤال طويل الأجابة : اشرح لماذا أن مجموعة الأعداد الصحيحة تحت عمليتى الجمع والضرب هى حقل ؟

سؤال مقال : ناقش أوجه الإختلاف والتشابه بين الهندسة المستويه والهندسة التحليلة (الإحداثية) وتطبيقات كل هذين الفرعين للهندسات ؟

وفى خاتمة المطاف فإن الإختبارت يمكن أن تصنف طبقا للمصادر المسموح للطالب بإستخدامها أثنا الإجابة على الإختبار ويمكن للإختبارات أن تكون مغلقة على الكتاب المدرسى موضع الدراسة حيث يسمح للطلاب بإستخدام الورقه والقلم ، وذاكرتهم وقدراتهم العقلية فى الإختبارات (المنزلية) حيث يسمح للطلاب بالعمل والإجابة سويا ويستخدمون أية مصادر يرغبون فيها مثل الكتب ، والمكتبة أو معمل الرياضيات . إن بعض المدرسين يفضلون إعطاء اختيارات الكتاب المفتوح Open book عندما يكون الغرض من الإمتحان هو تقويم قدرات الطلاب فى التطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، والتقويم للمفاهيم والأساسيات فى حل المشكلات ، وعندما يكون الغرض من الإختبار هو قياس تذكر الطالب وادراكه للحقائق والمهارات فإن معظم المعلمين يفضلون الإختبار الذى لايسمح فيه بإستخدام الكتاب Closed Book

انتقاء وبناء الإختبارات

يبنى عادة معلمو الرياضيات اختباراتهم ، بأنفسهم ومع ذلك فهناك مصادر أخرى للإختبارات الجاهزة لإستخدام كثير من كتب الرياضيات تحتوى على عينة من الإختبارات فى نهاية كل فصل أو الإختبارات فى نهاية كل وحدة ، وهناك بعض الناشرين يضعون هذه الإختبارات فى كتاب دليل المعلم . وهناك بعض الإختيارات المقننة والاختيارات المقننة هى اختيارات مصممه لعينة من الأنواع الخاصة للأداء الفردى الذى يمكن تفسيره بالرجوع إلى مفردات الاختيار المقنن التى تشتق فى ضوء الدراسات التجريبيه المتعلقة بالصدق والثبات . ويعبر ثبات الإختيار عن مدى الإتساق الداخلى فى قياس ماتدل على قياسه إحدى طرق الحصول على ثبات الاختبار وذلك بإعطاء إلى عدد كبير من الطلاب ، ذوو قدرات متباينة ، والذين يدرسون المادة موضع الإختبار وبعد فترة زمنيه قصيرة لنفس الطلاب اختياراً مكافئاً للإختيار الأصلى ، ويحسب معامل الإرتباط بين درجات الطلاب فى الإختبار الأول ودرجاتهم فى الإختبار الثانى فإذا كان معامل الإرتباط يقترب من الواحد الصحيح فإن ذلك يعنى أن الإختيار ثابت ، وذلك لأن ذوى الدرجات العالية فى الإختيار الأول هم الذين حصلوا على الدرجات العالية فى الإختيار الثانى وبالعكس فإن الطلاب ذوى الدرجات المنخفضة فى الإختيار الأول هم الذين حصلوا على الدرجات المنخفضة فى الإختبار الثانى ، وإذا كان معامل الإرتباط

يقترب من الصفر ، فإن الإختبار يكون غير ثابت وذلك لأنه ليس متسقا فى قياس المهارات أو القدرات التى صمم من أجل قياسها .

صدق الإختبار : نعنى به مدى قياس الاختبار لما وضع لقياسه (والغرض من الإختبار) ثلاثة أنواع للصدق هى صدق المحتوى والصدق المعيارى الإرتباطى ، والصدق الإنشائى ، الصدق المتعلق بالمعايير (الصدق المرجعى) .

الصدق الإنشائى : لإختبار مايدل على مدى صلاحيته لقياس صفه عامه أو مكون وهى شيء محدد بوضوح لايمكن ملاحظته بل يستدل عليه من بعض النواحى والسلوك المصاحب مثل التفكير .

الصدق المرجعى : لإختيار ما يستخدم إما [لقياس مدى أتقان درجات هذا الإختبار مع درجات اختبار آخر يقبس نفس الشيء] أو لفائدته فى التنبؤ بقياسات معيارية محدده .

صدق المحتوى : ويقصد به مدى قياس الإختبار لمحتوى المادة المراد تغطيتها فى إختبار . الإختبار الذى يحتوى على صدق محتوى عال فى وحدة معينة من الرياضيات سوف يتصف بالتوازن ومفردات ممثله تمثيلاً جيداً من الوحدة كشكل . وكمثال لعدم صدق الإختبار فى أغراض معينه ، فإن اختبار فى البرهان الهندسى قد يكون غير صادق لتقديم المهارات الحسابية ، واختبار المهارات الحسابيه قد يكون غير صادق فى تقدير القدرة على بناء البرهان الهندسى ومع ذلك فإن كل من هذين النوعين من الإختبارات سوف يكون صادقاً لقياس القدرات التى صمم لقياسها .

اشتقاق اختبار مقنن لغرض معين ، فإنه يمكن موازنه الرياضى الذى وضع على أساسه الإختبار .

وإذا كانت المفردات فى الإختبار لم تغطى المادة المناسبة فى المقرر ، واحتوت على معلومات إضافية غير مرتبطة بالوحدة موضع الدراسة فإن الإختبار يكون غير صادق للأغراض التى وضع من أجلها .

وحيث أن المعلمون عادة يصممون اختباراتهم والوحدات التدريسية فإن هناك مجموعة من الإشارات التى ينبغى على المعلم الأخذ بها بهدف الوصول إلى اختبار ثابت وصادق .

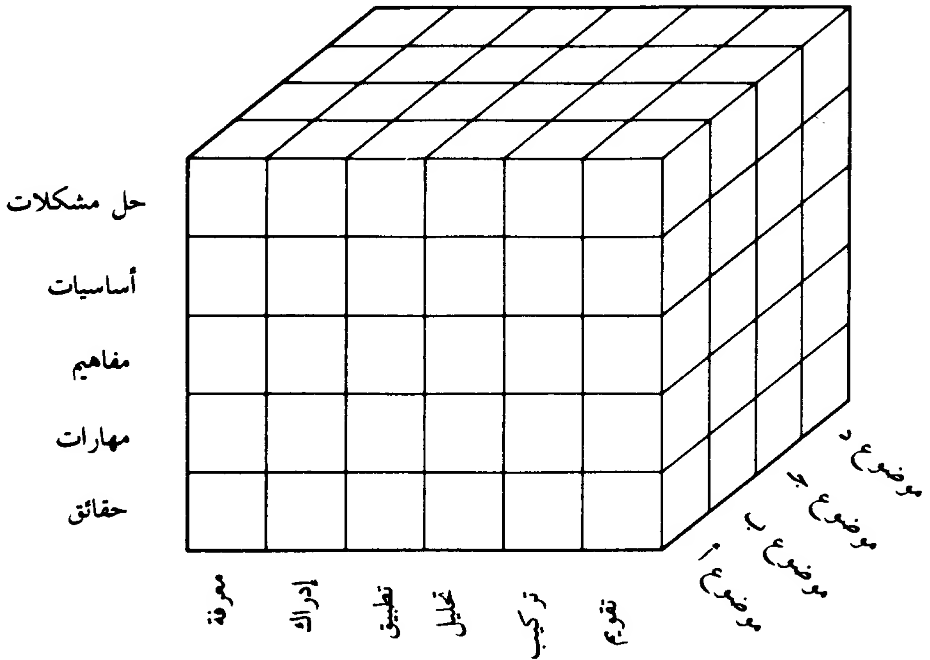
أولا : حتى يكون الإختبار صادقا فإنه يجب أن يكون شديد الإرتباط بالمحتوى الرياضى المراد قياسه وذلك بأن :

١ – المصطلحات والرموز المستخدمه فى الإختبار يجب أن تكون هى نفسها المستخدمه بوساطه المعلم أثناء التدريس .
٢ – مفردات الإختبار يجب أن تحتوى على نفس المحتوى الرياضى السابق دراسته فى الكتاب المدرسى ، والمقدم بوساطه المعلم ، والسابق تعلمه بوساطه الطلب .
٣ – التوجيهات المعطاه فى حل المسائل والتمرينات يجب أن تكون هى نفس التوجيهات السابق للطالب التدرب عليها فى تعيينات الواجب المنزلى أثناء دراستهم للموضوع أو الوحده .

٤ - يجب أن تستخدم الأهداف المعرفية والوجدانية التى تُنَمَّى أثناء تدريس الوحدة أو الموضوع فى انتقاء مفردات الإختبار فإذا تم التركيز والإدراك أثناء التعليم/ التعلم للمادة فإنه لايجب التركيز على التحليل والتركيب فى الإختبار .

ثانيا : مفردات الإختبار يجب أن تنتقى لقياس أنشطة معرفية وموضوعات رياضية متنوعه وعندما يكون الغرض من الإختبار قياس المهارات والحقائق فى كل من مستوى التذكر والإدراك فقط ، ومع ذلك فإنه عند تدريس المعلم للمفاهيم والأساسيات فى المستويات المعرفية العليا مثل التحليل والتركيب والتقويم فإنه يجب ألّا نعتنى بتصميم مفردات الإختبار التى تتطلب تذكر الحقائق وتطبيق المهارات فى حل التمرينات فقط .

وعندما نبنى الإختبار فإنه من المرغوب فيه أن نعد مصفوفه ثلاثية البعد : التصنيفات الرياضية . والمستويات المعرفية (أو الوجدانية) والموضوعات الرياضية وعلى ذلك فإنه يمكن تكوين مفردة



شكل (٣ ـــ ١)

اختبار أو مجموعة من المفردات لكل خلية بحيث تكون مناسبة لأهداف التعليم/ التعلم فى الوحدة المرد قياسها . والشكل ٣ ـــ ١ يوضح هذه المصفوفة التى تشمل على أربعة موضوعات رياضية وفى النهاية فإنه يجب التأكد من أنه قد تم استخدام محتوى رياضي سليم فى الإختبار ، حيث تكون كل مسأله قابلة للحل وأن التوجيهات والتعليمات يجب أن تكون واضحة وأن تلقى بدقه واحكام على الطلاب وأن تعليمات الإختبار السريعة وغير المقننه ، ومفردات الاختبار الضعيفة والتى لاترتبط بأهداف المادة بدون شك كلها عوامل سوف تؤدى إلى اختبار غير صادق وغير ثابت .

وبصفة عامة إذا اتبعنا التعليمات السابق الإشارة إليها للحصول على اختيار صادق ، فإن الاختبار سوف يكون ثابتاً وهناك طرق احصائيه عديدة وبسيطة لحساب معامل ثبات الاختبارات ولقد قدمت ماربسليم سيدام (١٩٧٤) فى كتابها تقويم الرياضيات داخل حجرة الدراسة المقترحات التالية لكتابة مفردات الاختبار .

١ – تخير اسلوب القياس الأكثر فعالية لقياس الأهداف الخاصة .

٢ – استخدام جمل واضحة ، بسيطة واستخدام اللغة التى يفهمها الطلاب .

٣ – صمم كل مفردة بحيث تقيس هدفا ما من أهداف تدريس الوحدة أو المادة .

٤ – أفحص المفردة من حيث جدول مواصفات جدول مواصفات الاختبار مثل المصفوفه المشار إليها سابقا للتأكد من أن الإختبار يحتوى على مفردات متنوعة تقيس أهداف متنوعة الصعوبة .

٥ – راجع مع معلم آخر أو مجموعة من المعلمين مفردات الإختبار .

٦ – احسب معامل صعوبة كل من مفردة فى الإختبار بالنسبة للمفردات الأخرى وكذلك بالنسبة للغرض من الاختبار .

٧ – فى البداية ، تذكر أنك قد تحتاج إلى كتابة مفردات أكثر من التى تحتاجها فى الصورة النهائية للأختبار ، حتى تجعل هناك فرصه للإستبعاد المفردات الضعيفة .

٨ – اجعل كل طالب يجيب على أسئلة الاختبار من نسخه معطاه له ، فذلك أفضل من كتابه جميع الأسئلة على السبورة .

٩ – رمِّمَ كل مفردات الأختبار بطريقة تتابعية من المفردة الأولى حتى المفردة الأخيره .

١٠ – تجنب وضع جزء من السؤال فى نهاية صفحة ما والجزء الباقى فى بداية الصفحة التالية .

١١ – إذا كانت مفردات الإختبار غير متجانسه مع بعضها البعض ، استخدم عينه من المفردات للمساعدة فى توضيح التوجيهات . اعط بعض الوقت لتعليم الطلاب كيفية الإجابة عن الأسئلة .

١٢ – قدم كل مجموعة من المفردات بجمل بسيطة وواضحة توضح للطلاب كيفية الإجابة الصحيحه .

١٣ – وعندما تريد من الطالب أظهار حساباته أو حل للمسائل ، عليك يترك فراغ مناسب بورقة الإجابة وأمام هذه المفردة .

١٤ – أبدأ الاختبار بمجموعة من المفردات على صورة أسئلة المقال .

١٥ – فى كثير من الأحيان قد تحتاج إلى وضع أسئلة على صور متعددة الشكل ... وفى هذه الحالة عليك بتجميع ووضع كل مجموعة متجانسة من الأسئلة معاً .

١٦ – تجنب وضع الاجابات الصحيحة بطريقة منتظمة فى انماط متتابعة فهذا يسهل على الطالب معرفة الإجابة الصحيحة دون معرفة حقيقية للمادة المقدمة فى السؤال .

١٧ – تميز بقدر الإمكان مكونات السؤال غير المرتبطة به

١٨ – قدم التعليميات للطالب واضحه وبسيطة وكاملة .

١٩ – صمم مفتاح تصحيح يحتوى على كل الإجابات الموجودة فى الإختبار .

٢٠ – بعد انتهاء الاختبار ادرسه مره ثانية مع طلابك ، حيث يمكنهم طلب توضيح نقاط الغموض وبعض الأخطاء الأخرى ، وهذا يساعدك على تحسين مفردات اختبارك للاستخدام فى المستقبل .

٢١ – حلل استجابه الطالب لكل مفرده من مفردات الاختبار وذلك لأغراض التشخيص .

إعطاء الإختبارات للطلاب

بعض الطلاب يكونون مضطرين بسبب انخفاض درجاتهم بصفةمتتابعة فى اختبارات الرياضيات . وهذا الخوف من الاختبارات يمكن أن يؤدى إلى آداء منخفض أثناء الاختبار رغم أنها قد اعدوا إعدادا حسنا للاختبار .

الاختبارات معياريه المرجع

هى بمثابة مواجهة خاصة لذوات الطلاب لأن الطلاب قد وضعوا فى موضع موازنة كل منهم بالآخر . ورغم أنه من غير الممكن استئصال الخوف من الاختبارات نهائيا الا أن المعلم يستطيع أن يسلك بطريقة تخفف من التهديد الذى يلحق بالطلاب بسبب الاختبارات وذلك .

أولا : إن بعض الاختبارات يجب أن تعطى بهدف التشخيص ، وأن المعلمين يجب أن يشاركوا الطلاب هذه الحقيقة ، والطلاب قد يسمح لهم بالمشاركة فى تصحيح أخطائهم بعد آداء الاختبار وتقويمة (وتصحيحه من قبل المعلم اولا) أو قد يكونوا قادرين على القيام بإعادة الاختبار بعض توضيح انماط الأخطاء لهم فيه . وهذا مايدفعهم إلى اعادة قراءة وفهم المادة التعليمية المتعلقة بهذا الخصوص مرة ثانية .

ثانيا : إن الخوف المؤقت الذى ليس له مبرر من الاختبارات يسبب عادة الخوف من المجهول . وعندما يصمم المعلمون الاختبارات طبقا لأهداف التعلم ووفقا لخبرة الفصل المدرسى السابقة والكتاب المدرسى وتعيينات الواجب المنزلى فإن الطلاب سوف يتوقعون مايأتى لهم فى كل اختبار ، وبالتالى فإن كثيراً من الخوف من المجهول يجب أن يستبعد من موقف الاختبار .

ثالثا : إذا ما كان المعلمون يعتبرون عمليه الاختبار كنشاط آخر فى عملية التعليم/ التعلم ، فإن اتجاههم الهادىء نحو الاختبار سوف ينعكس على أداء طلابهم أثناء أخذهم للاختبار .

ومن أجل الوصول إلى آداء عمل أمثل فى الاختبارات ، فإن معظم الطلاب يحتاجون إلى بيئة مناسبه هادئه داخل حجرة الدراسة . التى سيأخذون فيها الاختبار . والحجرات الدراسية المزعجة (وغير جيدة التهويه) تسبب آداءا تحصيليا أقل فى الاختبار ، وقبل أن يبدأ الطلاب فى الاختبار افتح نوافذ الحجرة ودع الهواء الطلق النقى يدخل إليها .

المقاطعات المتتابعة بوساطة المعلم أو بوساطة طلاب آخرين قد تؤثر على تركيز الطلاب أثناء الاختبار وتحدث مثل هذه المقاطعات بسبب أن المعلم يعطى تعليمات غير واضحه فى اختبار الورقه . ومن الأسئلة التى تؤدى إلى ارتباك الطلاب . الأسئلة الغير صحيحة ، أو الأسئلة غير الصالحة للاستخدام . وعلى المدرسين أن يحلوا كل مفردة فى الاختبار قبل تقديمه للطلاب بهدف التأكد من ازالة الغموض فى كل سؤال . والتأكد من عدم وجود مسائل مستحيلة الحل ويجب أيضاً عدم تشجيع الطلاب على الحديث أثناء تأدية الاختبار وعدم ازعاج الآخرين . وإذا اراد طالب أن يسأل أثناء الاختبار فإن عليه رفع اليد والانتظار إلى أن يذهب المعلم إليه حتى مقعده ويسأل المعلم عما يريده بهدوء شديد وعندما يسمح بمكان متسع فإن الطلاب يجب أن يجلسوا فى صفوف متبادله أثناء الاختبار وأن يتحركوا صفا دون أن يجلس به أحد ... وهكذا وهذا يقلل من الازعاج ويعطى كل طالب الخصوصية فى تحديد اجابته حيث أن هناك رغبة فى الآداء الجيد للاختبارات بسبب أن ينسى بعض الطلاب قيمهم ، فإن الغش يسبب مشكله أثناء الاختبار وإذا فشل المعلم فى حفظ نظام الامتحان وضع الغش كثيرا من الطلاب يضطرون إلى محاولة الغش بسبب أن المعلمين يتيحون المواقف التى تشجع على الغش أو (التى يكون الغش عن طريقها ميسورا) . وعندما يجلس المعلم بعيدا نسبياً أثناء الاختبار ، فإن فرصة الغش تصبح متاحه . وعلى المعلم ايضاً أن يقف أو يجلس فى موضع متوسط بحيث يرى من خلاله وجه كل تلاميذ الفصل وعندما ينظر طالب ما إلى أعلى لأى سبب من الاسباب فعلى المدرس فى هذه الحالة أن ينظر مباشرة إلى أعين الطالب ويؤدى ذلك إلى أن يتأكد الطالب أن المدرس يراقبه تماما خلال الاختبار ولايجب أن يستغل المدرسون وقت الاختبار فى اعطاء درجات للطلاب لأن انشغال المدرسين بهذه المهام يعطى فرصة للطلاب للغش . وأفضل الطرق لمعالجة مشكلة الغش هى أن تحدث موقف تدريسى نجعل من الصعب على الطلاب الغش وحتى لو تأكد المدرس من أن الطالب يغش فإنه يجب ألا يتهم الطالب الغش مباشرة لأنه إذا أتهمت

الطالب بالغش سيكون لزاما عليك أن يقدم الدليل إلى كل من المدير والآباء على أن الطالب كان يغش فعلاً كما يمكن أن تستخدم طرقاً أكثر فعالية لمحاربة وضع الغش فعند يدء الإختبار إجلس كل طلب حاول الغش فى الإختبار السابق فى مكان منعزل فى الفصل أو بجوارك وأعط تلميحات بسيطة عن الإجابات الصحيحة وذلك الإختبار مإذا كان عمل الطالب يوافق ما يقدمه من اجابات أم لا . وبصوره عامة دع الطالب الذى يحاول الغش يعرف أنك واع جداً لمحاولاته الغش بدون أتهامه بطريقة مباشرة فإنه من حق كل طالب الآن أن يعرف جيداً الأسباب التى أدت بالمدرس إلى أن يتهمه بالغش .

اعطاء درجات للإختبارات :

عند اعطاء درجات للإختبارات يجب على المدرس أن يبحث عن مصدر وقع الخطأ لدى الطالب فى كل مفرده من مفردات الاختبار وأن يوضح للطالب لماذا فى هذه الأخطاء وإذا استخدم المدرس هذه الإجراءات فإن الإختبار الذى كان اختباراً كمياً سابقاً يصبح اختبارا تشخيصاً .

وعند اعطاء درجات للإختبارات يميل بعض المدرسين أن يمتدحوا بعض الإجابات شبه الصحيحة حتى لو كانت الإجابات غير صحيحة وهذا يمكن أن نشجع الطلاب على الإستمرار فى الإجراءات وحضور عمليات التدريس والحصول على الإستجابات الصحيحة أيضا ويجب على المدرس أن يجد حلاً للمشكلات التى قد تطرأ .

التصحيح : وهناك أربع طرق لإعطاء درجات للإختبارات باستخدام النسب المئوية وباستخدام المنحنيات وباستخدام التتابعات وتحديد مستويات الإتفاق وكل مستوى من هذه المستويات له مميزاته وعيوبه .

التصحيح باستخدام النسب المئوية :

طريقة التصحيح باستخدام النسب المئوية ويكون ذلك تحديد درجة حرفية لكل مدى من النسبه المئويه (أ ، ب ، ج) أو أن نذكر النسبه المئويه للطالب مع الأخذ فى الإعتبار أن بعض النسب تشير إلى جودة العمل وبعضها الآخر يشير إلى رداءته ولهذه الطريقة عدة عيوب أولها أن المعيار الذى على أساسه يقوم الطالب هو المقياس نفسه كان المقياس صادقاً أو غير صادق جيداً أو رديئاً هو العامل الأساسى فى تحديد مستوى الطالب .

والطلاب الجيدون يمكن أن يحصلوا على درجات رديئة فى المقاييس والإختبارات غير الصادقة ، والطلاب الضعفاء يمكن أن يحصلوا على درجات جيدة فى نفس المقياس .

ثانيا : بعض المدرسين يضعون (حرف) أقل مدى من النسب المئوية على سبيل المثال يمكن أن يقرر المدرس أن النسب الأكثر ٩٠٪ هى درجه A ، والنسب من (٨٠٪ – ٨٩٪) هى B ... الخ وعلى هذا فان معظم الإختبارات ليست لها القدرة على التمييز وأعنى بذلك أن الطالب الذى حصل

على ٩٠٪ ربما لايكون أحسن أو أسوا من الذى حصل على ٨٩٪ وعلى الرغم من ذلك فإن الطالب الأول هو الذى يحصل على A والتالى هو الذى يحصل على B وعلى ذلك فإن الطلاب يحصلون على مراتبهم بالصدفه .

ثالثا : عند كتابة الإختبارات السهلة أو الصعبة ربما تكون الإختبارات سهلة أو صعبه وذلك مما يؤثر على مراتب الطلاب ويمكن أن تكون هذه المرتبه لاعلاقة لها بالمستوى الحقيقى للطلاب واستخدام النسب المئوية له ميزتان .

* أن معظم الناس تعودا على مثل هذا النظام ولايعترض عليه الآباء والنظار والمدرسون .

* عند استخدام هذا النظام يتم تقويم الطلاب على أساس معيار ثابت وليس على أساس الطلاب لآخرين

التصحيح بإستخدام المنحنى .

إن توزيع الدرجات طبقا للمنحنى الجرسى يعطى انطباعاً غير حقيقى على أنها متشددة لأنها تشمل استخدام نموذج احصائى وعلى الرغم من ذلك فإن هذه الطريقة غير عادلة بالنسبة للطلاب لأنها تفترض أن قلة من الطلاب سيحصلون على درجات رسوب بغض النظر عن قدراتهم ومعرفتهم لموضوع الدراسة وهذه الطريقة تجعل التعلم فى موقف يجب أن يؤدى الطالب فيه الإختبار مع مجموعة الطلاب الآخرين ويقدر لقله من الطلاب أن يكونوا فى قاع المنحنى وعلى كل طالب أن يتنافس مع الطلاب الآخرين للتأكد من أنه ليس ضمن الطلاب الموجودين فى القاع وإذا وجد طالب متوسط فى فصل يشمل طلابا ضعفاء فإنه سيأخذ درجة A وإذا جلس نفس هذا الطالب المتوسط فى فصل دراسى من المتفوقين فإنه سيرسب فى الإختبار .

وميزة هذا النظام هو أن المدرس يوزع طلابه طبقا للترتيب بطريقة جيدة ليكتب تقديرا للمكتب التابع له وهو الشيء الذى لا يهتم به الطلاب لأنهم يريدون أن يتعلموا رياضيات

أعطاء الدرجات وتوزيعها طبقاً للتتابع :

إن استخدام التتابع لتوزيع الدرجات يكون على أساس وضع الدرجات الخام طبقا لمقياس مدرج (مرتب) واستخدام مجموعة من أحكام المدرسين الموضوعية والشخصية لتحديد الرتبه الحرفية . فعلى سبيل المثال افرض أن الدرجات التاليه قد حصل عليها فصل مكون من عشرين طالباً طبق عليهم اختبار نهايته العظمى ١١٠ : ٢٢ ، ٣٥ ، ٥٠ ، ٥٣ ، ٥ ، ٦٢ ، ٦٧ ، ٦٧ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٨ ، ٨٠ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ . وطبقا للنظام التتابعى فإن هذه الدرجات تقع ضمن أربع مجموعات ٢٢ ، ٣٥ — ٥٠ ، ٥٣ ، ٥٤ — ٦٢ ، ٦٧ ، ٦٧ ، ٦٩ ، ٧٠ — ٧٨ ، ٨٠ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ — ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ؟ويمكن للمدرس أن يعطى حرف F للمجموعة الدنيا ، وه للمجموعة التى تليها ، A, B, C للمجموعات التالية وإذا كان

الإختبار سهلاً يمكن للمدرس أن يعين درجة F للدرجات من ٢٢ - ٥٤ ، D للرتب من ٦٢ - ٧٠ ، C من ٧٨ - ٨٣ ، B من ٨٩ - ٩١ أو يمكن أن يكون الطلاب الذين حصلو على درجتى ٢٢ - ٣٥ قد بذلوا جهداً كبيراً فى الآداء فى حدود قدارتهم العقلية وبذلك يمكن للمدرس أن يعطيهم رتبه D وهذا النظام لتوزيع الدرجات طبقاً للتتابع نظام عادل ومرن فى آن واحد وعلى هذا يجب على المدرس أن يتأكد من أنه ليس هناك طالب قد حصل على درجة أكبر من طالب آخر وحصل فى نفس الوقت على رتبة أقل منه فالطلاب سوف يعترضون بشدة إذا لاحظوا أن المدرس نغير الرتب الحرفية داخل التتابع .

توزيع الدرجات طبقا لمستويات التمكن :

تستخدم طرق توزيع الدرجات طبقا لمستويات الإتفاق فى البرامج التى تبنى على أساس من الكفاءة فالأهداف التعليميه توضع طبقاً لمستوى قدرة طالب وعلى تحصيلة السابق فى الرياضيات ويمكن أن تعطى للطلاب اختبارات مختلفة بحيث تعطى للطلاب الضعفاء اختيارات أسهل مما تعطى للطلاب ذوى القدرات المرتفعه ويمكن أن تعطى للطالب اختباراً قبليا قبل دراسة وحدة الرياضيات واختياراً بعدياً بعد الدراسة ثم بعد ذلك تعطى لكل طالب رتبه طبقا لتحسنه وآدائه الفردى وفى النظام التعليمى النموذجى يكون هدف النظام هو أن يدخل الطالب طبقاً لمستوى تمكنه الفردى ثم مساعدته على تعلم وتحصيل كل مايمكنه طبقاً لقدراته الفردية فإن هذا النظام من توزيع الدرجات يمكن أن يكون مناسباً . ومع هذا ففى النظام التعليمى الذى يعتبر أقل نموذجية هناك خليط من التعلم الفردى والتحصيل التنافسى (الانجاز التنافسى) وبينما يشعر الطالب الجيد (الممتاز) بالعطف تجاه الطالب الضعيف إلّا أنه يمكن أن يحرم من الحصول على درجات قليلة فى الإنجازات التى تعتبر أكبر (أصعب) من أنجازات الطالب الضعيف (البطىء) الذى يحصل على درجات مرتفعه إذا أظهر تحسنا فى المهام السهلة .

نظام عملى مركب لتوزيع الدرجات (إعطاء الدرجات):

إن نظام توزيع الدرجات يحتوى على مميزات كل من النظام التتابعى ونظام توزيع الدرجات طبقا لمستوى التمكن هو خليط من هذين النظامين لتحديد درجات الإختبار الفردية والدرجات النهائية لكل فترة وفى هذا النظام المركب الذى اقترحه لمدرسى الرياضيات أرى أن كل اختبار أو امتحان أو واجب منزلى أو نشاط معملى يجب أن يعطى أكبر عدد من النقاط .

وأن يعطى لكل الطلاب نفس الإختبارات والإمتحانات على الرغم من أن المدرس يمكن أن يفضل اعطاء الطلاب واجبات منزلية مختلفة وأنشطة معملية متميزة مع استمرار عدد ممكن من النقاط الكلية لكل الطلاب وبالإضافة إلى ذلك يعطى لكل طالب نقاط كل فترة بناء على تقديرات المدرس الفردية والموضوعية لإسهامات الطالب داخل حجرة الدراسة وسلوكه واتجاهاته نحو تعلم الرياضيات وتقدمه فى مستوى التحصيل والتمكن الملائم لقدرته وفى نهاية كل فترة تجمع نقاط الطالب ويعطى

تقديرات ورتب حرفية (A. B. C) أو نسبة مئوية للرتب لمجموع النقاط الخاصة بدرجات الطالب والمثال التالى الموضح فى شكل ٧/ ٢ لدرجات ثلاث طلاب فى فترة اسبوعين يبين كيف يمكن أن يستخدم المدرسون هذا النظام من توزيع الدرجات .

وفى المثال الموضح فى شكل ٧/ ٢ فإن كل نشاط يعطى عليه الطالب درجه يعطى له وزن عندما يعطى له أكبر عدد من النقاط والإختبار يعلل (هو السبب فى) نصف الرتبه خلال الإسبوعين لأنه يعطى له نفس العدد من النقاط الذى أعطى للأنشطة الأخرى مجتمعه . إن تقويم التقدم هو التقويم الشخصى الذى يقوم به المدرسون لتحديد مدى تقدم الطالب واتجاهاته وآدائه حسب مستوى قدرته ولأن الطالب ابراهيم حصل على أقل النقاط فإن رتبته الحرفيه أو رتبته المئويه يجب إلّا تكون من الرتب المعطاه كل من حسام وأحمد ولأن تقويم الأداءالمرتفع الذى حصل عليه ابراهيم تشير إلى أنه يحصل طبقاً لإمكانياته فإن درجته النهائية لاتحتاج إلى تعديل .

التاريخ	النشاط	مجموع النقاط الكلى	الطالب الأول حسام	الثانى إبراهيم	الثالث أحمد
١٧ / ١	واجب منزلى	١٠	٨	٥	٩
١٨ / ١	إمتحان	٢٠	١٥	١٢	٧
٢١ / ١	معمل رياضة	١٠	٦	٩	٧
٢١ / ١	واجب منزلى	١٠	٧	٧	٩
٢٤ / ١	واجب منزلى	١٠	٩	١٠	٧
٢٥ / ١	امتحان	١٠	٥	٧	٧
٢٦ / ١	واجب منزلى	١٠	٥	٩	٦
٢٨ / ١	اختبار	١٠٠	٨٣	٦١	٩٤
٢٨ / ١	تقويم التقدم	٢٠	١٢	٢٠	١٦
المجموع		٢٠٠	١٥٠	١٤٠	١٧٢

وهذا النظام لتوزيع الدرجات يتميز بالآتى : -

١ - يتيح للمدرس اجراء تقويم مميزات الطلاب على فترات ، تلك المميزات والخصائص التى يمكن الايشملها الإختبارات والإمتحانات والواجبات المنزلية والأنشطة المعملية .

٢ - يستخدم كنظام بسيط ومحدد لتسجيل الدرجات .

٣ - هو نظام عادل لكل الطلاب سواء كانوا ذوى قدرات مرتفعه أم منخفضة ، مرتفعى الدافعية أو منخفضى الدافعية .

٤ - يتم جمع الرتب الفردية قبل تحويلها إلى رتب حرفية ، والتى تعتبر محدده أكثر من محاوله وضع القوائم للرتب الحرفيه التى قد يكون لها أوزان مختلفة .

٥ – يمكن للطالب أن يحتفظ بسجل مستمر لدرجاته الخاصه ويمكن أن يجمعها فى نهاية المدة ويمكن أن يعرف رتبه درجاته الحرفية فى نهاية كل ترم .

٦ – يسمح للمدرس بالإحتفاظ بسجل كامل ودقيق لدرجات كل طالب وموقعه النسبى فى الفصل ، الذى يمكن أن يستخدم لتبرير الدرجات أو الرتب الحرفية إذا شك فيها الطالب أو الآباء أو مدير المدرسة .

تقويم الإختبارات واستخدام نتائج الإختبار :

وبالإضافة لإستخدام درجات الإختبار للحصول على رتب الطلاب يجب أن يستخدم المدرس نتائج الإختبار لتشخيص الصعوبات والمشاكل التى تقابل الطلاب فى عملية التعلم والمشكلات الخاصة بطرق التدريس ويمكن أن يساعدنا تحليل الأخطاء التى يقع فيها الطالب لتحديد أنماط الأخطاء التى يرتكبها الطلاب وسوف يظهر تحليل عدد الإجابات التى يرتكبها الطلاب وسوف يظهر تحليل عدد الإجابات الصحيحة وغير الصحيحة لكل مفردة من مفردات الإختبارات وسوف تظهر مجالات عامة للصعوبات التى تواجه الطلاب ويمكن أن تعطى مؤشرات للموضوعات التى يجب أن تدرس فى البرامج وعند تحليل مفردات الإختبار ونتائج الطلاب فى هذه الإختبار يجب أن تحلل مستوى صعوبة كل مفردة وأن تبين لكل طالب أجاب بطريقة غير صحيحة كل مفردة وإذا أجاب جميع الطلاب بطريقة صحيحة على مجموعة من المفردات فإن هذه المفردات لاتميز الطلاب الضعفاء من الطلاب الأقوياء وإذا لم يتمكن كل الطلاب من الاجابة بطريقة صحيحة على بعض المفردات فإن هذه المفردات إما أن تكون صعبه أو تكون صايغتها خاطئة ويجب عند مراجعة الإختيار مراعاة أن تعدل أو تحذف المفردات الصعبة جداً أو السهلة جداً كما يجب أن تميز كل مفرده من مفردات الاختياريين الطالب القوى والطالب الضعيف وإذا لم يجب عدد متساو من الطلاب الأقوياء والضعفاء على مفرده من المفردات فإن هذه المفرده تعتبر غير مميزه وإذا أمكن فإننا يجب أن نوزع درجات الاختيار يوم تطبيقة مباشرة كما يجب أن تناقشة فى الحصة التالية عندئذ تكون الأسئلة مازالت فى ذاكرة الطلاب وسوف يهتمون بإكتساب ومعرفة أسباب الاجابات الخاطئة وبعد مناقشة الطرف والاجابات الصحيحة للمفردات الموجودة فى الاختيار يمكنك أن تجعل الطلاب يساعدونك فى تحليل مفردات الاختيار .

وبعد ذلك يمكن أن تحدد مدى صعوبة مفردات الاختيار وذلك بتصفح نسخة من نسخ الاختبار عند مراجعة الطلاب لأوراقهم وعندما نشير إلى كل مفرده سل الطلاب الذين أجابوا على هذه المفردة بطريقة صحيحة أن يرفعوا أيديهم ثم أحصى عدد الطلاب الذين رفعوا أيديهم وسجل هذا العدد فى السنخة لا التى معك فستجد إن لك يعطى إشارة لصعوبة كل مفردة من مفردات الإختيار وسوف يساعدك ذلك على تعديل الاختيار واستخدامه إذا قمت بتدريس هذا البرنامج مرة ثانية ومن الأفضل أن تدرج عدداً كبيراً من المفردات التى يستطيع معظم الطلاب أن يجيبوا عليها بطريقة

صحيحة وعدد قليل من المفردات التى لايستطيع الطلاب حلها ويجب أن تختلف باق المفردات فى درجة صعوبتها .

وعند تحديد صعوبة كل مفردة من مفردات الإختيار يجب أن تحدد عدد الطلاب الذين أجابوا بطريقة غير صحيحة على المفردة واستعرض بعد ذلك الاختبار مفردة وساعد الطلاب على تصحيح أخطائهم وعلى حل التمارين التى لم يتمكنوا من حلها فى الاختبار ويمكن أن يساعدك الطلاب ويساعد بعضهم البعض فى تصحيح الأخطاء والتعرف عليها .

وإذا رأيت أن معظم الطلاب لم يجيبوا على مفردة بطريقة صحيحة فيجب عليك حينئذ أن تتوقف وتقدم بمراجعة المهارات والمفاهيم والمبادىء التى تقيسها المفردة وفى بعض الحالات قد تجد أن نسبة كبيرة من الطلاب حصلت على درجات ضعيفة فى الاختيار وقد تحتاج إلى أن تعيد تدريس المادة التعليمية الموجودة فى الإختيار وعلى الرغم من أن ذلك قد يكون عديم الجدوى لأنك تعيد المادة القديمة وتضيع الوقت إلّا أنه أفضل من الإنتقال إلى مادة جديدة مرة واحدة ولأن الهدف من التدريس يجب أن يكون تعلم الطلاب الموضوعات وليس مجرد تغطية مادة معينة ، فإنه من غير المقيد أن ننتقل إلى موضوع جديد بغض النظر عما إذا كان الطلاب يفهمون محتوى الرياضيات الموجود أم وإذا وجدت أن طرق التدريس بها غير فعالة بالنسبة لموضوع معين فيجب عليك أن تعدل استراتيجيبات التعليم والتعلم عند إعادة تدريس المادة التعليمية (المحتوى) .

تقويم فعالية التدريس

لقد قمنا بشرح أساليب تقويم فعالية التدريس فى ضوء تعلم الطلاب وسلوك المدرس وذلك فى فصول متعددة من هذا الكتاب وعلى وجه الخصوص فإن الفصُول ٢ ، ٥ ، ٦ وهذا الفصل يحتوى على عدد محدد من الطرق التى يمكن أن يستخدمها مدرسو الرياضيات لتقويم فعالية تدريسهم وبصورة عامة فإنه ينبغى على المدرسين أن يقوموا استراتيجيات تدريسهم لكن يتوصلوا إلى نتائج عن أثر طرفهم وعلى نتائج التعلم لدى الطلاب ولكن يحسنوا من استراتيجيات التدريس حتى يزيدوا من تحقيق الأهداف التعليمية لكل طالب من طلابهم وبالإضافة إلى التقويم الذاتى من قبل معلمى الرياضيات فهناك تقويم استشارى عن طريق المعلمين الآخرين بالمدرسة ، وإدارة المدرسة ، وأولياء الأمور والأهم من ذلك التقويم من خلال طلابهم وفى هذا الجزء سوف نقدم نموذجاً عاماً لتقويم العملية التعليمية هذا النموذج قد بنى من خلال كتابات جانبيه وبريجد ١٩٧٤ فى كتابهم أساسيات التصميم التعليمى وسوف نتناول بعض الأساليب الفرعية التى يجب أن يستخدمها معلموا الرياضيات بالمرحلة الثانوية لتقويم فعالية استراتيجية التدريس المستخدمة فى فصولهم .

ثامنا : نموذج عام لتقويم التدريس

يشتمل هذا النموذج من التقويم العام على نمطين من التقويم هما التقويم الشكلى والتقويم الكمى كما تشمل على أربعة متغيرات مرتبطة بالتعلم وهما المتغيرات الخاصة بالمتغيرات التعليمية وعملية التدريس والتدعيم ومتغيرات القدرة . وفيما يلى ملخص للنموذج :

١ - أنماط التقويم (أ) التقويم الشكلى (ب) التقويم الكمى ٢ - المتغيرات الواجب أن تأخذها فى الاعتبار عند التقويم .

أ - متغيرات خاصة بالناتج المتعلمى
ب - المتغيرات الخاصة بالعملية التعليمية (عملية التدريس)
جـ - متغيرات خاصة بالتدعيم .
د - متغيرات القدره .

التقويم الشكلى

يحدث التقويم الشكلى للتدريس أثناء عملية التعليم والتعلم وينفذ عادة عند تطوير استراتيجيات جديدة فى التعليم والتعلم وأيضا عند تطوير برامج أو وحدات دراسية جديدة وعند استخدام هذه الاستراتيجيات والبرامج فى برنامج للرياضيات . ويطلق على هذا النوع من التقويم « التقويم الشكلى » لأنه يستخدم أثناء تكوين « تشكيل » المداخل الخاصة بعملية التعليم والتعلم . والتقويم الشكلى عادة مايكون عملية مستمرة حيث يتم تقويم النتائج وتعديل الاجراءات كل يوم على حدة وفى هذا التقويم يتم تجريب الأفكار الجديدة وتقويمها مباشرة وبعد ذلك أما أن تقبل هذه الأفكار أو تعدل أو ترفض نهائياً وذلك طبقاً لنجاحها فى حجرة الدراسة . وفى الواقع فإن إجراءات التعليم والتعلم أو برامج الرياضيات يمكن أن تعرف وتكون بطريقة مفككة ويتم تطويرها وتقويمها أثناء استخدامها ولايستخدم التقويم الشكلى لموازنة برنامج بآخر .

ولكنه اجراء يتم على أساسة تطوير البرنامج التعليمى وتقويمه طبقاً لمعايير داخلية يمكن تعديلها مرات عديدة أثناء عملية التطوير .

التقويم الكمى

التقويم الكمى للتدريس يحدث لتقويم فعالية برنامج تعليمى معرف جيداً ، أو موازنة الفعالية النسبية لبرنامجين معرفين جيداً . ويستخدم لاستخلاص النتائج عن كيفية عمل البرنامج فى الحجرة الدراسية . ويطلق على هذا النمط « التقويم الكمى » لأنه يستخدم لتلخيص آثار مجموعة جديدة من الدروس وتقرير ما إذا كان البرنامج الجديد أفضل من البرنامج السابق أم لا وينفذ التقويم الكمى لبرنامج

ما بإستخدام تصميم بحثى به مجموعة محددة من أدوات التقويم لجمع وتحليل وتفسير النتائج وتم صياغة الأهداف التعليمية بطريقة محددة ثم يتم بعد ذلك تصميم طرق للتقويم الكمى لقياس الدرجة التى تحققت بها الأهداف من خلال البرنامج التعليمى .

وقد تناول « تيوكمان » Tuckman ١٩٧٢ فى كتابه « اجراء البحث التربوى » مجموعة من تصميمات البحوث لتنفيذ التقويمات الكمية للبرامج التعليمية .

وسوف يساعدنا المثال التالى على توضيح الفرق بين التقويم الشكلى والتقويم الكمى اذا أراد القائمون على النظام المدرسى أن يوازنوا بين آثار استخدام كتاب حديث فى الجبر على المدرسين والطلاب وآثار استخدام كتاب تقليدى مايمكن للمدرسين والاداريين أن يستخدموا تعميم التقويم الكمى . كما يمكن أن يلتحق نصف الطلاب فى الفصول التى تدرس الكتاب الحديث والنصف الآخر يلتحق بالفصول التى تدرس الكتاب التقليدى على أن يتم تقسيم الطلاب بطريقة عشوائية . يمكن بعد ذلك تطوير اختيارات فى الجبر واستبيانات لقياس الاتجاهات ثم تطبق على الطلاب لقياس دلالة الفروق بين المجموعتين فى درجات الاختيار ويمكن استخدام اختبارات احصائية لتقدير وتحديد دلالة الفروق فى الاتجاهات بين المجموعتين ولقياس الدرجة التى تغيرت بها الاتجاهات نحو الرياضيات داخل كل مجموعة على حدة ويمكن أيضاً اجراء مقابلات مع المدرسين لمعرفة آراؤهم فيما يختص بالبرنامجين . ومع هذا إذا غير النظام التعليمى كل كتب الجبر التقليدية واستخدموا كتب جديدة ففى هذه الحالة يمكن استخدام إجراء التقويم الشكلى للبرنامج المطور أثناء استخدام المدرسين لكتب الجبر الحديثة كما يمكن أن يحددوا بعض الموضوعات التى قد يتم وضعها بطريقة محددة للطلاب ويمكن بعد ذلك أن يزودوا الكتاب بأمثلة محسوسة للمفاهيم المجردة . ويمكن أن يلاحظوا أن الكتاب الجديد يؤكد كثيرا على مفاهيم ومبادىء بينما يهمل مهارات الجبر الأساسية وفى هذه الحالة يمكن عمل استمارات للتدريبات على مهارات الجبر يستخدمها الطلاب فى الواجب ويمكن أن يلاحظ المدرسون أن الطلاب يهتمون بالمدخل الحديث فى الجبر ويتحمسون لحصص الجبر والواجبات المنزلية .

وكلا النمطين - للتقويم الشكلى والكمى - يعتبرا مسائل صادقة ومفيدة لقياس فعالية تدريس البرامج الدراسية . ويستخدم مدرسو الرياضيات فى بعض المواقف خليطاً من الطريقتين لتقويم فعالية استراتيجيات التدريس الخاصة بهم .

ويمكن استخدام خليط من الطريقتين لتقويم متغيرات التدريس الأربعة وهى متغيرات الناتج التعليمى والعمليات وأنظمة التدعيم ومتغيرات قدرة الطلاب .

ومتغيرات الناتج التعليمى هى تلك المتغيرات التى تتأثر بالتدريس وهى عبارة عن مهارات المعرفة والتحصيل والاتجاهات وبعض القدرات التى يتم تعلمها فى المدارس وبالطبع فإن متغيرات الناتج التعليمى التى تعكس مايتم تدريسة وتعلمه فى المدارس ، تتأثر بمتغيرات التدريس الأخرى .

ومتغيرات العملية التعليمية هى تلك العوامل داخل البيئة التعليمية التى يمكن أن تؤثر على نتائج التعليم ومن بين المتغيرات الخاصة بالعملية طرق التدريس واجراءات تقويم الطلاب والواجب المنزلى

وأنشطة المعمل والأهداف التعليمية والمنهج الدراسى وكل الاجراءات التى يستخدمها المدرسون فى التدريس للتلاميذ. وهى تعتبر متغيرات خاصة بعملية التدريس ومتغيرات تدعيم التدريس هى المواد والموارد المستخدمة فى التعليم والتعلم وتشمل التسهيلات المادية فى حجرة الدراسة ومعمل الرياضيات ومكتبة المدرسة ومبنى المدرسة - يعتبر منزل الطالب والمجتمع ككل من الأمور المؤثرة على اتجاهات الطلاب نحو التعلم ومن المتغيرات الخاصة بالعملية التعليمية وعلى الرغم من أن متغيرات العملية ليست هى السبب فى تعلم الطالب مباشرة الا أن لها أثر ما على كم وكيف التعلم الذى حدث أما متغيرات الاستعداد فهى تلك القدرات الموروثة لدى الطلاب التى تؤثر على التعلم فى المدارس فالاستعداد العام والمهارات المعرفية لدى الطالب تؤثر على تعلمه للرياضيات فى المدارس والمتغيرات مثل قيم الطلاب وتعلمهم السابق فى المدارس والحالة الاجتماعية والاقتصادية للأسرة على الرغم من أنها ليست متغيرات للاستعداد الا أنها ترتبط ارتباطاً مباشراً مع الاستعدادات لتعلم الرياضيات .

أساليب تقويم التدريس

التقويم الذاتى : يكون المدرسون فى وضع ملائم لتقويم فعالية التدريس نتيجة لتعليمهم وخبرتهم وتدريبهم وتفاعلهم مع الطلاب فى حجرات الدراسة وعلى كل مدرس أن يقوم بطريقة منظمة كل فترة النتائج والعمليات والموارد المساعدة واستعدادات الطلاب والتى تعتبر جزء من عملية التعليم والتعلم .

والطريقة الأكثر وضوحاً لتقويم نتائج التدريس هى تقويم واختبار استعدادات وتحصيل الطالب وقد أوردنا فيما سبق مجموعة اساليب لتقويم نتائج التعلم فى الفصل الذى تناول اختبار وتصنيف الطلاب .

تقويم نتائج التعلم

١ - هل يفهم الطلاب الرياضيات ويميلون اليها نتيجة لما قمت به من تدريس .
٢ - هل تؤدى الطرق التى يستخدمها فى التدريس إلى أن ينظر الطلاب للرياضيات على أنها مادة شيقة ومفيدة .
٣ - هل يقدر الطلاب على تطبيق الرياضيات خارج المدرسة وفى المواد الدراسية الأخرى .
٤ - هل يصر الطلاب على محاولة حل التدريبات الرياضية وحل المشكلات أم يستسلمون عند فشلهم فى الحل للمشكلات مباشرة .
٥ - هل تمنع اتجاهاتك وأعمالك فى حجرة الدراسة بعض المشكلات الخاصة بالنظام .
٦ - هل ينشغل الطلاب بالأنشطة الرياضية خارج المنهج مثل قراءة الكتب عن الرياضيات والمشاركة فى نادى الرياضيات فى المدرسة .
٧ - هل يستمر بعض الطلاب « أو أى منهم » فى دراسة الرياضيات فى الجامعة .

٨ – هل يريد أى من الطلاب « طلابك » أى يصبح مدرسى رياضيات أو هل يقوم بعض طلابك السابقين لتدريس الرياضيات الآن فى المدارس ؟

وعلى الرغم من أن نتائج التدريس هى العوامل الأكثر أهمية فى عملية التعليم/ التعلم الا أن عملية التدريس أيضا تعتبر متغيراً هاماً لأن لها أثر كبيراً على النتائج ويمكن أستخدام مقررات القائمة التالية لتقويم المتغيرات الخاصة بعملية التدريس .

تقويم المتغيرات الخاصة بعملية التدريس

١ – هل يعرف طلابى أهداف كل درس أقوم بتدريسة ؟
٢ – هل يعرف الطلاب لماذا يدرس الموضوع وتطبيقاته ؟
٣ – هل أشرك الطلاب فى وضع الأهداف التعليمية ؟
٤ – هل أعطى أهمية خاصة لتخطيط الدرس ؟
٥ – هل أعلم الطلاب كيفية قراءة ومذاكرة كتب الرياضيات ؟
٦ – هل أستخدم مجموعة من الاستراتيجيات قبل التقويم للتأكد من أن الطلاب قد فهموا المادةالرياضية لكل موضوع جديد ؟
٧ – هل أستخدم نماذج متنوعة للتعليم والتعلم ؟
٨ – هل أستخدم استراتيجيات تدريس ملائمة لتحقيق الأهداف ؟
٩ – هل استخدم طرقاً عديدة للتقويم البعدى لتقويم التعلم ؟
١٠ –هل أقوم بتقويم طرق التدريس كل فترة ؟
١١ –هل أعطى واجبات منزلية مفيدة وشيقة ؟
١٢ –هل أشغل التلاميذ وأشركهم فى أنشطة معملية محسوسة لتعلم الرياضيات ؟
١٣ –هل استخدم استراتيجيات أسئلة فعالة ؟
١٤ –هل أشجع الطلاب على أن يدخلوا فى الرياضيات وأن يسألوا ويناقشوا ؟
١٥ –هل أشجع الأنشطة المعرفية عالية المستوى مثل التقويم وحل المشكلات ؟
١٦ –هل أقوم بتدريس حقائق مفيده ومهارات هامة ؟
١٧ –هل استخدم طرق قراءة ملائمة ومتناسقة ؟
١٨ –هل تتفق الاختبارات مع الأهداف التعليمية ؟
١٩ –هل أضع لمعرفة كل طالب من طلابى جيداً ؟
٢٠ –هل أنا قادر على خلق بيئة تعليمية « بيئة تعلم » فى حجرة الدراسة ؟
٢١ –هل أعالج مشاكل النظام بطريقة عقلانية وبفعاليه ؟
٢٢ –هل أضع نقطة لتعلم الأفكار الجديدة عن الرياضيات وعن الطرق الجديدة لتدريس الرياضيات ؟
٢٣ –هل يستطيع طلابى العمل بفعالية بمفردهم دون مساعدة أحد ؟
٢٤ –هل يستطيع طلابى العمل فى مجموعات ؟

٢٥ -هل أتوقع مشاكل التعلم المحتملة ؟
٢٦ -هل أكون قادراً على حل صعوبات التعلم لدى الطلاب ؟
٢٧ -هل أعلم الطلاب كيفية تقويم تقدم التعلم لديهم ؟
٢٨ -هل أنا قادر على معالجة المشاكل الادارية الروتينية بطريقة فعالة وكافية ؟
٢٩ -هل أستطيع العمل بطريقة فعالة مع المدرسين الآخرين ؟
٣٠ -هل أستطيع أن أتعامل بطريقة فعالة مع مديرى المدارس ؟
٣١ - هل أستطيع العمل مع الآباء والاشخاص الآخرين فى المجتمع لتحسين قدرات فى تدريس الرياضيات .

ومن المهم بالنسبة للمدرسين لتقويم واستخدام مواد التعليم والتعلم والموارد والمعدات والاشخاص المساعدين المتعلقة بذلك . ويمكن استخدام المفردات الآتية كمرشد لتقويم تدعيم التعليم .

تقويم متغيرات تدعيم التعليم :

١ - هل تستخدم مجموعة من مواد تعليمية فى حجرة الدراسة ؟
٢ - هل لديك موارد سمعية بصرية مثل أشرطة التسجيل وأجهزة العرض المختلفة والأفلام ؟
٣ - هل لديك معمل رياضيات أو مواد معملية للاستخدام فى حجرة الدراسة ؟
٤ - هل المواد التعليمية التى تستخدمها كافية لتحقيق الأهداف ؟
٥ - هل نستطيع تحديد الأهداف التعليمية التى يمكن تحقيقها عن طريق استخدام كل مورد ؟
٦ - هل تجيد استخدام الآلة الكاتبة وآلات التصوير ؟
٧ - هل تمدك المدرسة بالامدادات الكافية من الورق وأدوات الرسم ومواده وتوفر لك أماكن الاعلان والصيغ وغيرها ؟
٨ - هل يوجد بالمدرسة معمل رياضيات ؟
٩ - هل يوجد بالمدرسة مستشار وأخصائى نفسى أو أخصائيون اخرون لمساعدة الطلاب لحل صعاب التعلم ؟
١٠ -هل هناك أية مؤسسات اجتماعية أو آية موارد أخرى تستطيع أن تستخدمها فى التدريس ؟
١١ -هل يعتبر الجهاز الادارى فى المدرسة فعالاً فى تدعيم عملية التدريس عن طريق برامج تدريبالمدرسين أثناء الخدمة ؟
١٢ -هل تواصل الدراسة كلية أو جامعة لتنفيذ دراسات التخرج فى الرياضيات ؟
١٣ -هل هناك فصل دراسى واسع وجذاب لتدريس الرياضيات ؟
١٤ -هل هناك اجراء محدد للحصول على موارد التدريس ؟
١٥ -هل تأخذ طلابك لزيارات ميدانية أو تدعو الضيوف للتحدث فى حجرة الدراسة اليهم ؟

إن تقويم الاستعداد العام لتعلم الرياضيات ليس عادة المسئولية الأولى للمدرسين فقد ترى مثلاً أن التلاميذ قد طبقت عليهم اختبارات الذكاء واختبارات الاستعدادات واختبارات التحصيل الرياضى وأن درجاتهم فى هذه الاختبارات توجد فى سجل فى المدرسة ويجب أن تستخدم أيضاً تعيينات الواجب المنزلى ، والعمل فى الفصل وصعوبات التعلم . وفيما يلى قائمة بالمقردات التى يمكن أن تستخدمها فى تقويم فعالية قياس استعدادات الطلاب .

تقويم استعدادات الطالب :

١ – هل تستخدم درجات اختبار الذكاء والاستعداد لمساعدتك فى تقويم مشكلات التعليم لدى الطلاب ؟

٢ –هل تقوم الواجب المنزلى للطلاب لقياس مدى استعدادهم لتعلم الرياضيات ؟

٣ –هل تستخدم الاختبارات التشخيصية لمساعدتك فى تحديد استعدادات الطلاب ؟

٤ –هل تصمم استراتيجيات تدريس على أساس تقويمك لقدرات التعلم لدى الطلاب ؟

٥ –هل تستخدم اشياء محسوسة لتقويم المفاهيم الجديدة والمبادىء الرياضية الحديثة ؟

٦ –هل تطبق مبادىء صحيحة طبقاً لنظرية لتحضير الدروس وتدريس الحصص ؟

٧ –هل تقوم قدرات الطلاب على قراءة وفهم كتب الرياضيات .

٨ –هل تلاحظ الطلاب أثناء الأنشطة داخل الفصل لكى تحدد مشاكل التعلم ؟

٩ –هل تحاول تحديدا استعدادات تعلم محددة تسبب مشكلات الطالب فى تعلم موضوع رياضيات ؟

تقويم الطالب للتدريس :

يمكن أن يساعدك طلابك فى تقويم فعالية طرق التدريس ويمكن أن يستخدم فى هذا المجال مؤتمرات خاصة مع الطلاب كل على حدة أو المناقشات داخل الفصل أو الأستبيانات لمساعدتك فى تقويم فعالية التدريس وعندما تطلب من الطالب أن يملأ الاستبيان يجب ألا تسمح لهم بكتابة أسمائهم على الاستبيان لأنه أذا كانت الاسنجابات بدون اسم فإن الطلاب سيكونون اكثر رغبة فى المشاركة وابداء الرأى وملء الاستبيانات بحرية أكثر وبعد تسجيل استجابات الطلاب فى الاستبيانات وتحديد الانتقادات المحددة لطرق التدريس يجب أن تناقش نتائجك مع الفصل ويمكن أن نلاحظ أن للطلاب آراء متعارضة عن طول وقصر طرق التدريس ويمكنك أن تصفى هذه التناقضات عن طريق مجموعات المناقشة .

ولكى تكون الاستجابات غير فردية يجب أن تصيغ الأسئلة بطريقة جيدة بحيث تطلب من الطلاب تقويم الاجراءات والمواقف وليس الأشخاص وعلى سبيل المثال السؤال هل تعتقد أن طريقة التدريس التى يتبعها المدرس فعالة فى مساعدتك على تعلم الرياضيات ؟ وذلك أفضل من السؤال الذى يقول « هل تعتقد أن المدرس الذى يعلمك جيد الأداء ؟

والاستبيان التالى يحتوى على مفردات مفيدة لك فى تقويم فعالية طرق التدريس .

استبيان تقويم البرنامج :

التعليمات

من فضلك رتب من حيث الأهمية برنامج الرياضيات الآتى طبقاً للمفردات الآتيه . وضع دائرة على الرقم الذى يمثل تقديرك لكل مفردة . ضع دائرة على رقم (١) اذا كان رأيك إن البرنامج ضعيف جداً ؟ وضع دائرة على رقم (٢) إذا كان البرنامج مقبولاً ، وضع دائرة على رقم (٣) إذا كان البرنامج متوسطاً ، وضع دائرة على رقم (٤) إذا كان البرنامج جيداً ، وضع دائرة على رقم (٥) إذا كان البرنامج متميزاً فى الفقرة ١ ٢ ٣ ٤ ٥

(١) تم تقويم الأفكار الرياضية بوضوح وبطريقة مفهومة .

(٢) إن الأمثلة واللعب والنماذج والأنشطة الدراسية قد وضحت الأفكار الموجودة فى البرنامج .

(٣) إن تعيينات الواجب المنزلى كانت مفيدة فى تعلم موضوعات الرياضيات .

(٤) إننى أعرف ماهو مفروض أن أتعلم وسبب تعلمه وأستطيع أن أستخدم الذى تعلمته .

(٥) أننى مهتم بتعلم الرياضيات التى تدرس فى البرنامج .

(٦) تم احترام ومناقشة آراء وأسئلة كل طالب فى الفصل .

(٧) لقد (آثار) البرنامج تفكيرى فى الرياضيات

(٨) إن البرنامج تم تنظيمة جيداً

(٩) كانت الإختبارات عادلة

(١٠) نظام اعطاء الدرجات عادل ولايستعصى على الفهم

(١١) كانت فصول الكتاب تحتوى على معلومات جيدة ومفيدة [كانت هناك معلومات جديدة فى الفصول الدراسية] .

(١٢) كانت الحصص الدراسية فى الفصل تثير الابتكارية والمبادأة من فضلك أجب عن الثلاثة أسئلة الآتية : —

(١) مالأشياء التى تحبها أكثر فى هذا البرنامج ؟

(٢) مالأشياء التى تحبها أقل فى هذا البرنامج ؟

(٣) هل لديك تعليقات أخرى على هذا البرنامج ؟

التقويم عن طريق مديرى المدارس :

إن إحدى مسئوليات المدير فى معظم المدارس هى تقويم كل مدرس وفى كل نظام مدرسى بطاقات لتقويم المدرسين ، وكل النظار يرسلون تقارير عن تقويم المدرسين إلى مديرياتهم وفى بعض المدارس

نجد أن القائمين على المنهج يقومون بتقويم مدرسى الرياضيات ويقدموا عنهم تقريراً يتضمن تقويمهم وكذلك يفعلون مع المديرين .

وبغض النظر عما يقوم به المدير من تقويم المدرس فإنه يقدم تقريراً عن المدرسين ويعقد المؤتمرات معهم ويقدم هذه التقارير بناء على ملاحظة المدرس أو المرور على المدرسة أثناء التدريس داخل الفصل .

وتطلب كثير من أجهزة الدولة التربوية تقويماً مكتوباً كل فترة عن كل المدرسين . ويمكن أن يقوم المدرسون المقيدون كل شهر .

تطوير وحفظ بيئة تعليمية فعالة :

عندما تقبل وظيفة فى منطقة تعليمية يجب أن تنافش الاجراءات المحددة المستخدمه لتقويم المدرسين مع المدير والمدرسين الآخرين كما يجب أن تطلب نسخة تقويم من المدير لكى تعرف المتغيرات التى ستقوم بتدريسها .

دور الآباء فى تقويم التدريس :

يمكن أن نشرك الآباء فى المجهودات التى تقوم بها لتقويم وتطوير طرق التدريس وإذا كان الأمر كذلك فإنك ستجد أن معظم الآباء يستوعبون الأنشطة محاولين بذلك إيجاد مدرسين أفضل وسيكونون أكثر تعاوناً ومساعدة . ويجب أن تحضر الاجتماعات المشتركة بين المدرسين والآباء ومناقشة التعليم والتعلم مع الآباء ويمكن أن تستخدم الأيام الدراسية المفتوحة واجتماعات الأباء المسائية لاشراك الأباء فى عملية التقويم ويعتقد بعض المدرسين أنهم يستطيعون اشراك الآباء فى التقويم بإرسال الاستبينان لكل أب من الآباء مرة أو مرتين كل عام . ويمكن أن تتعد استبياناً مثل الاستبيان الآتى وترسله بالبريد ولمساعدتك فى تقويم فعالية التدريس .

استبيان الآباء لتحسين التدريس :

عزيزى ....

كجزء من المجهودات التى أقوم بها لتقويم فعالية التدريس الذى أقوم به ولكى تساعد الطلاب على تعلم الرياضيات والاستمتاع بها فإننى أقدر مساعدتك فهل نستطيع التكرم بالإجابة على هذه الأسئلة وارسالها إلى . إن تعليقاتك ستكون محل ثقة ومفيدة وستساعد مع تعليقات الآباء الآخرين على مساعدات على إيجاد طرق لمساعدة الطلاب لتحسين معرفتهم وفهمهم للرياضيات .

–هل ترى أن الواجبات المنزلية التى يقوم بها ابنك أو أبنتك فى المنزل تساعد على تعلم الرياضيات ؟

–هل تعتقد أن الكتاب الذى يستخدم ابنك أو أبنتك فى الرياضيات كتاب جيد ؟ وهل لديك أى تعليقات محددة عن المادة العلمية التى فى الكتاب ؟

–هل تعتقد أن المادة العلمية التى يتعلمها ابنك أو ابنتك فى برنامج الرياضيات ستكون مفيدة له بعد التخرج من المدرسة ؟

– هل لديك طرق معينة لتطوير برنامج الرياضيات ؟

– من فضلك أذكر تعليقاتك أو أقتراحاتك التى تساعدنا على خدمة ابنك وابنتك ؟

كما رأيت المناقشة السابقة لتقويم فعالية التدريس ، فإن التقويم يشمل اناساً كثيرين ويشتمل على مجموعة من الأنشطة كما انه عملية مستمرة . وتقويم التدريس جزء هام من عملية التدريس وكل مدرسى الرياضيات يجب أن يستخدموا مجموعة من الاجراءات لتقويم فعالية تدريسهم ؟

تمارين

١ –اختر كتابين رياضيات (طبعة حديثة) وقم بتقويمها مستخدماً المعايير (٧٢) الموجودة فى هذا الفصل . إجب عن هذه الأسئلة (٧٢) وعلق على اجابتك كلما أمكن . وبعد الأنتهاء من عملية التقويم أكتب تقويماً عام للكتاب مع توصياتك لاستخدامه فى برنامج الرياضيات .

٢ – تخير كتابين مستخدمين فى برنامج رياضيات وقومهما بناء على المعايير الموجودة فى هذا الفصل (٧٢) وأية معايير أخرى ملائمة وقدر بعد ذلك أيهما أفضل واكتب توصياتك عن استخدام أى كتاب فى تدريس الرياضيات ؟

٣ – أختر برنامج رياضيات فى المرحلة الثانوية واكتب معايير محددة يمكن أستخدامها لتقويم الكتب المستخدمه ويمكن أن تستخدم المعايير الموجودة فى هذا الفصل كمرشد لك عند كتابة معاييرك .

٤ – كون قائمة بالمواد التى وجدتها والتى يمكن أن يستخدمها مدرس الرياضيات . وضع أسم وعنوان الناشر فى كل مصدر وسعر كل نسخة واكتب لخمس شركات تقوم بتوزيع هذه النسخ وأطلب منهم نسخة من الفهرس الخاص بالمواد المتعلقة بتدريس الرياضيات .

٥ – أختر موضوعاً من الحساب ، الجبر والهندسة وحساب المثلثات ووازن بينهم فى واجب منزلى جيد لطلاب المرحلة الثانوية الذين يدرسون نفس الموضوع المختار ويجب أن يشمل ذلك :

أ – الهدف من كل واجب .
ب –توضيح لما يجب أن يفعله الطلاب .
جـ –اجراءات عمل الواجب .
د – الوقت اللازم لإتمام الواجب .
ه – الصعاب التى تتوقعها عند اداء الواجب .
و – اعتبارات هامة عند القيام بالواجب .

٦ - اكتب تقريراً ملخصاً نذكر ونناقش فيه أسباب اعطاء الواجب المنزلى والنتائج التى تحدث عند قيام الطلاب بأداء الواجب ، والاجراءات التى تستخدم لزيادة دافعية الطلاب لعمل الواجب والاستراتيجيات المتبعة عند تقرير درجات الطلاب .

٧ - ضع قائمة تتضمن حوالى ١٠ أهداف تعليمية يمكن تحقيقها بإستخدام طريقة التساؤل فى حصة الرياضيات .

٨ - ناقش مميزات استخدام استراتيجيات التساؤل فى الرياضيات داخل الفصل والمشكلات التى تنشأ نتيجة استخدام أسئلة ليست على المستوى . إذا سألنا طالبا ضعيفاً أو اذا استخدمنا استراتيجيات خاطئة .

٩ - اختر موضوعاً دراسياً فى الجبر أو الهندسة أو حساب المثلثات ووضح كيف تعالج هذا الموضوع بإستخدام طريقة التساؤل فى الفصل . وارصد الأهداف الوجدانية والمعرفية التى يمكن تحقيقها عن طريق طريقة التساؤل واعد قائمة من الأسئلة مع الاستجابات المتوقعة من الطلاب والتى يمكن استخدامها فى تدريس كل موضوع .

١٠ - فى الجزء الخاص بتشخيص وحل مشكلات التعلم تحت مناقشة ثمانية انماط من صعوبات التعلم هى مشكلات الحواس ، الضعف العقلى ، والمشكلات العاطفية ، وتقص الدافعية ، والعيوب الثقافية ، والمشكلات الاجتماعية ومشكلات القراءة ومشكلات داخل النظام التربوى . اختر بعضاً من هذه الأنماط واعمل الآتى :

أ - دون سلوك الطلاب بالنسبة لكل مشكلة ذلك الذى يمكن أن يشير إلى أن الطالب يمكن أن يعانى منها .

ب - ناقش الأسباب الممكنة لكل المشكلات التعليمية التى اخترتها .

جـ - ناقش الأساليب التى يمكن أن تستخدمها فى تشخيص الاستخدامات المحددة لكل صعوبة من صعوبات التعلم .

د - اقترح إجراءات يمكن أن يستخدمها كمدرس رياضيات بالاشتراك مع مدرسى الرياضيات الآخرين فى حل كل مشكلة من مشكلات التعلم .

١١ - فكر فى مجموعة من صعوبات التعلم التى يمكن أن تواجه الطالب فى فصل الرياضيات والتى قد

لاتكون موجودة تحت أى عنصر من العناصر العشرة (السابقه الذكر) وإذا كان الأمر كذلك فأذكر الصعوبة وناقش كيف سيسلك تجاه المشكلة ، وكيف يمكن تشخيصها ؟ وم الإجراءات اللازمة لعلاجها ؟

١٢ – قدم قائمة من الاستراتيجيات ، والأنشطة ، السلوكيات ، .... الخ التى يمكن استخدامها مع طلابك لكى تقلل من حدوث المشكلات فى حجرة دراسة الرياضيات .

١٣ – قدم الأسباب الممكنة (لكل من المعلم المتمركز والطالب المتمركز) لمشكلات نظام حجرة الدراسة واقترح طرقاً يمكن زيادة فعالية التدريس من خلالها .

١٤ – قائمة من ٢٧ أمر بأفعل ، و٢٧ نهى ب لاتفعل لترتيب مشكلات النظام المدرسى معطاة فى صفحات ٤١٩ ، ٤٢٠ اقترح سبباً أو مجموعة من الأسباب تكمن وراء الأمر بأفعل والنهى ولاتفعل وتعد أسلوباً ملائماً لتجنب حدوث مشكلات النظام فى حجرة الدراسة .

١٥ – ضع قائمة من الاستراتيجيات الفعالة وغير الفعالة التى تتعلق بضبط مشكلات النظام عند حدوثها .

اشرح لماذا تعد الاستراتيجيات الفعالة استراتيجيات جيدة ؟ وكيف تساعد كل منها على تخطى مشكلات النظام المدرسى ؟ وما العيوب النوعية التى يمكن أن تحدث عندما تستخدم أسلوباً أقل رغبة فيه لتعويد الطلاب على النظام ؟ وهل هناك أى من مواقف التى يمكن استخدام هذه الأساليب التى لاترغب فيها كثيراً من خلالها ؟

١٦ – ضع قائمة وناقش أسباب اعطاء الاختيارات للطلاب الذين يمكنهم دراسة الرياضيات فى المدرسة الثانوية ؟

١٧ – اذكر الأنواع المختلفة لاختبارات الرياضيات وناقش استخدام وعيوب ومميزات كل نوع من هذه الأنواع ؟

١٨ – استخدم المصقوقة المشار اليها فى الشكل كوسيلة لكتابة إختبار فى الرياضيات لاستخدامه فى مقرر معين من مقررات الرياضيات بالزحلة الثانوية .

١٩ – عرف كل من متغيرات التعليم التالية وضع مثالاً لكل منها : –

متغيرات النواتج

متغيرات العمليات

المتغيرات المدعمة

متغيرات الاستعدادات

٢٠ – ادرس قائمة لتقويم مخرجات التعليم ، وعمليات التعليم ، فى هذا الفصل من الكتاب ثم ادرس هذه القوائم الأربعة وفكر فى مفردات عديدة اضافية لتوضع فى القائمة ؟

٢١ - استخدم مقياس « تقويم الطالب للمقرر » الموجود فى هذا الفصل كمرشد لتنمية أداة خاصة لطلابك نحو التقويم .

٢٢ - ضع استفتاء الآباء من أجل التطور التدريسى الموجود فى هذا الفصل ثم استخدم هذا الاستفتاء كنموذج ، صمم كمقياس للوالدين نحو تطوير عملية التدريس ويمكن استخدامه من قبل الطلاب لرفع مستواهم فى الرياضيات .

تمارين وأنشطة

١ - تحى أحد كتب الرياضيات المقرر بالمرحلة الثانوية وقومة فى ضوء المعايير الوارد فى هذاالفصل .

٢ - تخير موضوعات فى كل من الجبر والهندسة وحساب المثلثات المقررة بالمرحلة الثانوية ثم أعد واجبا منزليا لكل منها بحيث يتضمن ذلك أهداف الواجب المنزلى - المطلوب من الطالب عمله - الزمن الذى تراه مناسب لاستكمال الواجب - الصعوبات المتوقع ن يواجهها بعض الطلاب أثناء قيامهم بهذا الواجب .

٣ - ناقش كلا من الآتى :

(أ)أسباب إعطاء واجبات منزلية للطلاب .

(ب) المشكلات التى قد تحدث عند تكليف بالقيام بواجبات منزلية

(ج) الاجراءات التى يمكن استخدامها لاثارة دافعية الطلاب للقيام بالواجبات المنزلية

(د) الاستراتيجيات الممكن استخدامها فى تصحيح وتقويم أداء الطلاب فى الواجبات المنزلية

ضع عشرة أهداف لتعلم الرياضيات يمكن تحقيقها من خلال استراتيجية القاء الأسئلة

٥ - ناقش استخدام اتسراتيجية القاء الأسئلة فى حصص الرياضيات . والمشكلات التى قد تنشأ عن استخدام أسئلة ضعيفة أو أسئلة غير مناسبة

٦ - ضع قائمة بالإستراتيجيات ، والأنشطة ، والسلوكيات ، ..... الخ التى يمكن إستخدامها مع طلابك كى تتجنب مشكلات النظام فى حجرة الدراسة .

٧ - ناقش أسباب إعطاء إختبارات لطلابك الذين يدرسون الرياضيات .

٨ - إذكر الأنواع المختلفة لإختبارات الرياضيات ، وناقش أستخدامات ومميزات وعيوب كل نوع من هذه الأنواع .

٩ - عرف كل مايأتى وأعط أمثلة لكل منها :

أ - متغيرات المخرجات

ب - متغيرات العملية

ج - متغيرات الدعم

د - متغيرات الاستعداد

الفصل الرابع

تدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين

- **تدريس الرياضيات للطلاب بطيىء التعلم**
  - سمات وحاجات الطلاب بطيىء التعلم
  - الصعوبات المعرفية الخاصة بالطلاب بطيىء التعلم .
  - الصعوبات الاجتماعية والوجدانية والدافعية لبطيىء التعلم .
  - الحاجات الخاصة لبطيىء التعلم .
- **استراتيجيات التعليم والتعلم للطلاب المتأخرين**
  - المنظمات المتقدمه .
  - التعلم بالاكتشاف .
  - الألعاب
  - تفريد التعلم .
  - التدريس الحلازونى .
  - البرهنـــة .
  - حل المشكلات .
  - المعامل الرياضية .
  - التعلم بالاستقصاء .
  - الأنشطة الجمعية .
  - التعلم المزود بالكمبيوتر .
- **القدرة القرائية فى تعلم الرياضيات**
  - تعلم القراءة ومهارات الدراسة .
  - طبيعة قراءة الرياضيات .
  - عمليات قراءة الرياضيات .
  - إثارة دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات .
  - قياس القدرة القرائية فى الرياضيات .
- **التدريس للطلاب الموهوبين رياضياً (فى الرياضيات)**
  - سمات الطلاب الموهوبين .
  - السمات الجسمية والإجتماعية للموهوبين .
  - حاجات الطلاب الموهوبين .
  - أنشطة التعليم / التعلم للطلاب الموهوبين .
  - برامج ومواد للتدريس للموهوبين .

تمارين وأنشطة

تدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين

Teaching Exceptional Students

لقد ظلت كثير من المدارس لعدة سنوات تمنح أجزاء خاصة من برامج الرياضيات لطلاب لديهم صعوبات أعلى من متوسط الصعوبة فى تعلّم الرياضيات . فهؤلاء الطلاب ، الذين يظهرون ـــ كمجموعة ـــ عديداً من المشكلات فى تعلم الرياضيات ، عادة ما يتم تصنيفهم على أنهم متأخرو التحصيل Underachievers أو منخفضوا التحصيل Low Achievers أو بطيئو التعلم Slow Learners ففى الرياضيات ، أصبح مصطلح بطيىء التعلم يستخدم ليحدد تلك المجموعة الكبيرة من الدارسين (الطلاب) الذين يتعلمون الرياضيات بالسرعة التى يتوقعوها لفهم النظام المدرسى والمعلمين .

وأحدث من ذلك ، فهناك عدد متزايد من الأنظمة المدرسية تعطى برنامج خاص فى الرياضيات للطلاب الذين يظهرون قدرة رياضية متميزة . فهؤلاء الطلاب يتعلمون الرياضيات أسرع كثيرا من الطلاب الآخرين فى الفصول وقد يكون لديهم إهتمام لا بأس به بالرياضيات . فالطلاب الذين يتمتعون بمواهب خاصة لمواد دراسية يشار إليهم عادة بأنهم طلاب موهوبون Gifted Students وحيث أن أحد أهداف نظامنا التربوى هو إعطاء الفرد الفرصة لينمى مواهبه الإبتكارية وقدراته الفكرية للحد الأقصى فإن كثيراً من أقسام الدولة والجمعيات التربوية توصى ببرامج خاصة للطلاب ذوى الحالات الخاصة . وبهذا ينتظم الطلاب بطيئو التعلم فى برامج دراسية ملائمة مصممة لتفى بحاجاتهم التربوية الخاصة ويمنح الطلاب الموهوبون برامج خاصة لتنمية قدراتهم الخاصة لأقصى حد . فمن الناحية المثالية يجب الا تعطى المدارس نفس التعليم لكل الطلاب ولكنها يجب أن تعطى كل طالب الفرصة ليتعلم بقدر الإمكان . طبقا لمعدل تعلمه ففى تدريس الرياضيات ، لا نستطيع أن نقفل كلًا من حاجات الطلاب بطيىء التعلم أو متطلبات (حاجات) الطلاب الموهوبين فى الرياضيات .

تدريس الرياضيات للطلاب بطيئ التعلم

من المحتمل أن تكون السمة المميزة للطالب ذى القدرة الجيدة الخاصة فى الرياضيات (الطالب الموهوب) وبين الطالب ذى القدرة المنخفضة (الطالب بطيىء التعلم) هى السرعة التى يستطيع بها هؤلاء الطلاب أن يتعلموا الرياضيات . فبينما كل الناس تقريبا ينمون بالفعل القدرات العقلية ليتعلموا كثيرا من البرامج الدراسية فى الرياضيات أثناء المراحل المتقدمة من نموهم الفكرى ، إلا أنه يوجد تباين لا بأس به بين الطلاب فى المعدل الذى يستطيعون به إتقان (السيطرة على) مهارات ومفاهيم ومبادىء (أسس) الرياضيات وعلى الرغم من أن عدداً من بطيىء التعلم قد يكونون غير قادرين على تعلم الرياضيات لأن لديهم معوقات فكرية أو مشكلات نفسية ، إلّا أن معظم الطلاب بطيىء التعلم متأخرون فى المادة لأنهم (لأسباب متعدده) عاجزون عن تعلم المادة الجديدة بالمعدل الذى يقدمها به المعلم فمعظم المعلمين يميلون إلى تقديم المادة بحيث يستطيع أن يتقنها أعلى ٦٠٪ إلى ٧٠٪ من طلاب الفصل على نحو جيد (معقول) ولذلك فإننا نرى أن مصطلح « بطيىء التعلم » يصف أولئك الطلاب المتأخرين فى الرياضيات لأنهم يتعلمون فى الواقع بدرجة أكثر بطأً من معظم زملائهم فى الفصل .

وفى هذا الفصل سنناقش بعض السمات والحاجات الخاصة بالطلاب بطيىء التعلم ، وسنقترح طرقا لإيجاد بيئة ملائمة يمكن لهؤلاء الطلاب أن يتعلموا فيها الرياضيات ، وسنعرض لنماذج واستراتيجيات التدريس / التعلم الأكثر ملاءمة لمساعدة الطلاب بطيىء التعلم على تعلم الرياضيات .

سمات وحاجات الطلاب بطيئ التعلم

فى كتابه لمقال بعنوان « بطيئو التعلم فى الرياضيات » ، فى الكتاب السنوى للمجلس القومى لمعلمى الرياضيات ، يقول ريتشارد شولز Richard Schul عن محاولات وصف بطيىء التعلم :

منخفضوا التحصيل ، متأخرو التحصيل ، غير مميزين تربويا ، محرومون ثقافيا ، مضطربون عاطفيا (من الناحية الانفعالية) ، بعض التربوين يطلقون هذه المسميات على الأطفال والمراهقين وأيا كان المصطلح المستخدم ، فليس هناك شاهد (دليل) واضح بحيث يمكن تصنيف البشر بمثل هذه الدرجة من الدقة ، ولقد تم تعريف بطيىء التعلم على نحو مختلف ، فى ضوء مدى أو نسبة معامل الذكاء والتحصيل الرياضى ، مستويات المعلمين ، ومستوى القراءة ، أو تركيبات متنوعة من هذه العوامل . فهم يظهرون ــ فى الواقع ــ قدرة عقلية أقل من المتوسط على أساس أحد هذه المعايير على الأقل ومن المحتمل أن يظهروا ضعفا رياضياً وهم بهذا يشتركون فى كثير من الأمور . ومع ذلك فبطيؤ التعلم ــ أيا كان التعريف ــ ليسوا سواء (متشابهين) . فكل واحد له مجموعة من نقاط القوة والضعف المنفردة الخاصة به ، ويشترك فى صفات واهتمامات ، وحاجات الآخرين ، على الرغم من تغيرها .

فبطيىء التعلم ، ليسوا أقل من الأفراد الآخرين ، هم أفراد متفردون . فكل واحد منهم له نقاط القوة والضعف الخاصة به ، وكل واحد يتحدى شيئاً مكرراً أو صفة يشترك فيها أفراد ومع ذلك فهم يتشابهون فى بعض النواحى؛ حيث من الشائع أن نجدهم ضعافا فى التوظيف الوجدانى وكذا التوظيف الوجدانى وكذا التوظيف المعرفى وفى الواقع ، إذا كان لبطيىء التعلم سمة يشتركون فيها ، فمن المحتمل أن تكون تلك الخاصة بصورة الذات (بالصورة الذاتية) الردئية فيما يتعلق بالرياضيات .

وبوجه عام ، فبطىء التعلم قد يكون متأخراً فى حصص الرياضيات نتيجة لأى مجموعة من صعوبات التعلم ، أو المشكلات الإجتماعية ، والعاطفية (الإنفعالية) والدافعية وسنقدم فى الفصل السابع بعض الأسباب الشائعة لصعوبات التعلم ، وقد تحتاج لمراجعة الجزء الخاص « بتشخيص وحل صعوبات التعلم قبل الإستمرار فى القراءة » .

الصعوبات المعرفية الخاصة بالطلاب بطيئ التعلم

كثير من بطيىء التعلم فى الرياضيات ، خاصة فى المدارس العليا غير ناضجين من الناحية العقلية بمعنى أنهم لم يمروا بعد بمرحلة النمو العقلى الذى يسمح لهم بالتفكير على نحو مجرد وإستخدام العمليات المنطقية الشكلية عند تعلم المفاهيم والأساسيات الرياضية . فمثل هؤلاء الطلاب يميلون إلى أن يجدوا صعوبة فى التعامل مع متغيرات عديدة فى آن واحد (على نحو متزامن) ، والذى يمثل نشاطاً هاماً فى تعلم الرياضيات فالطلاب الذين يستبدلون من مثال إلى مثال ومن حالة محددة إلى حالة محددة (خاصة) سوف يصادفون صعوبات عندما يطلب منهم أن يستخدموا الإستنتاج الإستقرائى Inductive Reasoning وأن يفهموا أساسيات (مبادىء) عامة ، شاملة ، وأن يستخدموا عمليات استنباطية Deductive Process فى تنمية اللوغاريتمات أو فى التحقق من الحدسيات Conjectures .

وكثير من بطيىء التعلم يفتقرون إلى القدرة على فهم المفاهيم والأساسيات عندما يتم تقديمها وشرحها على نحو مجرد أو رمزى . وحتى عندما يفهمون أفكاراً أو علاقات رياضية فإنهم يعجزون عن تطبيقها فى مواقف مختلفة إلى حد ما . فمثل هؤلاء الطلاب قد يكونون غير قادرين أيضا على تحويل الحقائق والمهارات الرياضية التى تعلموها فى موقف ما إلى موقف جديد أقل ألفة بالنسبة لهم . وبوجه عام فإن كثيرا من الطلاب الذين لم يتقدموا على نحو جيد إلى مرحلة الإجرائية الشكلية للنضج العقلى (الفكرى) لن يكونوا قادرين على تطبيق المهارات المعرفية العليا مثل التحليل ، والتركيب والتقويم فى مهارات ومفاهيم وأساسيات التعلم .

وهناك بعض الطلاب بطيىء التعلم الذين يفتقرون إلى القدرة على الإستجابة على نحو تأملى بمعنى أنهم يفتقرون إلى النتائج ، ويخمنون الوصول إلى إجابات أو قد لا يحاولون حل المشكلات والتمارين الرياضية . فالطلاب الذين يفتقرون إلى إمكانية الإستجابة على نحو تأملى سوف يكونون غير قادرين على تنفيذ خوارزمية حل المشكلات أو تكوين براهين نظريات . فسوف يميلون إلى تذكر تعريفات

بدلًا من محاولة فهم مفاهيم قد يتذكرون (يستظهرون) عددا من الإجراءات والخطوات لحل كل نمط (نوع) من التمارين مع فهم ضئيل لسبب كل خطوة . وسوف يتذكرون براهين نظريات بفهم ضئيل لطبيعة البرهان وأسباب تكوين البراهين الرياضية للنظريات . وقد يكون لبطيىء التعلم أيضا احساس تام على نحو ضعيف بالترتيب ، والتسلسل والتركيب . فهم يستخدمون طريقة خاطئة لتبسيط تعبير جبرى ؛ فقد يجرون الخطوات فى حل معادلة بتركيب خاطىء ؛ أو يستخدمون إجراءاً صحيحاً فى تمرين لا ينطبق عليه هذا الإجراء فعلى سبيل المثال ، سوف يغفل بطيئو التعلم الذين لديهم احساس غير كاف بالتركيب . الظروف التى فى ظلها تكون النظرية صحيحة وسوف يستخدمون أساسيات (مبادىء) فى مواقف لا تنطبق عليها . فبالنسبة لهم ، تبدو الرياضيات ، مجموعة جزافية (عرفية) من القواعد والإجراءات المتناقضة . ففى بعض الأحيان يضيف الفرد عناصر ، وفى أحيان أخرى يضاعف هذه العناصر . وأحيانا يجب حذف مصطلحات ، وفى أحيان أخرى لا يجب حذفها . ويجب على الفرد أحيانا أن يحول موضع (يغير موضع) متغيرات ويجب الا يحول موضع آخر . فالرياضيات تبدو مستحيلة بالنسبة للطلاب الذين لديهم احساس ضعيف بالترتيب ، والتسلسل والتركيب فهى تتضمن تذكر عدد زائد (على نحو مفرط) من التعريفات والخوارزميات التى تعمل عادة فى معظم المواقف . فدون القدرة على فهم بعض الترتيبات والتراكيب والعلاقات فى الرياضيات ، فإن المادة ليس لها معنى وتمثل احباطاً بالنسبة لهؤلاء الطلاب . وهناك طلاب بطيؤ التعلم فى الرياضيات لأنهم نموا أسلوب تعلم بطىء . وهؤلاء الذين يطلق عليهم « المتهادين » أو « الماشين ببطء » سوف يتعلمون الرياضيات إذا سمح لهم أن يتعلموا بطريقتهم الخاصة بهم فهم يترددون فى اتخاذ أو سلوك تصرف بشأن مشكلة ما أو التحول لمادة جديدة إلى أن يعرفوا أسباب ونتائج تصرفاتهم ويفهموا المادة القديمة على نحو كامل . ونتيجة لهذا ، فبينما يتقدم المعلمون بسرعة بسبب ضغط تغطية المادة ، يترك الطلاب الأكثر تأملًا ومن خلال خطأً بسيط لهم يتم تصنيفهم — مجبرين — فى إطار فئة بطيىء التعلم فمثل هؤلاء الطلاب قد يصبحون منخفضى التحصيل لأنهم يتعلمون الرياضيات ببطء حتى على الرغم من أنهم قد يكونون قادرين تماماً من الناحية العقلية (الفكرية) . ولسوء الحظ يصبح لدى هؤلاء الطلاب شعور بالإحباط وينمون مفهوم ذاتى سيء (ردىء) لأنهم ليسوا ناجحين فى تكييف أسلوب تعلمهم ليفى بتوقعات المدرسة .

فكثير من الطلاب يدخلون المدرسة الثانوية وهم ضعفاء فى الرياضيات . ويفتقرون فى الواقع إلى كثير من المهارات الأساسية وبعض هؤلاء الطلاب قد يكونون مرتفعى التحصيل فى المواد الأخرى ، لكن تعلم الرياضيات بالنسبة لهم ، يبدو ميئوساً منه . وقد يكون كل ما فى الأمر أن مجموعة من مشكلات التعلم الثانوية مثل النمو الإنفعالى والعقلى البطىء إلى حد ما ، والفشل فى تعلم مهارات أساسية عديدة ، ومفهوم ذات ردىء فى حصة الرياضيات إن هذه المجموعة من المشكلات قد تجمعت لتلتقى فى نمط درجات اختيار شيء بالنسبة لهؤلاء الطلاب فى تشخيص وعلاج نقاط ضعفهم

(قصورهم) فى مهارات الرياضيات الأساسية ، ويساعدوهم فى تنمية اتجاه إيجابى عن قدرتهم على تعلم الرياضيات ، ليس هناك برهان كاف فى الإنتقال ببرامج الجبر والرياضيات الأكثر تقدماً (فى المستوى) والتى تكون مهارات الحسابات فيها لوازم أساسية مسبقة Prerequisites وقد يفتقر بعض الطلاب الذين يلاقون مرات نجاح قليلة فى حصص الرياضيات بعض المهارات الأكاديمية المتوقعة تمثل هؤلاء الطلاب . قد يكونون لم يتعلموا بعد كيف يتبعون التعليمات ، وقد يعملون بأسلوب عشوائى أو غير منظم وقد يتمون عادات دراسة سيئة . وقد يكونون عاجزين عن قراءة وفهم شروح وأمثلة الكتاب المقرر وقد يجدون صعوبة فى التركيز على محاضرات وشروح المعلمين . وهناك بعض الطلاب الذين لم يستطيعوا تنمية نظام ذاتى كاف ليكونوا قادرين على تعلم الرياضيات عند العمل بمفردهم فى حجرة الدراسة أو فى المنزل . وهناك آخرون قد يكونون غير قادرين على العمل بفعالية مع طلاب آخرين أثناء حصص المعمل أو فى مجموعة صغيرة . ففى معظم الفصول ، نتوقع وجود صفات مثل النظام ، الأناقة ، والمواظبة ، والإلتزام بالقواعد والتقاليد المدرسية ، ويتم إثابة هذه الصفات أيضاً ، بينما السلوك المنحرف ، حتى ولو كان ابتكاريا وعلى مستوى معرفى عال ، لا يتم تشجيعه . ولذلك ، فبعض بطيىء التعلم قد يكونون منخفضى التحصيل فى الرياضيات لأنهم فشلوا فى صياغة وتوضيح نوع سلوك التعلم المتوقع والذى يظهره غالبية الطلاب .

وبالإضافة إلى مشكلات القراءة العامة والمهارات الأكاديمية الرديئة ، فقد ينمو بطيئو التعلم – على نحو سيء أنماط كلام شكلية ومفردات لغوية محددة . فبالنسبة للطلاب الذين يستخدمون أنماط كلام ، ومفردات وقواعد نحوية تختلف عن تلك التى يستخدمها المعلم أو طلاب آخرون ، قد يكون فهم شروح المعلم ومادة الكتاب . صعبة تماماً كما أن المفردات الرياضية المحدودة والمعرفة غير الكافية والفهم غير الكافى لنظام الرموز المستخدم فى الرياضيات سوف يكون لها دخل فى كفاءة الطلاب فى تعليم الرياضيات . فالنسبة لكثير من الطلاب ، ما يبدو أنه مبالغة فى التأكيد على كلمات غريبة ورموز صعبة (غامضة) سوف يكون له دخل أيضاً فى إتقانهم للرياضيات وإهتمامهم بمحاولة تعلم المادة . فالرياضيات مادة رمزية وبالنسبة لأولئك الطلاب الذين لم تنم العمليات الشكلية الإجرائية العقلية لهم على نحو جيد فإن ضرورة معرفة ، وفهم ، وتطبيق رموز لتعلم الرياضيات لها أثر محدد على تحصيلهم فى الرياضيات .

الصعوبات الإجتماعية والوجدانية والدافعية لبطيىء التعلم

بالاضافة إلى الصعوبات المعرفية التى تجعل بعض بطيىء التعلم متأخرون عن الطلاب الآخرين فى حصص الرياضيات ، تنشأ صعوبات أخرى خاصة بالطلاب بطيىء التعلم تنتج من أسباب دافعية أو إنفعالية أو إجتماعية . ففى بعض الحالات نجد أن بطيىء التعلم قد يكونون أكبر سناً وأكثر نضجاً من الناحية الجسمية من زملاء فصله لأنهم تأخروا سنة أو سنتين فى المدرسة الإبتدائية . فمثل هؤلاء الطلاب قد يكون لهم إهتمامات مختلفة عن الطلاب الآخرين ، وقد يقرون أنهم لا ينسجمون مع

زملائهم ، وقد يحاولون تجنب المدرسة بالتغيب عن الحصص أو الجلوس بعيداً عن المدرسة ، خاصة عند إعطاء اختبارات أو عند تعيين واجبات . وحيث أن معظم بطيء التعلم لديهم مرات نجاح أكاديمية قليلة فى المدرسة ، يميل بعضهم إلى إظهار لا مبالاة أو حتى احتقار للتعلم المدرسى كميكانيزم دفاعي أو آلية دفاعية . فهؤلاء الطلاب يتركون محاولة النجاح فى الدراسة وقد يركزون على نيل الشهرة أو تحقيق الذات من خلال الألعاب الرياضية ، والوظائف لبعض الوقت ، والهوايات والمهارات اليدوية المميزة فبالنسبة لهم ، تأتى الشهرة أو تحقيق الذات من المواظبة أو المتابعة غير الأكاديمية التى تمثل إرضاء بالنسبة لهم أكثر من الدراسة والبرامج الدراسية .

وبعض بطيىء التعلم لديهم مجالات انتباه محددة وغير قادرين على التركيز مع الأهداف الوسيطة أو الأهداف طويلة المدى . فهؤلاء الناس يميلون إلى إظهار اتجاه أن تعيش يومك ويبدو أنهم لا يفكرون إلا قليلاً فى المستقبل أو على الأقل فى قيمة التعليم المدرسى فى تشكيل مستقبلهم . فالأهداف التى من صياغة المعلم مثل الأهداف الآتية بعد – لها علاقة أو ارتباط طفيف بالطلاب الذين لا يحلفون بالتفكير بجدية فيما سيقومون به بعد الإنتهاء من المدرسة : يجب دراسة الرياضيات لأنه يمكن أن تساعد الفرد على الحصول على وظيفة جيدة . إن مهارات : الرياضيات هامة فى كثير من الحرف والمهن . إذا قرر شخص أن يلتحق بكلية ، فإنه يحتاج للرياضيات كشرط التحاق وإذا لم يجد الطلاب الذين لديهم أهداف قصيرة المدى إن تعلم الرياضيات شيق ومفيد فى تحقيق أهداف فورية وأن إتقانها يعطى شهرة ووضعاً ، فليس من المحتمل أن يكرسوا وقتاً كبيراً لمحاولة تعلم حقائق ومهارات ومفاهيم الرياضيات .

وحيث أن الأطفال يكتسبون كثيرا من اتجاهاتهم وقيمهم من الآباء فإن القيمة التى يوليها الآباء للتعليم يمكن أن تؤثر فى اتجاهات الطلاب نحو المدرسة والذى يؤثر بدورة فى سلوكهم فى المدرسة . وفى بعض الحالات ، نجد أن أباً لم يستطيع تحقيق نجاح فى مهنة بحد أدنى من التعليم الشكلى قد يكون لديه إحترام ضئيل أو نظرة دنيا للتعليم (للمدرسة) وللأمور التى تُدرس فى المدرسة فبالنسبة لهؤلاء الآباء ، فإن التعلم المدرسى لم يكن له إلّا قيمة ضئيلة وقد يشجعون أطفالهم على « تضيع الوقت » على واجبات منزلية « لا تستحق فالعمل بعد الدراسة أو تعلم حرفه الوالد سوف يكون له الأسبقية على الأنشطة الدراسية والأنشطة الإضافية على المنهج فالطلاب الذين يولى أباؤهم قيمة ضئيلة للتعليم قد يكون لديهم أنفسهم احترام (اعتبار) ضئيل للمواد الدراسية الخاصة بهم وقد يتأخرون فى الدراسة لأنهم لا يحفلون « بإضاعة » الوقت فى دراسة وإتمام الواجبات مثل هذا النوع من بطيىء التعلم قد يقدرون التعليم ولكنهم يكرهون المدرسة فبطيىء التعلم من هذا النوع من بطيىء التعلم قد يقدرون التعليم ولكنهم يكرهون المدرسة . فبطىء التعلم من هذا النوع قد يجد التعلم المدرسى غير شيق (ممل) وغير ملائم وفى بعض الحالات تافه وبه أطناب . ولتحسين مهارات التعلم والإهتمام بالرياضيات ، يحتاج بطيىء التعلم الذين لديهم مثل هذه الإتجاهات إلى أن يمروا ويسقروا بأن الواقع ينعكس فى التمارين والتعيينات التى يعطيها المعلم فى حصص الرياضيات . فقبل أن يطلب من الطلاب

الذين لديهم احترام ضئيل (تقدير ضئيل) للدراسة أن يغيروا اتجاهاتهم وقيمهم ، ينبغى أن تبين لهم كيف يمكن أن تستخدم المواد الدراسية فى الوفاء بالأهداف قصيرة المدى بالنسبة لهم وكيف يمكن أن تصبح ذات فائدة فى وظائف بعد المدرسة وصرف الكبار البالغين وقد يكون لدى بعض الطلاب المتأخرون فى برامج الرياضيات مشكلات انفعالية ثانوية ، أو فى بعض الحالات ، مشكلات خطيرة جداً فمشكلات الطلاب الإنفعالية يمكن أن تسببها الإختلافات الثقافية ، والمهارات الإجتماعية الرديئة ، أو مجموعة متنوعة من المشكلات الشخصية فى البيت أو فى المدرسة .

فبطيئو التعلم الذين ترجع صعوبات تعلمهم فى معظمهم إلى مشكلات انفعالية مزمنة قد يظهرون سلوكا اجتماعيا مضادا . فهؤلاء الطلاب قد يتسمون بالهدوء والإنطواء أو قد يمثلون مشكلات نظام وإثارة المتاعب فى المدرسة ويميلون إلى أن يكون لديهم صورة ذاتية رديئة . فهم قادرين على التعامل مع المعلمين والطلاب الآخرين بطرق مقبولة اجتماعياً فإما أن ينسحبوا أو يرتدوا إلى ذواتهم أو يصبحوا عدوانين ومثيرين للمتاعب فى حجرة الدراسة . فى أى من الحالتين فإن سلوكهم الذى هو محصلة نمو مشكلاتهم الإنفعالية سوف تتدخل فى اتقانهم للرياضيات التى تجعلهم يتأخرون فى دراساتهم وفى كثير من الحالات يكون بطيئو التعلم طلابا ليسوا مدفوعين ، ولا يمكن تحديد ما إذا كان هذا النقص فى الدافعية فى المدرسة هو السبب فى صعوبات التعلم ومحصلة نمو مشكلات التعلم أم لا ففى معظم الحالات ، ترتبط أسباب مشكلات التعلم المعرفية والإجتماعية والإنفعالية لبطيىء التعلم ارتباطا وثيقا بأسباب دافعية Motivational Causes فالطالب غير القادر (العاجز) عن التحصيل الجيد فى الرياضيات لأن لديه أوجه نقص معرفية سوف ينظر إلى الرياضيات فى معظم الأحوال على أنها مسببة للإحباط ، والملل والتهديد وبالعكس ، فالطالب الذى لا يبالى بالمدرسة عموما وبالرياضيات خصوصاً ليس من المحتمل أبداً أن يكون مرتفع التحصيل فى الرياضيات حتى ولو كان لديه قدرات معرفية كافيه . فالطالب الذى تنقصه الدافعية لتعلم الرياضيات يميل إلى أن يكون لديه فترات انتباه قصيره ولا يرى فائدة كبيرة للرياضيات ، ويبدوا مفتقرا للمبادرة ، ويعبر عن كرهه وعدم اهتمامه بالمادة وبوجه عام ، فكل طالب بطيىء التعلم هو فرد بمعنى الكلمة وله مجموعة من الأسباب المميزة لصعوبات التعلم فى الرياضيات . ولسو الحظ ، ففى كثير من المدارس يتم تصنيف الطلاب على أنهم بطيئو التعلم ويوضعون فى أقسام فصول خاصة بناء على إعراضهم عن الرياضيات وليس بسبب صعوبات فى تعلم الرياضيات . وإن دائمى التغيب ، والمتغيبين من وقت لآخر والطلاب الذين يمثلون مشكلات انضباط Discipline Problems قد يتأهلون بطريقة آلية (أوتوماتيكية) ليحتلوا مكانا فى برامج خاصة لبطيىء التعلم . كما أن الطلاب الذين كان تقديرهم منخفضاً فى برامج رياضيات سابقة ، أو الذين كانت درجاتهم أقل من المتوسط على اختبارات معامل الذكاء أو اختبارات التحصيل فى الرياضيات يمكن تصنيفهم أيضاً فى فئة بطيىء التعلم وهناك بعض الطلاب الذين يكونون منخفضى التحصيل فى مواد دراسية عديدة ، على الرغم من أنهم يتمتعون بقدرة رياضية متوسطة أو أفضل ، يتم وضعهم فى فصول بطيىء التعلم وفى بعض المدارس تستخدم أجزاء لبرامج دراسية لبطيىء التعلم كأسلوب للإنضباط لمثيرى مشكلات النظام داخل الفصل ،

ولسوء الحظ ، فالطالب يعمل بالفصل خاصة لبطيىء التعلم ، قد يظل فى أقسام برامج منتظمة (عادية) ، خاصة إذا كان حسن المظهر ومن اليسير الإستمرار معه ، ويبذل جهدا لا بأس به نحو محاولة تعلم الرياضيات .

الحاجات الخاصة لبطيئ التعلم

حيث أن بطيىء التعلم لهم مشكلات خاصة فى تعلم وتدريس خاصة يجب الوفاء بها للوصول إلى مستوى إتقان مقبول للحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم . فهؤلاء الطلاب قد يحتاجون مساعدة خاصة من جانب المعلمين ، والمستشارين (الموجهين) وأفراد هيئة المدرسة الآخرين . وقبل وصف أية مهام اجراءات علاجية لبطيىء التعلم ، قد يكون من الضرورى أن نعطيهم بطارية اختبارات لقياس مستوياتهم الحالية فى الرياضيات وتحديد الأسباب المصرفية ، والإنفعالية والدافعية لصعوبات التعلم الخاصة بهم فبينما تعتبر أنشطة القياس القبلى والقياس البعدى أجزاءاً هامة فى تخطيط الدرس ، إلا أن القياس المتكرر لإتقان الطلاب للمحتوى له أهمية خاصة حيث ينتقل بطيئو التعلم إلى موضوعات مختلفة فى الرياضيات فمعظم بطيىء التعلم يريدون أن تقدم لهم الرياضيات فى أجزاء صغيرة وأن تعطى لهم مجموعة متنوعة من أنشطة ومهام التعلم . وبوجه عام ، يحتاج بطيئو التعلم انتباهاً أو رعاية ومساعدة فردية من جانب المعلم ويحتاجون أن يُسمح لهم بدراسة الرياضيات بمعدلهم الخاص فى السرعة التى تتمشى مع أساليب تعلمهم المتفرده .

وفى المدرسة الثانوية ، نجد أن نقص النجاح فى برامج الرياضيات السابقة غالبا ما تؤدى إلى اتجاهات سلبيه نحو المادة بالنسبة لمعظم بطيىء التعلم ، كما أن تعطى الدافعية لتعلم الرياضيات وقلة الإهتمام بالرياضيات يحتمان استخدام موارد تعليم/ تعلم خاصة لبطيىء التعلم . ولقد وجد كثير من المعلمين أن مجموعة التمارين التى تعطى للطلاب بطيىء التعلم على أمل تحسين درجاتهم على إختبارات المهارة لها جدوى ضئيلة فى حل مشكلات التعلم بالنسبة للطلاب فى الحصص العلاجية فى الرياضيات فالتمارين الروتينية تعزز فقط ملل الطلاب فى حصة الرياضيات وليست ذا فعالية كبيرة فى مساعدتهم على تحقيق أهداف التعلم طويلة المدى . فالطلاب الذين بنفس الطريقة فى كل صف دراسى من الرابع إلى الثامن ، ومازالوا لا يتقنون هذه المهارات للآن ، ومن المحتمل الّا يظهروا أى تحسن نتيجة برنامج آخر يغطى نفس المادة بنفس طريقة التدريس . وبالنسبة للطلاب فى برامج الرياضيات بالمدرسة الثانوية مثل الرياضيات المتقدمة والرياضيات التطبيقية وكلا تعبيرات اخف بدلًا من تسميتها برامج رياضيات علاجية ينبغى تقديم المهارات الأساسية بطريقة جديدة بإستخدام موارد الفصل المختلفة ويجب استخدام الكتب والاستراتيجيات التى تركز على التمارين الروتينية بحذر فالكتاب المثالى أو مجموعة الكتب والموارد المعاونه يجب أن تقدم المهارات الأساسية من خلال تاريخ الرياضيات وعمل (ابحاث) الرياضيين ، والاستخدامات المتعلقه بالرياضيات والمفاهيم والأساسيات الرياضية ، وأنشطة الفصل المتمركزه حول الطالب . بمعنى ، أن الطريقة الجيده لتقديم مهارات

حسابية أساسية لبطيىء التعلم فى المدرسة الثانوية تكون من خلال برامج دراسة بعناوين مثل « نظرية » الأعداد الإحصاء والإحتمال ، نظرية اللعب Game Theory وتاريخ الرياضيات والرياضيات من أجل المهن Mathenatics for Pfofessions فيجب أن تنشأ الحاجة للتعلم والتدريب على المهارات الأساسية بشكل طبيعى كأفكار مفيده وشيقة من الرياضيات تقابلها المواد الأخرى . فالتدريب فى الحساب سيظل ضروريا لكن الطلاب سيقومون به لأنهم يحتاجون إلى اتقان مهارات معينة لتحقيق أهداف مرغوب فيها فمثل هذه البرامج المذكورة سابقا . حيث يقدم الحساب كمجموعة من المهارات الضروية فى استكشاف مفاهيم وأساسيات شيقة وحدسية Intvitive من رياضيات مستوى أعلى يمكن أن تساعد فى إزاله الوحدة الاجتماعية Social Stegma التى قد تأتى من الإلتزام ببرامج حساب علاجيه . ومن الواضح أذن أن بطيىء لتعلم بمشكلاتهم الخاصة الكثيرة يحتاجون لمعلمين بارزين وعلى أية حال ففى كثير من المدارس يتم تعيين الأحداث والأقل خبرة من المعلمين لتلك البرامج التى تضم طلابا ذات مستوى أضعف أو فى حالات أخرى ، نجد أن المعلمين ذوى الخبره الذين تنقصهم الإبتكارية ويتسمون باللوائح أو الذين ينظر إليهم فى المدرسة على أنهم معلمون أقل قدرة يتم تعينهم (تخصيصهم) لفصول بطيىء التعلم ومن ناحية أخرى نجد أن أفضل المعلمين ، أولئك الذين لديهم خبرات تدريس عديدة ومتنوعه ، والذين لديهم معرفة أعمق بكل جوانب التعليم والتعلم ، والذين يستخدمون مجموعة متنوعة كبيرة من استراتيجيات التدريس وموارد التعلم ، يتم اعطائهم فى كثير من الحالات – برامج مثل علم حساب المثلثات Trigonometry والتحليل Analysis والإحصاء ليقدموا بتدريسها لطلاب . موهوبين لديهم دافعية مرتفعة وقد يكون من الأفضل تحديد مجموعة خاصة من المعلمين (معلمين ذات خبرة ضئيلة يظهرون تميزاً استثنائياً والمعلمون ذوى الخبرة الإبتكارية فى المدرسة) ليعملوا كفريق فى التدريس لفصول بطيىء التعلم فمثل هذه الفرق الخاصة يمكن أن يستغل كل فريق الآخر كأناس ذات موارد ويمكن أن يشاركوا فى المادة التدريسية (مادة التدريس) ويعملوا معاً بشأن مشكلات خاصة .

وإن بطيىء التعلم ، الذين قد يكون لديهم مفهوم ذاتى سيء والذين لم يكن لهم مرات نجاح كثيره فى برامج الرياضيات ، يحتاجون إلى أن يكون لديهم درجه ما من النجاح فى فصول الرياضيات إذا أُريد لا تجاهاتهم نحو الرياضيات أن تتحسن . فيجب على المعلم أن يشرح كل هدف خاص من أهداف التعلم لهؤلاء الطلاب ويعطيهم نوعاً من التحكم أو السيطرة على الصياغة أهداف تعلم معينه فى برامج الرياضيات ويجب عادة أن تقرر (تصاغ) الأهداف الخاصة بالأداء لبطيىء التعلم بمصطلحات (بألفاظ) مفهومه ، محسوسة ، ويجب أن يشاركهم فيها المعلمون ويجب أن ترتبط الأهداف المعرفية ارتباطا وثيقا بالتعيينات المنزلية .Homework Assigmments والمشروعات ، وأنشطة الفصل ، والقياسات القبلية والبعدية لتقدم الطلاب ، ويجب أن تكون هذه الأهداف ، التى قد تختلف من طالب لطالب واقعية بدرجة كافية ، بحيث يكون لكل طالب نظرة معقولة لتحقيق معظم أهداف التعلم موجهة نحو النجاح وليس التهديد . فلا يجب وضع الطلاب فى موقف يتنافسون فيه مع بعضهم الآخر على التقدير grade فبدلًا من ذلك يجب تشجيعهم على وضع أهداف واقعية

للتحسن الذاتى مبنية على مستواهم الحالى لإتقان كل مهارة فى الرياضيات وبمساعدة المعلم ، يستطيع الطلاب أيضا أن يضعوا أهدافا وجدانية Affective Objective لأنفسهم فهم يحتاجون إلى اظهار قيمة الرياضيات فى حياتهم ويجب مساعدتهم فى تنمية الإهتمام بالرياضيات من خلال دروس موجهه بالنشاط .

ويجب على المعلمين أن يشجعوا بطيىء التعلم على التعبير عن مشاعرهم السلبية نحو الرياضيات . وهذا يمكن أن يزود المعلم بمعلومات تساعدة فى معاونة الطلاب لتحسين اتجاهاتهم نحو تعلم الرياضيات . ويجب أن تكون الفصول الموجهة نحو النجاح منظمة تنظيماً جيداً ؛ ومع ذلك يجب أن تكون مرنة أيضا بحيث تتيح اختبارات تعلم متنوعة (مختلفة) لكل طالب إذ أن بطيىء التعلم يميلون إلى الملل بسهوله فهم ينتابهم الملل من محاضرات المعلم عن موضوعات مألوفة ، ومن الشرح على السبورة ، ومن نفس التمارين القديمة . فهم يحتاجون إلى موارد تعلم جديدة تحوى أفكاراً جديدة فى مواقف جديدة . وتعتبر الكتب الجذابة التى بها تمارين ومسائل جيده ، والمواد السمعية ــ البصرية ، والنماذج وكتب الألعاب والألغاز Games and Puzzles ومعامل الرياضيات ، ومشروعات الفصل والمتحدثون من الزوار كل هذه تعتبر أمثلة للموارد والأنشطة التى يمكن أن تستخدم لتدعيم (لتساعد) التدريب والممارسة الضروريان لإتقان المهارة ، ولكى نقلب نمط الفشل والإحباط بين بطيىء التعلم ، قد نحتاج إلى تغيير بيئة حجرة الدراسة ، فالفصل المشرق ، المبهج الجذاب يمكن أن يساعد فى تحسين الإتجاهات وتعزيز التعلم . حاول أن تعيد ترتيب حجرة الدراسة ؛ قد بإعداد نشرة حائط (مجلة حائط) ؛ ضع بعض الأعمال على الحائط ؛ اعرض كتباً ونماذج عبر الحجرة ؛ اجعل جزء من الحجرة كمعمل رياضيات ؛ قم باعطاء الطلاب سيطرة (اجعلهم يسيطرون على) بيئة التعلم بأن تسمح لهم بإختبار بعض أنشطة تعلمهم . فإذا كان لديك أجهزة كمبيوتر أو الآت حساسية فى المدرسة ، وعلى الطلاب يكتبون برامج كمبيوتر لحل مشكلات الرياضيات ودعهم يستخدمون الآلات الحاسبة لتعزيز مهارات الحساب . تم تشجيع الأصالة والإبتكار وكافئهم بنوع الإعتراف (الإستحسان) الذى يمكن أن يعطى وضعاً Status لكل طالب .

فبطيئو التعلم ، بوجه خاص ، يحتاجون إلى الإعتراف فهم معتادون على الشعور بالدونة Feeling Inferior فى المدرسة عادة ما يدرسون ويتعلمون موضوعات ومهارات يعرفها الطلاب الآخرون تماما . فيجب تضمين المادة فى كل برنامج لبطيىء التعلم موضوعات ذات مستوى عال (على مستوى الكلية) (مقدمة بطريقة حدسية ومحسوسة) مثل ترتيب النهائيات ، وحدود المتواليات ونظرية المجموعات .. التى قد لا يكون الطلاب ذات الفصول الموهوبة قد درسوها . فبطيئو التعلم يحتاجون إلى أن يدرسوا وأن يدركوا أنهم يدرسون رياضيات بنفس القدر من الأهمية والصعوبة التى يدرس بها طلاب آخرون برامج رياضيات . فليس هناك من طالب فى المدرسة العليا يريد أن يعتقد بأن كل ما يقوم به فى برنامج الرياضيات يكرر المادة التى تعلمها معظم الطلاب الآخرون فى الصَّف السادس « المادة التى يتعلمها الصبية الصغار » وبالطبع لا يعنى ذلك أننا كمعلمين لبطيىء التعلم ، يجب أن

تحاول تضليل الطلاب (بطيىء التعلم) بحيث تجعلهم يعتقدون أن المهارات الحسابية الأساسية التى يحاولون تعلمها هى رياضيات على درجة عالية من القوة وبدلًا من ذلك فإن يجب القيام به هو مساعدة الطلاب فى ممارسة هذه المهارات بإشراكهم فى أفكار رياضية شيقة ذات مستوى أعلى وكما سبق أن ذكرنا ، فإن بطيىء التعلم يحتاجون إلى درجة ما من حرية الإختيار داخل بيئة للتعلم ولكنهم يحتاجون أيضا إلى الانضباط المفروض من المعلم وإلى النظام المفروض من الذات وحيث أن كثيرا من الطلاب فى فصول بطيىء التعلم موجودون فى هذه الفصول لأنهم يمثلون مشكلات نظام إلى حد ما ، فإن معلمى هذه الفصول يجب أن يكونوا على علم خاص ببدائل التعامل مع هؤلاء الطلاب وفى الفصل الثالث قدمنا عددا من الإقتراحات لحفظ النظام داخل حجرة الدارسة وللتعامل مع المشكلات السلوكية ويعتبر التفاهم والعداله ، وعدم اهتزاز قرارات المعلم ، وعدم الاضطراب فى أقواله وأفعاله سمات مفيدة للمساعدة فى تطوير فصل منظم بناء لبطيىء التعلم . وبإختصار ، فبطيئو التعلم مثلما لهم سمات تعلم مختلفة وكثيرة ، فإن لهم أيضا مجموعة متنوعة من حاجات التعلم . ومن الأمور الهامة تماما أن يتم التعامل مع بطيىء التعلم على نحو خاص كأفراد وبدلًا من معاملتهم كمجموعات (جماعات) من الطلاب . وحيث أن الوثائق الأكاديمية السابقة لمعظم الطلاب بطيىء التعلم تشير إلى أنه لم يكن لهم نجاح كبير كطلاب تم التدريس لهم عن طريق معلمين يستخدمون طرق تدريس لمجموعات كبيرة من الطلاب فإن الإستراتيجيات الفردية عادة ما تثبت أنها أكثر نجاحاً لمثل هؤلاء (بطيىء التعلم) وبعض النظر عن السمات والحاجات الفردية لبطيىء التعلم ، تبقى حقيقة إن كل بطيىء التعلم تقريبا لن يتعلموا مهارات الرياضيات تلك التى فشلوا فى تعلمها فى الماضى بإعطائهم قدراً أكبر من نفس المعالجة ، وتعتبر الأنشطة المختلفة والاستراتيجيات والمواد التعليمية . أفضل ما يرتجى من أجل الوفاء بحاجات بطيىء التعلم فى دراستهم للرياضيات .

استراتيجيات التعليم والتعلم للطلاب المتأخرين

فى الفصل الخامس قدمت ستة نماذج لتدريس وتعلم الأهداف المباشرة للرياضيات وهى التدريس التوضيحى ، المنظمات المتقدمة والتعلم بالإكتشاف ، الالعاب ، تفريد التعليم والتعلم الحلزونى ويتناول الفصل السادس نماذج التدريس والتعلم للأهداف غير المباشرة وهى : اثبات النظرية ، حل المشكلات ، المعامل ، التعلم الاستقصائى ، الأنشطة الجماعية والتعلم المدعم بالكمبيوتر وكما لوحظ سابقاً فى هذا الفصل الرياضيات وبالتالى فيجب على معلمى الطلاب المتأخرين أن يستخدموا تنوعاً من النماذج والاستراتيجيات والأنشطة التدريسية والتعليمية .

ومع ذلك فإن الطلاب المتأخرين يحتاجون إلى ممارسة كثيرة لكى يتمكنوا من المهارات الأساسية ويجب على المعلمين أن يتجنبوا الاستخدام المفرط للشرح والتمارين واستراتيجيات الأختبار التى سرعان ما تصبح روتين ممل للطالب . ومع أن كل الاثنى عشر نموذجاً للتدريس والتعلم المذكورة سابقاً يمكن أن توظف فى مقررات من أجل المتعلمين المتأخرين فإن بعضها تعتبر أكثر صلاحية بينما

يجب أن تستخدم الأخرى بحرص استراتيجيات العرض (الاستراتيجيات التوضيحية) ربما أن كثير من الطلاب المتأخرين فى الرياضيات يعتبرون ضعافاً فى القراءة (على الأقل يكتبون الرياضيات) فإنه يجب على المعلم أن يستخدم طرق عرض (تفسيرية) لكى يفسر المفاهيم والمهارات ولكى يعرض للمهارات الرياضية . ولا يجب أن تتوقع أن هؤلاء الطلاب سيكونوا ناجحين تماماً فى قراءة وفهم الكتب الرياضية . بل من الأفضل اختيار كتب على مستوى قراءة مناسب يقدم كثير من الأمثلة الملموسة والمشروحة وتؤكد على الأنشطة والتطبيقات الهامة فى الرياضيات ويجب ممارسة قدر كبير من الصبر والمثابرة من جانب المعلم فى مساعدة المتعلمين المتأخرين فى قراءة وفهم الكتب الدراسية والكتب الأخرى عن الرياضيات بالإضافة إلى ذلك يجب على المعلم أن يعد دروس توضيحية قصيرة (لا تزيد على ١٥ دقيقة) تغطى الموضوعات التى فى الكتاب بنفس الطريقة التى يعرضها المؤلفون . ويجب أن تعطى معظم الدروس التوضيحية مفهوماً واحداً أو مهارة واحدة خوارزمية ، ومع ذلك فسيكون هناك حاجة إلى ايضاح العلاقة بين المفاهيم (المبادىء) وأيضاً وبعض الجوانب المقتبسه لبناء النظم الرياضية . إن المعرفة والإجراءات يجب أن تقدم فى وحدات صغيرة حتى يتمكن كل طالب من التعامل مع عدد صغير من الأفكار والعمليات فى وقت واحد وفى معظم الحالات فإن المتعلمين المتأخرين يحتاجون لأن يعملوا مع كل مفهوم وأن يمارسوا كل مهارة قبل أن تقدم مفاهيم ومهارات اضافية . إن كثيرا من المتعلمين المتأخرين يعتبرون مستمعين ضعاف وفترات انتباههم قصيرة الأمر الذى تعتبر أسباب اضافية لمحاولة الاستخدام المتوسط للنموذج التوضيحى ولعلم المحاضرات بشكل مختصر .

المنظمات المتقدمة

تعتبر المنظمات المتقدمة كما عرفها أوزابل مواد مدخلية تقدم للطلاب على مستوى من التعميم والتجريد والشمول اعلى من المهام التعليمية التالية . ولأن المنظمات المتقدمة يقصد بها أن تساعد الطلاب فى تشكيل بناء معرفى لتصنيف المعلومات التالية فإنها يجب أن تكون عامة وشاملة وإن لم تحتاج أن تكون شديدة التجريد .

إن الدرس المنظم المقدم عن كيفية حل أجهزة الكمبيوتر المسائل ليس مجرداً بالتأكيد إلا أنه عام وشامل ومعظم المتعلمين المتأخرين لن يكون أمامهم الكثير من المتاعب فى هذا الدرس . إن المنظمات المتقدمة يمكن أن تستخدم لتقديم موضوعات معينة فى الرياضيات للمتعلمين المتأخرين هذا بالاضافة إلى أن الموضوعات قد شكلت فى مصطلحات ملموسة نسبياً بنظم الخبرة المتقدُم . إن المنظمات البعدية التى تقدم بعد جزء من المادة التى تدرس تعتبر طريقة فعالة فى تلخيص الموضوعات الرياضية وعلاقاتها وفى مساعدة الطلاب فى إعادة تنظيم هذه الأفكار والعلاقات فى بناءاتها المعرفية الخاصة . وبما أن دروس المنظمات المتقدمة تميل إلى أن تكون دروس توضيحية (ولكن ليس من الضرورى أن يكون هكذا) فإنها يجب أن تستخدم باعتدال وفى معظم الحالات يجب أن تكون مختصرة (٥ - ٢٠ دقيقة) .

التعلم بالإكتشاف

تعتبر استراتيجيات الاكتشاف استراتيجية تعليم وتعلم جيدة للطلاب المتأخرين لأنها تميل إلى أن تستخدم فى مجال حل لغز هام وتتطلب اندماج ذهنى نشط من جانب الطالب وأيضاً مناقشات فصلية . فى حين أن الطلاب الموهوبين قد يكونوا قادرين على عمل اكتشافات رياضية بمعاونة بسيطة من المعلم فإن المتعلمين المتأخرين قد يحتاجون إلى قدراً كبيراً من التوجيه ولكى يعمل الطلاب اكتشافات ، ويحلون قضايا يقومون بعمليات حدس فسوف يجد المعلم أنه من الضرورى أن يطرح أسئلة أولية ويقدم معلومات إضافية ويقترح مسارات للطلاب للكشف وإجراءات ليقوموا بها. إن الطلاب المتأخرين يميلون إلى عمل اكتشافات فى خطوات صغيرة . ولهذا فيجب على المعلم أن ينمى الأنشطة التعليمية حتى يأخذ مبدأ الفصل خطوة خطوة عبر اكتشافات متوسطة تكون أولية لعمل اكتشافات أكثر عمومية .

ولأن المتعلمين المتأخرين يحتاجون إلى رؤية أكثر من العروض الملموسة من التجريدات الرياضية فيجب أن يعطوا نماذج طبقية (فيزيقية) لكى يتناولوها وهم يعملون اكتشافاتهم الخاصة . إن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا ماهرين فى تناول الأفكار والرموز الرياضية المجردة ذهنياً لاكتشاف بناءات رياضية جديدة فى حين أن الطلاب المتأخرين يحتاجون إلى تناول النماذج والمواد تناولاً فعلياً لكى يشكلون ويختبرون قضايا الحدس . فعلى سبيل المثال قد يكون الطالب الموهوب قادراً على اكتشاف العلاقات بين أجزاء مثلثات متشابهة بأن يربط ربطاً منطقياً التعريفات والنظريات والمسلمات المعروفة . ومع ذلك فإن المتعلم المتخلف قد يحتاج إلى مقارنة المثلثات المرسومة على لوحة لكى يقوم بنفس الاكتشافات . وفى كلا الحالين فإن الطلاب سوف يصلون إلى النتيجة الصحيحة ولكنهم سوف يستخدمون إجراءات مختلفة لعمل اكتشافاتهم .

ويمكن أن تستخدم دروس الاكتشاف لإيجاد الاهتمام بالرياضيات وزيادة دافعية الطالب . ولكنك يجب أن تراعى أنها تتطلب وقت أكبر من الطالب لكى يكتشف علاقة أكبر مما تتطلب من المعلم أن يضع ويعرض لنفس العلاقة . وبما أن أحد الأهداف فى تدريس المتعلمين المتخلفين هو مساعدتهم فى أن يتماشوا مع الطلاب الآخرين فى مستواهم فى التمكن من المهارة فإن دروس الاكتشاف المستهلكة للوقت يجب أن تنثر (تتوزع) بين الاستراتيجيات التدريسية الأخرى الأكثر فعالية فى نقل الحقائق والمهارات للطلاب .

الألعاب

إن الألعاب التربوية ذات الأهداف التعليمية الجيدة مثل تلك الألعاب التى نوقشت فى الفصل الخامس تعتبر مواداً تدريسية وتعليمية ممتازة للمتعلمين المتخلفين . وبالنسبة لطلاب المرحلة الثانوية فإن الألعاب الرياضية المصنفة بعد ألعاب الكبار كتلك الألعاب المعروضة فى التليفزيون أو التى تلعب

فى المنزل تعتبر أكثر مناسبة والطلاب الأصغر (فى المدرسة الإعدادية) أيضاً يحبون أن يلعبوا ألعاب الكبار وألعاب الصغار . وإذا اعتبر طلابك فى المدرسة الثانوية لعبة معينة غير مشوقة وغبية وأقل من مستواهم فتجنب استخدامها وحاول أن تجد أو تخلق لعبة أكثر صلاحاً لهذا الموضوع الرياضى . وعندما تجد عدة ألعاب يجب الطلاب أن يقوموا بها فاقترح عليهم أن يخلقوا عدة تنويعات من هذه الألعاب وقد تحتاج أيضاً إلى تكيف هذه الألعاب للاستخدام فى تدريس عدة موضوعات مختلفة فى الرياضيات .

إن الألعاب الجيدة توجد الاهتمام بالرياضيات وتزيد من الدافعية ولكن هناك بعض الالعاب تبدو بالنسبة للطلاب تافهة أو طفولته ويمكن أن تقلل من دافعيتهم . وإذا حرصت على أن يلعب الطلاب الالعاب التى يرونها طفولية فإنك سوف تفرز فقط صوراً ذاتية ضعيفة موجودة بالفعل عند كثير من المتعلمين المتخفلين . ويجب أن تكون الألعاب الرياضية سهلة بالقدر الكافى حتى يتمكن الطلاب من فهم القواعد ولكنها معقدة بالقدر الذى يكفى لتفريد مكانة الطلاب من خلال لعبها . تذكر أن المتعلمين المتخلفين يحتاجون إلى أن يجدوا مكانة فى فصل الرياضيات واجبارهم على أن يلعبوا ألعبا صبيانية يمكن أن تكون ذات تأثير سلبى على صورة الطلاب الذاتية عن أنفسهم ونظرتهم إلى الرياضيات . إن لعب الألعاب يعتبر طريقة ممتازة لتحويل الممارسة والتمارين أو حصص المراجعة إلى خبرات تعليمية محققة .

تفريد التعلم

إن بعضاً من برامج تفريد التعلم والتى يمكن أن تشترى لكى تستخدم مع الطلاب الذين يحتاجون للتعلم العلاجى فى مهارات الرياضيات تعتبر مملة جداً بالنسبة لكثير من المتعلمين المتأخرين إن برامج التفريد التى تدرو حول الكتب الدراسية المبرمجة وكراسات الممارسة والتمارين لا يوصى بها للمتعلمين المتخلفين فهم يحتاجون إلى تنوع من الأنشطة الهامة ونماذج تدريسية تعليمية وقليل من الحزم التعليمى المنفرد لتوفير التنوع الكافى . ومع ذلك فإن الكثير من هذه البرامج به اختيارات تشخيصية واختيارات يمكن أن تكون جيدة ومفيدة للمعلمين والطلاب وبغض النظر عن المواد المقدمة بواسطة المدرسة لكى تستخدم مع المتعلمين المتخلفين فإن كل معلم سيتعين عليه أن يأخذ المبادرة فى ايجاد خلق تنوع كبير من الدروس وأنشطة الطلاب وبالنسبة للمتعلمين المتخلفين فإن تفريد التعلم يجب أن يشمل واجبات معرفة (تفرق بين الطلاب) وأنشطة تعليمية مختلفة للطلاب المختارين ، وأهداف تعليمية تفريدية لكل طالب وتوقعات مختلفة للطلاب إن المعلم الذكى المبدع يجب أن يعطى المسئولية الأولى فى تفريد التعلم فى فصلة . إن معظم الحزم التعليمية المنفردة تعتبر مفيده فى الفصل ولكن لا يمكن لحزمه واحدة أن تواجه الحاجات المتنوعة لفصل ممتلىء بمتعلمين والذين لديهم مشكلات كثيرة مختلفة فى تعلم الرياضيات .

التدريس الحلازونى

إن النموذج التدريسى / التعليمى الحلازونى والذى يضم نماذج تدريسية / تعليمية أخرى يعتبر اجراء تال لتدريس المفاهيم والمبادىء ومهامات معينة حتى يقدم كل موضوع رياضى للطلاب كنسق من التعريفات والتطبيقات والأمثلة أكثر عمومية وشمولا . وبالنسبة لكثير من طلاب المدرسة الثانوية الذين لديهم مشكلات فى تعلم الرياضيات فإن الموضوع ينظر إليه كتجمع غير مترابط من الحقائق والمهارات المصطلح عليها . ويكونوا غير قادرين على رؤية كثير من الانسجام والتوافق فى الرياضيات التى تعلوها . وهؤلاء الطلاب قد يكونوا تعلموا موضوعات رياضية معينة على مستوى فى النسق المعرفى الحلزونى قد يكونوا فشلوا فى أن يتعلموا مرة أخرى هذه الموضوعات على مستوى معرفى أعلى . وبالنسبة لهم فإن نموذج التعلم الحلزونى فى الرياضيات يعتبر ملىء بالثغرات وفى حالات كثيرة فإن معلمى المتعلمين المتخلفين سيتعين عليهم أن يعيدوا خلق الحلزون التعليمى لمهارات ومفاهيم ومبادىء معينة فعلى سبيل المثال فإن الطلاب الذين لديهم مفهوماً خاطئاً عن المساحة قد يحتاجون إلى ملىء مستطيلات بمربعات الوحدة لكى يفهموا المساحة المعرفه بالطول مضروباً فى العرض . إن الأجزاء (الكسر الصحيح) قد يحتاج أن يعاد تقديمة كأقسام لـ حتى يتمكن هؤلاء الطلاب من فهم الخوارزم لإضافة الكسور وإستخدامها بشكل صحيح .

وعندما يستخدم المعلم مدخلا حلزونياً لتقديم الموضوعات الرياضية للطلاب الذين يرون هذه الموضوعات لأول مرة فإن الحلزون يعتبر حلزونا من القاع إلى القمة من الملموس إلى المجرد من القصور إلى الشامل ، من البسيط إلى المركب ، من البديهى إلى الشكلى . وبالنسبة للطلاب الذين تعاملوا مع هذه الحلزونات الرياضية من الصف الأول حتى الصف السابع والذين فشلوا فى التمكن من المحتوى الرياضى فإن حلزوناً من القاع إلى القمة أو من القمة إلى القاع قد يساعدهم فى حل بعض صعوباتهم فى التعلم . وهؤلاء الطلاب قد يحتاجون إن يُرَوْا (نظم لهم) كيف أن كل فكرة رياضية بسيطة أو مهاره مرة يمكن أن تمتد لخلق أفكار ومهارات أكثر تعقيداً . وقد يحتاجون أيضاً أن يروا كيف أن الأفكار والمهارات الأكثر شمولًا التى يحاولون أن يتمكنوا منها يمكن أن تعزل إلى أفكار ومهارات أبسط أثناء تقدم الطالب إلى أسفل الحلزون الرياضى فعلى سبيل المثال فعند تدريس مفهوم العدد ومهارة اضافة اعداد بإستخدام حلزون صاعد فإن المعلم يمكنه أن يعمم مفهوم الأعداد الطبيعية على مفهوم العدد الصحيح إلى مفهوم الأعداد الذهنية . إن الخوارزم (المهارة) المستخدمة لإضافة اعداد تطبيقية يمكن أن يعمم على خوارزم اضافة الاعداد العقلية الذهنية . وفى تدريس المتعلم المتخلف فى المدرسة الثانوية والذى اختلطت امامه الصورة فيما يتعلق بمفهوم العدد ومهارة اضافة الأعداد فإن حلزونا نازلا يمكن أن يستخدم . بمعنى أنه يمكن أن يوضح للطالب أن الاعداد الصحيحة تعتبر قطاعاً خاصاً من الأعداد الحقيقية وأن الأعداد الطبيعية تعتبر قطاعا خاصاً من الأعداد الصحيحة ويمكن أن توضح له كيف أن مهارة اضافة الكسور الحقيقية تعتمد على مهارة اضافة الأعداد الصحيحة والتى بدروها تعتمد على مهارة اضافة الاعداد الطبيعية وبالنسبة لبعض

المتعلمين المتأخرين فإن أفضل مدخل لتدريس أو إعادة تدريس موضوعات معينة ربما يكون استخدام حلزون من أسفل إلى أعلى . وفى حالات أخرى فإن مدخل من القمة إلى القاع قد يكون الأكثر فعالية . وفى تدريس بعض الموضوعات لطلاب معينين قد يكون من الأفضل استخدام شروح من القاع إلى القمة متبوعة بشرح من القمة إلى القاع أو العكس . وفى أى حال يجب على المعلم أن يساعد هؤلاء الطلاب أن يقيموا الحلزون أو يساعدهم فى إعادة بنائه كلية .

البرهنة

بالنسبة للمتعلمين المتخلفين والطلاب الآخرين أيضاً فإن بناء البراهين لفروض رياضية يمكن أن يكون صعباً جداً . فلأن لديهم مشكلات فى التمكن من المهارات الرياضية فإن المتعلمين المتخلفين نادراً ما يقضون وقتاً كثيراً فى محاولة اثبات المبادىء الرياضية . ففى معظم الأمثلة فإنهم يفضلون أن يقبلوا النظريات كحقائق معطاه أو ينظرون إلى الأمثلة العديدة كتفسير دقيق لصقها . وفى أحيان كثيرة فإن الطلاب المتخلفين لم يتمكنوا بشكل مناسب من الحقائق والمفاهيم المطلوبة فى اثبات نظريات معينة . أو قد يكون تكون لديهم مفهوم ضعيف عن الإثبات وعن مهارات غير دقيقة لاثبات النظريات .

أن يصبح الطالب ما هراً فى اثبات النظرية فإن ذلك يتطلب سنوات من الممارسة ورغبة مختلفة لاظهار أن نواحى الحدس فيما يتعلق بالعلاقات الرياضية تعتبر صادقة . وبما أن المتعلمين المتخلفين نادراً ما يكونوا قد مارسوا اثبات النظريات فإنهم عادة ما يكرهون اجبارهم أو حملهم على محاولة الاثبات لأنه بالنسبة لديهم فإن كثير مثل هذه الأنشطة يميل إلى أن يكون غير ناجح ومحبط .

ولكى نساعد المتعلمين المتخلفين فى فهم طبيعة البرهان الرياضى فإن أشكالا للمناقشة المنطقية الصادقة يجب أن تناقش معهم وإن تعرض بذكاء . فبدلا من التركيز على البراهين أو الاثباتات الشكلية والصعبة والرمزية فيجب أن يعتمد المعلمون على الأمثلة والمناقشات اللفظية المقنعة لتوضيح االحقيقة أو عدم صدق الإفتراضات . إن حل الالغاز وإيجاد الأخطاء فى المناقشات المؤدية إلى التناقضات مشكلة بذلك مجال الحدس معها والمناقشات اللفظية تعتبر أنشطة مفيدة لمساعدة المتعلمين المتخلفين فى تحسين إفكارهم عما يشكل برهانا أو ثباتا إن الأنشطة مثل تلك سوف أيضاً تساعدهم فى تنمية أو تكوين اتجاهات موجبة عن قيمة المناقشات الاستنتاجية الجيدة .

حل المشكلات

يستخدم كثير من المعلمين أوراق تمارين التدريب والممارسة بإعتبارها النشاط الطلابى الرئيسى للطلاب المتخلفين وبالرغم من أن الطلاب المتخلفين وبالرغم من أن الطلاب المتخلفين يحتاجون فعلا لممارسة مهارات رياضية ليتمكنوا منها فإنه يجب أيضاً أن يعطوا مشكلات صادقة لكى يحلوها أما

بشكل فردى أمر جماعى إن حل المشكلات الهامة أما مسائل تطبيقية أو مسائل رياضية بحته يمكن أن يكون طريقة جيدة لزيادة دافعية الطلاب وتحسن اتجاهاتهم نحو الرياضيات .

ويجب على المعلمين أن يكونوا حريصين فى اختيار المسائل التى سوف تتجدى الطلاب والتى سوف لا تكون صعبة جداً إلى حد انهم سيصعب عليهم حلها .

إن الجزء الخاص بسجل المشكلات فى الفصل السادس يمكن أن يستخدم كنموذج لتعليم المتعلمين المتخلفين وكذلك الطلاب الآخرين وكنموذج لبعض الأساليب المفيدة لحل المشكلات ولتقديم بعض الاستراتيجيات العامة عن حل المشكلات وبالإضافة إلى حل التمارين فإن حل المشكلات يمكن أن يكون أحد أكثر أنشطة الفصل أهمية لمساعدة المتعلمين المتخلفين فى فهم وتذوق قيمة الرياضيات وتحسين مهاراتهم الرياضية .

المعامل الرياضية

وجد كثير من المعلمين أن مدخل المعمل فى تدريس وتعلم الرياضيات له تأثير ايجابى على أداء الطلاب ومستويات التمكن فى مقررات الرياضيات . إن استخدام المعامل الرياضية والأنشطة المعملية تعتبر مدخلات جديدة بوجه خاص فى تدريس المتعلمين المتخلفين لأسباب عديدة .

أولا : فإن المتعلمين المتأخرين يحتاجون لأن يندمجوا وأن يصبحوا نشطيين ذهنياً فى المدرسة والمعامل توفر للطالب الحركة والتفاعل والتركيز العقلى ثانيا : إن الأنشطة المعملية تعطى الطلاب كفرادى وكجمعات تحكماً فى أنشطتهم التعليمية وفى البيئة التعليمية فى الفصل أكبر مما هو مسموح به فى نماذج أخرى تدور حول المعلم ثالثا : فإن المتعلمين المتخلفين يحتاجون أن يروا تمثيلات ملموسة للمفاهيم والمبادىء الرياضية وأن يتناولوا الموضوعات الطبقية الفيزيقية التى توضح الموضوعات المفاهيمية للرياضيات إن المعامل الرياضية والأنشطة المعملية عادة ما تكون موجهة نحو المواد الطبقة الفيزيقية والتمثيلات الملموسة للأفكار . رابعاً : إن الطلاب المتخلفين يحتاجون إلى تحسين صورتهم الذاتية وأن يصبحوا ناجحين فى حصص الرياضيات . إن التفاعل الاجتماعى وتعليم الاقران الذى يحدث فى معظم معامل الرياضيات يمكن أن يوفر فهم للأقران وفهم للمعلم كما أن الدروس المعملية المحددة اعداداً دقيقاً يمكن أن تؤدى إلى معيار نجاح لكل طالب .

وفى الفصول السابقة فإن المواد والأنشطة للمعامل الرياضية قد نوقشت والكتب المرجعية والمواد ومواد أخرى قد درجت وقيمت تذكر كما قلنا سابقاً إن المعلمين يمكنهم خلق معامل رياضيات ممتازة فى فصولهم وبمواد غير غالبة وممكن الحصول عليها بسهولة إن الأفكار الجيدة والأشياء الهامة تعتبر هامة فى الحجرات التى تستخدم كمعامل للرياضيات أو مراكز للمواد التعليمية .

التعلم بالاستقصاء

كثيرا ما يرفض المتعلمون المتخلفون من جانب المدرسة ولا يهتمون كثيرا بتعلم الرياضيات ، ويكون الشكل الأساسى للاستقصاء لديهم فى الفصل هو « كيف اتجنب عمل الرياضيات » وما فائدة هذه المادة التى يحاول المعلم أن يجبرنا على تعلمها ؛ ولكى تتم عملية استقصاء ناجحة فى مبادىء الرياضيات ، وبناء الرياضيات وطبيعه عملية الاستقصاء ذاتها فيتعين على الطلاب أن يريدوا معرفة أشياء معينة تحدث فى الرياضيات . إن دروس الاستقصاء التى تخلو من ذلك ومع طلاب غير مهتمين من المحتم أن تفشل وقبل أن يحاول المعلم أن يشرك الفصل كله فى درس الاستقصاء فلابد أن يختار لغزاً تناقضاً ، مشكلة ، أو موقف سوف يثير أسئلة مخلصة من جانب الفصل . والعبارات والأسئلة التى تطرح من قبل الطلاب مثل « لا أعتقد أن هذا حقيقى . كيف يمكن لأى أنسان أن يفعل ذلك ؛ انه مستحيل » يمكن أن تهيء الموقف لدرس للاستقصاء . وبعض دروس الاستقصاء الأكثر انتاجية تنشأ من الأسئلة التى يشكلها تلميذ ما أو جماعة من الطلاب بدافع من ذواتهم . وفى فصول من المتعلمين المتأخرين يمكن أن تؤدى بعض أسئلة الطلاب الهزلية أو المستفزة عن المفاهيم والمهارات أو المبادىء الرياضية إلى دروس استقصاء حماسية وإن كانت من قبل المصادفة . إن سؤالا من طالب ضجر (شاعر بالملل والضجر) مثل « لماذا لا تعلمنا بعض عمليات الجمع مثل ما يحصل عليه الآخرون بدلًا من هذا الحساب الغبيء يمكن أن يتبع درس استقصاء مشوق عن نسق أو نظم اللانهائية والنسق والسلسلات اللانهاية . إن المعلمين اللحاحين يمكن أن يدرسوا كثير من مهارات الحساب الأساسية فى سياق مفاهيم رياضية شيقة ، ذات مستوى عال ، وجهته مكانيا والتى يمكن أن تقدم فى درس استقصاء موجة توجهنا طلابيا .

الأنشطة الجمعية

فى حين أن البرامج التفردية يمكن أن تساعد المتعلمين فى التمكن من المهارات والمفاهيم التى فشلوا في تعليمها فى الفصول الكبيرة التى يجرى فيها العمل بأسلوب المحاضرة فإن الأنشطة الجمعية يمكن أن تحسن من مهارات الطلاب ومفاهيمهم الذاتية الاجتماعية . إن معظم المتعلمين المتأخرين يفضلون العمل سوياً فى جماعات صغيرة من عدة طلاب بدلًا من أن يعلموا بواسطة معلم كفصل واحد . فعن طريقة تنظيم جماعات الطلاب الغير متجانسة على أساس من مستويات القدرة والتحصيل فيمكن للمعلمين أن يستخدموا الطلاب كمساعدين أقران فى داخل كل جماعة .

وعندما يرى المعلمون إن كل عضو فى كل جماعة يسهم فى الجماعة فقد يحسن الطلاب من صورتهم الذاتية ويكونوا أكثر احتمالا للتمكن من المهارات والمفاهيم الأساسية . إن الطلاب الذين يعملون فى جماعات أثناء حل التمارين أو المسائل يميلون إلى أن ينجزوا أكثر من خلال التدريس بالأقران الذى عادة ما يحدث . ويمكن للمعلم أن يركز على مساعدة هؤلاء الطلاب الذين لديهم مشكلات تعليمية أشد خطورة بينما يعلم الطلاب ذوى المشكلات الأقل خطورة بعضهم البعض فى داخل جماعاتهم وبعض المعلمون يحبون أن يعطوا تعيينات يجب أن تكمل فى الفصل من قبل جماعات

الطلاب الذين يعملون سوياً . ويحب كثير من المعلمين أن هذا النوع من القياس الجماعى أو الجمعى يؤدى إلى نتائج أفضل لكل الطلاب والذى يعكس مستوى التمكن لكل طالب مع أنه قد يكون تعين له نتيجة الاختبار الحاصل عليه من قبل الجماعة وبعد أن يأخذ الطلاب اختبار (سواء عملوا فرادى أو فى جماعات صغيرة) ويكون المعلم قد صمم وأعاد أوراق الاختبار فإن الطلاب يجب أن يعملوا فى جماعات لكى يجدوا ويصححوا أخطاءهم فى كل مفردة فى الاختبار وقد يبدو أنه تناقض أن طريقة جيدة لتفريد التعلم هى بجعل الطلاب يعملوا سوياً فى جماعات صغيرة .

التعلم المزود بالكمبيوتر

وهناك وجهة نظر دعمت نتائج بحوث وآراء معينة لدى كثير من المعلمين الذين يستخدمون الكمبيوتر لمساعدة التعلم فى فصولهم وهى أن التعليم المدعم بالكمبيوتر يعتبر أفضل نموذج للتدريس / والتعلم للمتعلمين المتخلفين ، فعندما يتعلم الطلاب أن يكتبوا برامج كمبيوتر (والتى ليست صعبة ابدا حتى بالنسبة للمتعلمين المتخلفين) ويجدوا برامجهم على الكمبيوتر فإنهم يكونون مندمجين أو منشغلين فى شكل مدهش من حل المشكلات والتعلم . إن اجراء العمليات باليد من قبل الطلاب يمكن أن يساعد فى مقابلة كثير من الحاجات المتنوعة للمتعلمين المتخلفين والذين لديهم سمات وصعوبات تعلم مختلفة وبالنسبة للطلاب فإن الكعبيوتر كوسيلة فى تعلم الرياضيات يمثل رمزاً ذا دلالة ، فليس كل انسان يمكن أن يشغل الكمبيوترْ . وكثير من طلاب الرياضيات الغير مهتمين غير قادرين على التركيز على تعلم الرياضيات سريعواْ التشتت الذهنى . ولكن عندما يكتب الشخص برنامج كمبيوتر أو يكون منشغلًا فى بعض العمليات بالكمبيوتر فإن الإهتمام يكون عالياً ويكون التركيز شديداً أنها الحقيقة إن بعض الطلاب حتى المتعلمين يجب أن يراقبوا حتى خارج مركز الكمبيوتر فى نهاية يوم الدراسة . إن حل المشكلات عن طريق الكمبيوتر سواء استخدم الطالب برنامجه هو أو برنامج حق بواسطة شخص آخر يعتبر نشاطاً شيقاً بالنسبة لمعظم الطلاب . وسرعان ما يحل المشكلات الدافعية لدى كثير من المتعلمين المتأخرين . وأيضاً فإن حل تمارين الممارسة والتدريب الناتجة من الكمبيوتر يعتبر أكثر اقناعاً من معظم الأنواع الأخرى لاستراتيجات التدريب والممارسة . إن الالعاب وأنشطة المحاكاة القائمة على أساس الكمبيوتر يمكن أن تكتب والكثير منها أيضاً متاح من مصادر عدة مثل الحساب الابداعى) أما بواسطة المعلمين أو الطلاب لتستخدم فى تعلم المفاهيم الرياضية وفى ممارسة المهارات الرياضية إن التعليم الفردى فى برنامج كمبيوتر بالتأكيد أكثر قناعا لمعظم الطلاب من الكراسات وأوراق الممارسة المبرمجة .

وبالطبع فإن السيئة الواضحة للتعلم المدعم بالكمبيرتر بالمقارنة مع نماذج أخرى للتدريس والتعلم هى أن الأذن بعمل فى الكمبيوتر لابد أن يطلب . ولو لمعلم حصلت على الأذن بالكمبيوتر لكى تستخدم فى فصولك تأكد من أن تسمح للمتعلمين المتخلفين وطلاب الحساب العلاجى لكى يستخدموا الكمبيوتر وهناك بعض المدارس التى تستبقى الكمبيوتر كأداة تعليمية لكى يستخدم فى الفصول المتقدمة وفى مقررات الرياضيات المتقدمة وللطلاب الموهوبين . ومع ذلك فإن الإستخدام

الشامل للكمبيوتر للطلاب الأفضل يعتبر خطأ . فالطلاب المتخلفين يمكن أن يستفيدوا بشكل من مقررات الرياضيات المدعمة بالكمبيوتر وعندما يتحتم تحديد استخدام الكمبيوتر على طلاب معينون فى مقررات معينة فقد يكون من الأفضل اعطاء الأولوية للطلاب المتخلفين فى إستخدام الكمبيوتر .

القدرة القرائية فى تعلم الرياضيات

إن أحد العوامل التى تسهم فى الصعوبات التى تكون لدى بعض الطلاب فى تعلم الرياضيات هو الضعف العام فى القدرة القرائية أو ضعف محدد فى قراءة وفهم الكتب الرياضية المدرسية . وبما أن كثير من المتعلمين المتخلفين لديهم اهتمام قليل بالرياضيات فإن لديهم اهتماماً أو ميلا أقل لقراءة كتب الرياضيات . وحتى عندما يقرأ هؤلاء الطلاب التقيينات فإنهم قد يفعلون ذلك بطريقة غير طبيعية تؤدى إلى فهم قليل للمحتوى الرياضى . وهناك افتراض خاطىء عن تدريس الرياضيات هو أن قراءة الرياضيات ليست نشاطا ضرورياً فى تعلم الرياضيات . بالرغم من أن معظم الطلاب يمكنهم تعلم بعض الحقائق والمهارات بدون فتح كتبهم فإن المفاهيم والمبادىء (أو أيضاً الحقائق والمهارات) تفهم ويتمكن منها على أفضل وجه عندما تكون محاضرات المعلمين وتعيينات حل التمارين للطلاب قد سوعدت أو صوحبت بتعيينات قراءية .

ويقرر ريتشارد ايرل (١٩٧٦) إن « معظم المهنيين يتفقون على أن قراءة أى موضوع لا يمكن ولا يجب أن نعزل عن نمو المفهوم فى هذا المجال » وفيما نشرته الجمعية الدولية للقراءة تحت عنوان تقويم التحصيل القرائى للأطفال (١٩٦٨) يعرف توماس باريت القراءة كما يلى :ـــ

القراءة تشمل الإدراك البصرى للرموز الكتابية وتنقل الرموز إلى مقابلاتها الصريحة أو الضمنية الشفهية . وحينئذ فإن الاستجابات الشفهية تعمل كمثيرات لرد فعل تفكيرى من جانب القارىء . إن نوع ومستوى الفكر الذى تثيره المثيرات قد تحدد جزئياً بقصد وخليفة القارىء وطبيعة المادة . بالإضافة إلى ذلك فإن الجهد الممتد فى العمل الإداركى والانطباع الذهنى للمواد المكتوبة لدى القارىء وتتأثر بإهتمامه بالاختيار المحدود بإتجاهه نحو القراءة عامة .

وقد يطرح انسان سؤالًا ماذا تعلمنا من قراءة تعريف باريت للقراءة ؟

أولا : إذا كان فى قراءة التعريف لدى الإنسان مجرد ادراك للرموز الكتابية .

(اقرأ الكلمات) ولم يفعل شيئاً آخر اذن فإن تعريف باريت بالنسبة لهذا الشخص له معنى قليل جدا . بمعنى أن الشخص اما أن لا يكون لديه اهتمام فى التركيز على فهم التعريف أو أنه غير قادر على فهمه كنتيجة . « لـ خلفية القارىء » (قدرته على القراءة ومعرفته بالموضوع) .

ومن الممكن أن « طبيعة المواد » قد تكون قد تدخلت فى فهم القارىء للتعريف واذا نقل القارىء رموز الكلمات فى التعريف إلى « مقابلاتها الشفهية الضمنية » والتى يمكن أن تفعل من خلال التصور

الذهنى حينئذ فإن نقله قد « يعمل كثير لرد فعل تفكيرى » وبالإختصار فإن باريت يقول إن القارىء الذي لديه اتجاهاً موجباً نحو القراءة عامة ويريد أن يفهم التعريف ولديه خليفة قرائية جيدة سوف يركز على الكلمات فى التعريف وسوف يفكر فيها بطريقة لها معنى وسوف يفهم التعريف هذا بالإضافة إلى أن باريت نفسه كان يعلم ما يتحدث عنه وعبر عن نفسه بوضوح .

إن الفقرة السابقة تعتبر مثالا لما يجب أن يفعله الإنسان لكى يقرأ ويفهم المادة المكتوبة بطريقة لها معنى . وبشرح عمليات تفكيرى المتعلقة بتفسر وفهم تعريف باريت للقراءة فإننى أكون قد وضحت كيف يجب على الشخص أن يقرأ المادة بغرض فهم مفيد . وعند تعليم الطلاب كيف يجب على الشخص أن يقرأ المادة بغرض فهم مفيد . وعند تعليم الطلاب كيف يقرأون كتب الرياضيات فمن المناسب قراءة قطع لهم من الكتاب ثم شرح التصور الذهنى الذى تستخدمة بنفسك لفهم كل قطعة بنفس الطريقة التى شرحت بها إدراكاتى الذهنية لقراءة تعريف باريت لك .

تعليم القراءة ومهارات الدراسة

يشير التحليل لتقارير البحوث ومقالات الدوريات إلى أنه ليس هناك طريقة وحيدة مثلى أو تجمع من الطرق لتعليم الطلاب القراءة مهارات الدراسة للاستخدام فى تعلم الرياضيات ومع ذلك فإن معظم الناس يوافقون أن تعليم القراءة ومهارات الدراسة فى الرياضيات سوف تؤدى إلى فوائد كثيرة فى الدافعية والتحصيل فى الرياضيات . وهناك بعرض الدليل الذى يشير إلى أن المتعلمين المتأخرين يستفيدون من المقررات والحصص الخاصة بتحسين مهارات الدراسة أفضل من الطلاب الموهوبين .

بالرغم من أن البحث فى هذا المجال غير شامل .

وكثير من معلمى الرياضيات بدافع منهم يحاولون اعطاء تعيينات للدراسة ويبدو أنهم يعتقدون أن مهارات الدراسة تتعلم بدون توجيه . وهذه ليست هى الحال بالنسبة لمعظم الطلاب وبخاصة المتعلمين المتخلفين .

وهناك مهارات دراسة معينة يحتاج الطلاب إلى التمكن منها لتعلم الرياضيات ، وهذه المهارات يجب أن تدرس . إن معلمى الرياضيات الثانوية يجب الا يفترضوا أن الطلاب قد تعلموا كيف يقرءون الكتب ويدرسون الرياضيات بالرغم من أن طلابهم قد يكونوا قد حصلوا مستوى مقبول من مهارات القراءة العامه . وبغض النظر عن حقيقة أن معظم الطلاب قد درس لهم مهارات دراسية كثيرة جيدة فى المدرسة الابتدائية . فقد يفشلون فى استخدامها بشكل مناسب فى مقررات الرياضيات الثانوية . وبالنسبة لبعض هؤلاء الطلاب فإن السبب فى أنهم لا يستخدمون مهارات دراسية مناسبة وتعلم الرياضيات هو أنهم قد حظوا بممارسة قليلة فى قراءة ودراسة الرياضيات مع أنهم قد تعلموا بعض الرياضيات بالإستماع إلى عدد هائل من المحاضرات وبمشاهدة شروح وأمثلة كثيرة وبحل آلاف التمارين الرياضية . إن الاستخدام الفعال والمؤثر لمهارات الدراسة يتطلب ممارسة تحت

توجيه المعلمين إلى أن يصبح إستخدام هذه المهارات روتينيا واعتيادياً . وطبقاً لما يقرره هارولد هيربر فى كتابه « تدريس القراءة فى محتوى مجالات » (١٩٧٠) .

بعض الطلاب ينقصهم الفهم عندما يطبقون المهارات التى من الواضح أنهم يعرفونها . ومن الأسهل ، على سبيل المثال ، وضع خط تحت جملة تبدو هامة أسهل من إدراك كيف أن الجملة تتماشى مع النمط التنظيمى الكلى للمحتوى الذى يدرس إن مثل هذه الممارسات الغير متميزة قد يثبت أنها محيرة أكثر منها مفيدة . إن معظم مقررات مهارات القراءة قد تأسست على فكرة أن الطلاب سوف يستفيدون أكثر من خطة تعلم منظمة أفضل مما سيستفيدون من مدخل المحاولة والخطأ وبعض المقررات تضع مزيداً من التأكيد على تحسين اتجاهات الطلاب ودافعيتهم واهتماماتهم ، بينما تؤكد أخرى على أسلوب أو خطة معينة وتشير التجربة إلى أن التأكيد الزائد أما على الجوانب السيكولوجية للتعلم أو على المهارات . ليس هو المدخل الأعظم فائدة . انما برنامج المهارات الدراسية الناتج هو ذلك البرنامج الذى يكون لدى المعلم الكفء فيه وقتاً لمواجهة أو لمقابلة الطلاب ويعطى الدافعية الخارجية عندما تكون مطلوبة ويمد الطلاب بمواد هامة عديدة مناسبة لمستوى قراءاتهم ويدرس لهم المهارات التى تحتاجونها للتعلم .

وللتعامل مع مهارات الدراسة أساساً كمجموعة من الإجراءات الآلية فهذا يعنى أن يقصد الشخص ويحدد النظرة إلى الدراسة وأن يبسط مهارات الدراسة فعندما تدرس بشكل سليم فإنها تشمل مدخلًا للتعلم نظامياً أو متتالياً . وبالإختصار يجب أن يعلم الطلاب القراءة ومهارات الدراسة ويجب أن يمارسوا هذه المهارات أثناء تعلم الرياضيات ويجب أن يعطوا أنشطة تفريدية ومساعدة المعلم لمساعدتهم فى تحسين مهاراتهم الدراسية إن قراءة كتب الرياضيات وفهم ما يقرأ لا يتأتى طبيعياً لمعظم المتعلمون المتخلفون . فهؤلاء يحتاجون أن يعلموا كيف يستخدمون المواد المطبوعة بفعالية وبشكل مؤثر كوسيلة فى تعلم الرياضيات .

طبيعة قراءة الرياضيات

إن القراءة العامة تختلف عن القراءة الرياضية فالقراءة الرياضية تتطلب دقة ، نظامية ، مرونة وتركيز عند قراءة جريدة أو رواية فقد يوجه الشخص القليل من الانتباه للتفاصيل أو قد يمر على المعنى وقد يقرأ بتتابع أو قد ينصرف ذهنياً . أما عند قراءة جزء من كتاب رياضيات فيجب على القارىء أن يعلم المعنى الدقيق لكل مصطلح رياضى ولكل رمز رياضى — وليس هناك مجال كبير للمعانى الضمنية والحدس والتأمل فعندما يحاول الطالب أن يفهم نظرية أو كتابة برهان فإنه لا يستطيع أن يتجاهل ويمر سريعاً بكلمة لا يفهمها إن كل مفهوم رياضى له معنى محدد ويلعب دوراً محدداً فى فهم مبدأ أو حل مشكلة .

وفى القراءة الترويحية فقد يتحول القارىء بحرية ذهنياً بحذف أجزاء من النص أو يتخطى الأجزاء الغير مشوقة أما عند القرءاة الرياضية فإن كل كلمة وكل جملة يجب أن تقرأ بعناية . إن الرسوم

البيانية والجداول والأشكال والأمثلة يجب أن تدرس بتفكير . إن خطوات حل تمرين أو مسألة وكل جزء من الاثبات يجب أن يقرأ ويفكر فيه إلى أن تفهم تماما . ودائماً يكون من الضرورى استخدام القلم والورق لعمل التفاصيل المحذوفة من أمثلة وشروح الكتاب . وفى بعض الحالات عندما لا تقدم المادة بوضوح فإنه يجب عمل ملحوظة ويجب أن يطلب الطالب توضيحاً من المعلم .

إن المرونة مطلوبة فى القراءة الرياضية . فأحيانا قد يكون من المفيد الوقوف والبحث عن معانى للمصطلحات فى القاموس . وقد يكون من الضرورى قراءة قطعة عدة مرات قبل أن تصبح لغة القارىء واضحة .

فقد تحتاج الموضوعات الرياضية الهامة أن يعاد تنظيمها أو قد يكون من المفيد عمل ملخصاً لموضوع ما .

وقد يكون من المناسب العودة إلى الأجزاء الأولى من الكتاب لمراجعة مواد تكون قد نسيت . وأحياناً يجب أن يوقف الشخص القراءة ويأتى إلى ملخص الفصل أو إلى التمارين فى نهاية قسم ما . إن الشخص لا يمكنه دراسة المادة الرياضية عادة بشكل متتال ، سطر بسطر وفقرة بفقرة وصفحة بصفحة .

إن التركيز يعتبر ضرورياً لفهم الرياضيات المكتوبة بطريقة مفهومة وإذا أصبح الطالب عديم الاهتمام فى المادة أو إذا بدأ ذهنه يشرد فإن نسق وبناء وتنظيم المادة سرعان ما يفقد . وإذا كانت المهارات والمفاهيم الرياضية التالية عادة ما تتشكل من خلال الموضوعات الرياضية السابقة فإن قليلاً من المفاهيم الخاطئة أو الحذوقات يمكن أن تؤدى إلى اضطراب كامل ونقص فى الفهم . إن كثيراً من الحالات المحددة حيث يكون المتعلمين المتخلفين غير قادرين على التمكن من المهارات والمبادىء الجديدة يمكن تتبعها إلى أصولها فى قليل من الحذف وسوء الفهم للمواد الرياضية الضرورية . وعادة ما يكون من الضرورى المرور سريعاً بجزء فى كتاب رياضيات من أجل الحصول على نظرة عامة للمادة والرؤية كيف نظمت وصيغت . حينئذ يتعين على الطلاب أن يقرءوا ويعيدوا قراءة المادة ببطء حتى يفهموها أو على الأقل إلى أن يصبحوا قادرين على تحديد نقاط الغموض المحددة . إن أحد أكثر الجوانب صعوبة فى تعلم الرياضيات بالنسبة للمتعلمين المتخلفين هو القدرة على فهم العلاقات المركبة بين حقائق ومهارات ومفاهيم كثيرة فى كل فرع للرياضيات . إن أولئك الطلاب الذين يحاولون استظهار الرياضيات كمجموعة من الحقائق والمهارات المنفصلة سوف لا يتمكنون من فهم المادة المكتوبة التى تتطلب تحليلاً وتركيباً وبناء عدد من الموضوعات الرياضية .

عمليات قراءة الرياضيات

تماماً كما تحدث العمليات المعرفية على مستويات مختلفة فكذلك تحدث أيضاً عمليات قراءة الرياضيات طبقاً لتنظيم هرمى لأنشطة سيكولغوية . وقد استخدم ريتشارد إيرك فى كتابه تدريس

القراءة والرياضيات نموذجاً فصلياً للقراءة الرياضية يحتوى أربعة مستويات إدراك الرموز ، ربط المعنى الحرفى بالرموز ، تحليل العلاقات بين الرموز ، وحل التمارين الرياضية مصاغة فى شكل مسائل لفظية . وبوجه عام فلكى يكون الطالب ناجحاً عند أى من مستويات القراءة تلك فإنه يجب عليه أن يحصل نجاحاً فى كل من المستويات السابقة . فعلى سبيل المثال فلكى تحل مسائل لفظية فى الرياضيات يجب عل الطلاب أن يكونوا قادرين على قراءة كل مسألة حتى يدركوا الرموز فى صياغة المسائل وأن يربطوا المعنى الحرفى لكل رمز وأن يحللوا العلاقات بين الرموز إن ادراك الرموز فى الرياضيات هو القدرة على إدراك المصطلحات والرموز الرياضية ونطقها بشكل صحيح . وهناك القليل من الفهم إن كان هناك فهم قد ضمن فى مستوى الإدراك . إن القارىء وببساطة يدرك الكلمات والرموز باعتبارها مألوفة ويكون قادراً على نطقها بشكل سليم . ولكى يحقق الطلاب نجاحاً فى المهام القرائية على مستوى أعلى فى الرياضيات فيجب أن يألفوا الكلمات والرموز الخاصة فى المواد التى يدرسونها . وإذا كان قارىء الرياضيات غير قادر عل إدراك ونطق الرموز مثل س ، $ا^{ن}$ ، $\sqrt{(أ + ب)}$ $[x, a^n, \sqrt{(a + b)^3}]$ وكلمات مثل تربيعى ، معادلة ، جذر ، داله فمن الجائز أنه سوف لا يستطيع أن يفهم كثيراً من الجبر . ان معلمى الرياضيات يجب أن يعطوا الطلاب ممارسة متكررة فى نطق الرموز الرياضية الضرورية فى مواجهة أهداف كل موضوع أو وحدة ولكى تكون متأكداً من أن المتعلمين المتخلفين قادرين على إدارك ونطق الرموز الرياضية فيمكن للمعلم أن يسأل كل طالب أن يقرأ من حين لآخر بصوت عال أجزاء من الكتاب مناسبة . وعند كتابة المصطلحات والرموز الرياضية على السبورة ، فيجب على المعلم أن يطلب من الطلاب أن ينطقوها بشكل صحيح . إن الاختيارات والأسئلة يمكن أن تحتوى على أجزاء اختيار من متعدد ، مقارنة ، أو تحديد حيث يطلب من الطلاب أن يطابقوا الرموز بأسمائها الصحيحة أو تعريف الرموز بشكل صحيح . وهناك عينة من هذه الاختيارات معطاه كما يلى :

(١) اا تخير التعبير الصحيح للرموز الرياضية التالية :

$\frac{٢ + ٣}{٥}$ يمكن قراءتها ...... ؟

(أ) خمسين الثلاثة أخماس

(ب) اثنين زائد ثلاثة ، مقسومه على خمسة

(جـ) خمسى الثلاثة

(٢) ٣س + $ص^{٢}$ $[3x + y^2]$ يمكن قراءتها .... ؟

(أ) ثلاثة س $[x]$ مضروبا فى مربع ص $[y]$

(ب) ثلاثة س $[x]$ زائد اثنين ص $[y]$

(جـ) ثلاثة س $[x]$ مضافا إلى مربع ص $[y]$

(٣) $\frac{٣ (٥ - ٧)}{٢}$ يمكن قراءتها ؟

(أ) ثلاث خمسات ناقص سبعة على اثنين .
(ب) ثلاث مرات من الكمية خمسة ناقص سبعة ، مقسوما على اثنين .
(جـ) ثلاث مرات من الخمسة مقسوماً على اثنين ناقصة سبعة .

قارن كل من الرموز التالية بالتعبير الصحيح الذى يعبر عنها :—

(س − ص)^٢ $[(x - y)^2]$ = مربع س $[x]$ سالب مربع ص $[y]$

$\frac{س - ص}{٢}$ $\left[\frac{x - y}{2}\right]$ = مضاعف الكمية س $[x]$ سالب ص $[y]$

س^٢ − ص^٢ $[x^2 - y^2]$ = الكمية س $[x]$ سالب ص $[y]$ ، مقسومة على اثنين

٢(س − ص) $[2(x - y)]$ = مربع الكمية س $[x]$ سالب ص $[y]$

III اكتب التعبير الرياضى الصحيح لكل من الرموز الرياضية الآتية :—

(١) اب $[ab]$

(٢) $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٨}$

(٣) $\sqrt{٣}$

(٤) ٥$\frac{١}{٢}$

(٥) ٢ − ٣

(٦) $\sqrt{ا + ب}$ $[\sqrt{a + b}]$

(٧) ا^٣ب^٢ + ٢اب $[a^3b^2 + 2ab]$

(٨) $\frac{٢}{٣}$ ٣

وبعد أن يكون الطالب قادراً على التعرف على ونطق كلمات ورموز رياضية معينة فإنه يقرأها بهدف وصل المعنى الحرفى لهذه الرموز . وهذا يجعلنا نقرر أن فهم (إدراك الرموز والكلمات يتبع

التعرف عليها والنطق بها . وكل قارىء يجب أن يكون قادراً على أن يحدد ويتعرف على الرموز والكلمات الرياضية وكتب دراسية مختلفة وأن يكون قادراً على أن يفهم أهمية تتابعها ونسقها .

وبعد أن يكون كفىء فى التعرف على الموضوعات الرياضية ، فإن المعلم يجب أن يشرح معناها بالطرق التى تستطيع التلميذ أن يفهمها ويطبقها . والطلاب يجب أن يكونوا قادرين على تعريف الكلمات والرموز الرياضية بطريقة صحيحة وبالطريقة التى يشعر بها الطلاب أنها مفهومة وأنها أكثر فائدة لهم . فالطالب يمكن أن يتذكر تعريف المعلم فى أن $ا^{ن}$ [a^n] يعنى ن [n] من العوامل للأساس ا [a] ، بدون فهم للتعريف أو دون قدرة على تطبيقها . اذا كان لابد للفهم أن يحدث ، فإن الطالب يجب أن يعرف أن ا [a] رمز يمثل عدد حقيقى وأن ن [n] هى رمز يمثل الأس أو عدد المراته التى يضرب فيها العدد ا [a] نفسه وأيضاً فإن الطالب يجب أن يعرف ويفهم معنى الكلمات مثل عامل ، عدد حقيقى ، هناك تعريف بسيط ولكنه عظيم الفائدة للمثال $ا^{ن}$ [a^n] هو أن تقول أن $ا^{ن}$ [a^n] تعنى ا [a] مضروباً فى ا [a] إلى أن نصل إلى ضرب العدد ا [a] فى نفسه ن [n] من المرات . فعلى سبيل المثال : $٨^{٣} = ٨ \times ٨ \times ٨$ ، $(\frac{١}{٢})^{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$ سوف تساعد على فهم المثال ، وعندما يصبح الطالب قادراً على ايجاد مثال :

مثل $(\frac{٢}{٣})^{٣}$ ، $٤^{٨}$ فإننا نستطيع أن تقول أنهم قد فهموا القاعدة الخاصة بالرمز $ا^{ن}$ [a^n] .

احدى مداخل التدريس بالمعنى عن طريق التعريفات المقدمة للطلاب هو أن يحصل لكل طالب على كراسة تعتبر بمثابة قاموس تراكمى له Comulative Dictionary وحيث أن هناك بعض التعريفات المعطاه فى الكتاب المدرسى أو بواسطة المعلم سوف لا تكون هامة بالنسبة للطالب ، فإنهم فى هذه الحالة يجب أن يكتبوا تعريفاتهم الخاصة لكل مصطلح أو رمز فى كراساتهم . المعلم يجب أن يقرأ كل تعريف يذكره التلميذ لكل مصطلح أو رمز لمراجعة مدى صحته . ومع ذلك فعندما يكون تعريف الطالب غير صحيح ، فإنه يجب مساعدته لتعديل هذا بحيث يكون التعريف صحيحاً وفى نفس الوقت ذو معنى مفهوم للطالب . وطريقة أخرى لمعالجة التعريف غير الصحيح هو أن يذكره الطالب بصوت مرتفع فى الفصل ، ويمكن لباق الطلاب ابداء ردود الفعل النافذة كل تعريف يقدم من الحالات الفردية للطلاب هذا النشاط سوف يساعد الطلاب لمعرفة التعريفات الصحيحة والدقيقة وسوف يعطيهم ممارسة عملية فى نقد وتفسير التعريفات المقدمة من طلاب آخرين . وأيضاً ، فإن الطلاب سوف يعطون قاعدة أساسية فى عمل تعريفاتهم الخاصة الصحيحة ببعض المساعدة من معلمهم . من أجل الاتساق والدقة وكوسيلة لقراءة وفهم الكتب المدرسية ، فإن الطلاب يجب أن يكتبوا تعريفات الكتاب المدرسى بجانب تعريفاتهم الخاصة لنفس المفاهيم الرياضية والمصطلحات

الموجودة فى كراساتهم الخاصة . وفى الاختيارات أو الأسئلة ، فإنه يجب أن يسمح للطلاب بإستخدام أى من الثلاثة أنماط من التعريفات . تعريفاتهم الخاصة أو التعريفات الموجودة فى الكتاب المدرسى أو التعريفات التى يعطيها المعلم . مفاتيح هامة لقدرات الطلاب فيما يتصل بالمعنى الحرفى للكلمات والرموز هى : المشاركة فى تكوين كل مفهوم ، أمثلة متنوعة لشرح وتفسير معنى كل كلمة أو رمز رياضى ، ممارسة عملية مستمرة فى أستخدام كل تعريف ، مدخل حلازونى مرن التعريف واعادة تعريف المصطلحات الرياضية وعندما يكون الطالب ناضجاً عقلياً وكفء فى الرياضيات فإنه يكون قادراً على اعادة تعريف المصطلحات والرموز بطريقة أكثر دقة ، وأكثر نفعاً وتجريداً . والتعريفات غير الدقيقة والتى يفهمها الطلاب والتى لاتساعدهم على إيجاد نتائج صحيحة ومفيدة فإنه من المفضل حفظ وتذكر التعريفات الشكلية والتى قد يكون غير مفهوم لكثير من الطلاب الفصل الرابع من كتاب ريتشارد أرلى (١٩٧٦) بعنوان تدريس القراءة والرياضيات «Teaching Reading and Mathematics» قدم مجموعة من المقترحات للأنشطة المساعدة داخل حجرة الدراسة لربط المعنى الحرفى للكلمات والحروف فى الرياضيات .

تحليل العلاقات القائمة بين الرموز هو القدرة على معالجة حقائق ، افكار ، مصطلحات ورموز عديدة فى نفس الوقت وأن يحدد أدوات الربط بين هذه الأشياء كما أن الطالب يقرأ النصوص الرياضية فإنهم يجب أن يتناول الكلمات والرموز كلمة كلمة ورمزاً رمزاً ، مع ربط المعنى الحرفى لهذه الكلمات والرموز ، وملاحظة الخصائص والعلاقات المشتركة بين المصطلحات والرموز فى كل نص أو قطعة . ويجب عليه كذلك استبعاد المعلومات غير المرتبطة بالموضوع . درجات متنوعة من التحليل والتركيب ، والتقويم والتفسير يجب أن تكون متضمنه فى قراءة المواد الرياضية والتى تحتوى على الكلمات والرموز المتجانسة . وبمعنى ما فإن تحليل العلاقات هو عملية بناء المعلومات كمجموعة داخلية من الخطوط كمرشد لمساعدة الطلاب فى تعلم كيفية تحليل العناصر عندما يقرأون الرياضيات هذه المقترحات هى :

١ – حلل كلمات المهمة التعليمية واعمل قائمة بالكلمات التى تشعر أنها ممثله للمفاهيم الرئيسية التى تريد من الطلاب أن يفهموها .

٢ – رتب قائمة الكلمات إلى أن تحصل على شكل يوضح العلاقات المتداخلة بين المفاهيم الخاصة بالمهمة التعليمية .

٣ – أضف إلى الرسم المفاهيم الكلامية التى تعتقد أنها مفهومة بالفعل من قبل الطلاب لوصف العلاقات بين المهمة التعليمية والنظام ككل .

٤ – قيم النظر العامة . هل وصفت العلاقات العامة الرئيسية بوضوح : هل يمكن للنظرة العامة أن تبسط وتبقى على التواصل الفعال فى هذه العلاقات التى تفيدها أكثر أهمية .

٥ – عندما تقدم المهمة التعليمية أعرض الشكل للطلاب واشرح بإختصار لماذا رتبت الكلمات كما فعلت . وشجع الطلاب أن يعطوا معلومات كثيرة فكما كان ممكناً .

٦ – أثناء مسار تعلم المهمة التعليمية اربط المعلومات الجديدة بالنظر البنائية كلما كان ذلك مناسباً .

إن النظرة البنائية التى بناها المعلمون يمكن أن تقدم للطلاب كدروس منظمة متقدمة فلكى يحسن الطلاب من قدرتهنم على قراءة وفهم الرياضيات يجب أن يعدوا نظراتهم البنائية الخاصة المكتوبة من أجل الواجبات القرائية الصغيرة فى كتبهم . ولكى تعد طلابك لكى يكتبوا نظراتهم البنائية الخاصة فيجب أن تبنى أنت أولًا عددا من نظراتك أو أرائك وتشترك الطلاب فيها حينئذ يجب أن تجعل الفصل كله يقرأ عدة صفحات من مادة الكتاب ويعملوا كجماعة تحت إشرافك لكى يعدوا نظرة بنائية . وبعد أن ينتهى الطلاب من العمل سوياً فى بناء عدة نظرات أو آراء بنائية فسيكون لديهم نموذجا كى يتبعوه فى قراءة واجبات الرياضيات وسوف يساعد هذا النموذج الطلاب فى معرفة ماذا يبحثون عنه وهم يقرءون وسوف يساعدهم فى تنظيم وفهم المادة وتحديد مناطق الغموض وعدم الوضوح . ويقترح ايرل (١٩٧٦) أيضا تمارين وأنشطة فصلية اضافية يمكن أن تساعد الطلاب فى قراءة وفهم وتحليل العلاقات فى قطع أو فقرات الرياضيات .

إن النشاط السيكولغوى (والذى يشمل أنشطة إدراك الكلمات والرموز وربط المعنى الحرفى بالكلمات والرموز وتحليل العلاقات بين الكلمات والرموز الأدنى فى مستوى) هو حل مشكلات رياضية كلامية ، ومن المعتاد رؤية المشكلات الكلامية على أنها « مشكلات قصصية » فى الجبر ، ولكن فى الجبر ايضا تستخدم مصطلح المسألة اللفظية بمعنى أكثر اتساعاً . وفى الرياضيات فإن المسائل اللفظية هى التمارين المصاغة فى نثر . إن المشكلات القصصية للجبر هى المشكلات اللفظية وفى الحساب فإن كثير من مشكلات ومسائل التطبيق كتلك التى تستخدم الرياضيات لحل مشكلات استهلاك تعتبر مشكلات لفظية . إن النظريات والفروض فى كتب الهندسة تعتبر مشكلات لفظية والمسائل الكلامية عن القياس والمسافات والزوايا فى الهندسة هى مشكلات لفظية والمسائل الكلامية عن القياس والمسافات والزوايا فى الهندسة هى مشكلات لفظية وبالنسبة لنا فإن « المسائل » مثل التالية لا يمكن اعتبارها لفظية

١ ــ بَسِّط ــ ٢ (٣ ــ ١) + ٧ (٨ + ٩)

٢ ــ حِلّ س – ٣س٢ + ٢س – ١ $[x - 3x^2 + 2x - 1]$

٣ ــ إنشىء مثلث ذى الأضلاع التالية ــ ٨ سم ، ٧ سم ، ١٢ سم

٤ ــ أثبت صحة هذه المتطابقة (ظاس)٢ – (جا س)٢ = (ظا س)٢ × (جا س)٢

$$[(\tan x)^2 - (\sin x)^2 = (\tan x)^2 (\sin x)^2]$$

إن حل المسائل اللفظية فى رياضيات المدرسة له هدف وهو تطوير مهارات حل مشكلات عامة يمكن نقلها إلى مواقف رياضية وغير رياضية خارج المدرسة . فكى يقرأ الطالب مسألة لفظية وتحليلها فيجب عليه أن يدرك الكلمات المناسبة وكذلك الرموز ـ صياغة المسألة وأن يفهم كل كلمة ورمز وإن يحلل بشكل صحيح العلاقات بينها . وفى النهاية فعلى القارىء أن يعيد بناء المشكلات اللفظية فى علاقة رياضية رمزية يمكن حلها بإستخدام الحساب أى النظام العددى .

إن حل المسائل اللفظية من الصعب تدريسه ومن الصعب تعلمه لمعظم الطلاب ويمثل مشكلة للمعلمين المتخلفين . فلا يتعين على الطالب فقط أن يعمل على كل المستويات السيكولغوية الأربعة لكنه يجب أيضا أن يعمل على مستويات من التحليل معرفين أعلى ومن التركيب والتقويم . إن معظم المناقشة والشروح عند حل المشكلات فى الفصل السادس تعتبر مساعدات مناسبة لتعلم كيف تحل مسألة لفظية وعامة فإن القدرة على القراءة وفهم المسائل الكلامية بدقة ونقديا يجب أن تتطور ببطء . فالطالب عبر عدد من السنوات بمساعدة معلمين صبورين . وكمعلم للمتعلمين المتأخرين يجب على المعلم أن يكون واعيا فى اختيار المسائل الكلامية التى يمكن للطلاب أن ينجحوا فى حلها وإعطاء المساعدة للتأكد من نجاح كل الطلاب .

إثارة دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات

كثير من الطلاب فى مقررات الرياضيات خاصة الطلاب المتخلفين يقومون بقراءات رياضية اختيارية أو تطوعية . وفى معظم الحالات فإن المتعلمين المتأخرين لا يقرءون الواجبات فى الكتاب الذى يعطيه معلموهم . وفى الرياضيات فإن القراءة التطوعية هى القراءة التى يقوم بها الطلاب لأنهم يريدون ذلك وليس لأنهم يجب أن يقوموا بها لإرضاء معلميهم وحتى الطلاب الذين يكملون قراءات معينة لهم فى كتبهم وانهم قد يفعلون ذلك بطريقة سطحية إن لم يكونوا مهتمين بقراءة المادة . إن القراءة السطحية للرياضيات عادة ما تؤدى إلى فهم طلابى قليل خاصة للمتعلمين المتأخرين . والسؤال الذى نتناوله فى هذا الجزء هو كيف يثير المعلمون دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات فى كتبهم وفى مادة أخرى مكتوبة فى الرياضيات وبالرغم من أن بعض الكتب الرياضية بها أقسام فى كل فصل تحتوى على ملحوظات تاريخية وتطبيقات للرياضيات لإثارة اهتمام الطلاب إلّا أن معظم الكتب الدراسية لا تجد صدى الطلاب إن أول خطوه نحو تدعيم اهتمام الطلاب فى قراءة الرياضيات أو توفير أشياء شيقه للقراءة وعرضها فى الفصل بطريقة فعالة . إن المجلات مثل معلم الحساب ، معلم الرياضيات بالرغم من أنها مكتوبة أساساً للمعلمين فإنها تحتوى على بعض المقالات قد تكون ذات أهمية للطلاب إن كثيرا من المتعلمين المتخلفين فى الرياضيات والذين قد يكونوا أيضاً قراء بطيئين لا يبدون ميلًا أن يبدأ وكتاباً فى الرياضيات لأن تكملة الكتاب تبدو عمل لا يمكن التغلب عليه وكمعلم فإنك يمكنك أن توجد الإهتمام فى الكتب عن الرياضيات والرياضيين بإختصارك كتاباً للمصل من حين لآخر وأن تقرأ قطعاً قصيرة وشيقة بصوت عال لطلابك أو بأن تخبرهم بقصص من

الكتاب تشجع الطلاب على تصفح كتب الرياضيات وأن يقروا فصولًا وأجزاء تعجبهم . إن أنشطة كهذه سوف تساعد الطلاب أن يدركوا أن القراءة الرياضية يمكن أن تكون شيقة وممتعة وأن الشخص لا يحتاج إلى قراءة الكتاب كله مرة واحدة عندما يبدأ فعلى سبيل المثال كتاب « بيل » المسمى حال الرياضيات صعب جداً بسبب حجمه ومع ذلك فإن مجموعة من المقالات عن عدد من الرياضيين ، ويمكن للشخص أن يقرأ كل ما يريد بل قوله عن رياضى واحد وذلك يقروا فصل واحد ولأن الطلاب قد طلب منهم أن يقرؤا كتب مكتبية كاملة وأن يكتبوا تقارير عن الكتب فى بعض مقررات الدراسة فى المدرسة فإن كثيراً من الطلاب ليسوا على وعى بأنه قد لا يكون من الضرورى قراءة كتاب من الغلاف إلى الغلاف .

وبعد أن تكون قد قرأت أجزاء من الكتب أو المجلات بصوت عال أو أخترت قصصاً منها ضعها موضع العرض فى فصلك واسمح للطلاب بإستعارة كتاب أو مجلة لعدة أيام لقراءتها فى المنزل وأن أحدى الطرق لتشجيع الطلاب على قراءة الرياضيات هى أن تملأ فصلك بالمواد الجذابة عن الرياضيات والمعروضة عرضاً جذاباً . وإذا ما اكتشف الطلاب أن أشياء هامة قد كتبت عن الرياضيات وبدأ فى عمل قراءات تطوعية فى الرياضيات فإنهم سوف يبدأون أيضا فى تحسين مهاراتهم القرائية وبالتالى فعندما تعطى تعيينات قراءة فى الكتاب المدرس فإن كثيراً من الطلاب يحاولون قراءتها وسيكون أكثر نجاحاً فى فهم المادة لأن القراءة الرياضين لن تصبح غريبة عليهم ومع أن تعيينات الكتاب المدرس قد لا تكون شيقة كالقراءة التطوعية التى يقوم بها الطلاب فى الكتب الأخرى فإنهم سوف يكونوا أكثر احتمالًا لقراءة تعيينات الكتاب المدرسى وسوف يكونوا قادرين بشكل أفضل على فهم المادة لأنهم قد نما لديهم اهتمام بالقراءة العامة فى الرياضيات .

وعندما تدرس للطلاب طرق القراءة وفهم كتب الرياضيات تأكد أن تتبع ذلك بواجبات قراءة بأسئلة ومناقشات وامتحانات قصيرة سهلة حتى يدرك التلاميذ أنهم أصبحوا ناجحين فى تعلم شىء ما كنتيجة لقراءة واجباتهم القرائية فى الكتب وإن لم يدرك الطلاب أن قراءة واجبات الكتب لها نفع فيما يختص بتعلم الرياضيات ومكافآت المعلم فسوف يكون لديهم دافعية قليلة لتكملتها وبالإختصار فإن استثارة دافعية الطلاب تتطلب مساعدتهم فى تعلم كيف يقرأون ويفهمون الرياضيات وتزويدهم بمواد مكتوبة شيقة وجذابة ومكافآتهم على جهودهم فى القراءة وبالإضافة إلى ذلك يجب على الطلاب أن يدركوا أنهم كانوا ناجحين فى تعلم شىء ما عن الرياضيات كنتيجة للقراءة .

قياس القدرة القرائية فى الرياضيات

بالإضافة إلى الأسئلة والإجابات الشفهية وملاحظة المعلم لطلابة داخل حجرة الدراسة ، فإن الأسئلة التحريرية والأنشطة المتنوعة يمكن استخدامها كوسيلة فى قياس قدرات الطلاب القرائية فى كل مستوى سيكون لغوى مثل إدراك الرموز ، ربط المعنى الحرفى للرموز ، تحليل العلاقات داخل الرموز ، حل المسائل اللفظية . على سبيل المثال ، إذا كان الطلاب يدرسون وحدة حول الأنواع

المختلفة للأعداد الحقيقية والعمليات على الأعداد الحقيقية ، بأن الاسئلة والأنشطة مثل الموضحة أدناه يمكن أن تصمم وتستخدم فى قياس قدرة كل طالب فى القراءة وفقا لكل مستوى سيكولغوى .

(أولا) إدراك الرموز :

مثل الأنشطة التالية يمكن أن تستخدم كوسيلة لقياس قدرة الطالب على إدراك الرموز إما بطريقة شفهية أو تحريرية :

إدراك الرموز فى نظام الأعداد الحقيقية

I : تعليمات : وضح موافقتك أو عدم موافقتك لكل جملة من الجمل التالية بكتابة موافق أو غير موافق أمام كل جملة .

(١) $\frac{٢}{٣}$ تقرأ على أنها ثلثين أو ٢ مقسومة على ٣

(٢) ٧ + ٤ تقرأ على أنها سبعة قبل الأربعة

(٣) ٣ — ٢ تقرأ على أنها اثنين سالبا ثلاثة

(٤) $(٩)^{٢}$ تقرأ على أنها مربع تسعة

(٥) ٣ (٥ + ٩) تقرأ على أنها ثلاث خمسات وتسعة

(٦) $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣}$ تقرأ على أنها نصف مرة من ثلثين

II تعليمات : إنطق بدقة كل مصطلح موجود فى العمود الأيمن ، ما ثم قارنه بالجملة التى تصفه وصفا جيداً من العمود الأيسر .

قياس (أ) يماثل تماما قياس ، ولكن به رمز إضافى .

كسر (ب) كلمة رياضية تحتوى على رمزين .

عدد طبيعى (جـ) يبدأ بـ قيا

غير قياس (د) يتكون من كلمتين .

III تعليمات : ضع دائرة حول كل مصطلح من القائمة التالية يكون قد تم تناوله فى كتاب الرياضيات الذى تدرسه .

(أ) المساحة (ب) الدالة (جـ) عدد سالب

(د) عدد طبيعى (هـ) السعة (و) الحجم

(س) عدد قياسى (ص) عدد غير قياسى (ل) عدد حقيقى

(م) حساب المثلثات

ثانيا : ربط المعنى الحرفى للرموز : فى الأنشطة التالية هى أمثلة لإستراتيجيات لتقويم قدرات الطلاب لربط المعنى الحرفى للرموز وهذه الأنشطة يمكن تنفيذها بطريقة فردية أو فى مجموعات صغيرة ربط المعنى الحرفى للرموز فى نظام الأعداد الحقيقية :

I تعليمات : أكتب تعريف ما لكل من المصطلحات التالية :

(أ) عدد قياسى   (ب) عدد صحيح سالب

(جـ) عدد غير قياسى   (د) عدد سالب

(هـ) عدد طبيعى   (و) عدد صحيح

(س) عدد كلى

II تعليمات : إعط مثالا واحداً لكل نوع من الأعداد التالية :ـــ

(أ) كسر   (ب) عدد قياسى

(جـ) كسر عشرى   (د) عدد غير قياسى

(هـ) عدد صحيح موجب   (و) عدد صحيح سالب

(س) عدد حقيقى   (ص) عدد طبيعى

(ل) عدد كلى   (م) كسر إعتيادى

III تعليمات : إستخدم التعليمات المدونة أدناه لتكلمة حروف الكلمات التالية :

(١) ع ـــ ـــ ـــ ـــ ت

(٢) عدد غ ـــ ـــ ق ـــ ـــ ـــ ـــ

(٣) ـــ ـــ سـ

(٤) عدد ص ـــ ـــ ـــ

(٥) عدد ـــ ـــ ـــ ع ـــ

(٦) هـ ـــ ـــ يـ سـ

(٧) أعداد ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ

تلميحات :

(١) ٢ × ٧ ، ٣ ـ ٢ ، ٥ ÷ ٨ ، ٦ + ٥

(٢) $\sqrt{٣}$

(٣) $\frac{٧}{١١}$

(٤) ٥ ، ـ ٣ ، صفر ولكن ليس $\frac{١}{٢}$

(٥) ١ ، ٢ + ٣ ولكن ليس $\sqrt{٣}$

(٦) س $[x]$

(٧) $\sqrt{٣}$ ، ـ $\frac{٧}{٨}$ ، ٣ ، $\frac{١}{٢}$ ٥

(ثالثا) تحليل العلاقات بين الرموز :

يمكن تقويم قدرا ت الطلاب لتحليل العلاقات بين الرموز بإستخدام أساليب كما هو موضح فيما يلى .

تحليل العلاقات بين الرموز فى نظام الأعداد الحقيقية

I ضع دائرة حول مجموعة الأعداد التى تحتوى كل المجموعات الأخرى من الأعداد فى نفس العمود .

العمود أ	العمود ب	العمود جـ
عدد موجب	عدد صحيح	$\varnothing$
عدد صحيح	عدد قياسى	عدد غير قياسى
عدد حقيقى	حاصل جمع عددين صحيحين	عدد موجب
عدد كلى		عدد سالب
عدد غير قياسى	كسر عشرى	$\sqrt{٢}$

II فى كل عمود من الأعداد . هناك عدد واحد لا ينتمى لهذا العمود . إرسم خط بين العمود الذى لا ينتمى فى كل عمود .

أ	ب	ج	د
$\sqrt{٢}$	٢	٣	$\frac{٣}{٢}$
$\sqrt{٩}$	٧	٢ —	$\frac{٤}{٧}$
٤	$\frac{٣}{٤}$	صفر	— $\frac{٧}{٣}$
$\sqrt{٨١}$	$\frac{١}{٢}$	٤ —	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$
٦	١ —	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{٣-}{٥}$

III حدد صدق وخطأ الجمل التالية بكتابة الصدق أو الخطأ أمام كل عبارة :

(أ) كل الأعداد القياسية هى أعداد حقيقية .

(ب) الصفر هو عدد صحيح .

(جـ) بعض الأعداد الحقيقية هى أعداد قياسية .

(د) كل الأعداد القياسية هى أعداد موجبة .

(هـ) الأعداد السالبة هى ليست أعداد حقيقية .

(و) بعض الأعداد القياسية هى أعداد طبيعية .

(س) الكسور العشرية هى ليست أعداد حقيقية .

ومثل هذه الأسئلة والتمارين صممت لمعرفة مدى تحصيل الطلاب فى كل مستوى من المستويات السيكولغوية الأربعة السابق الإشارة إليها .

وأحد الوسائل الهامة فى قياس قدرة الطالب القرائية هو ما يسمى بإختبار التتمة Cloze Test حيث يساعد المعلم فى معرفة مستوى فهم طلابه لمحتوى المادة الدراسية . ويتم بناء إختبار التتمة بواسطة إعادة كتابة نص من نصوص الكتاب المدرس الذى يدرسه الطالب ، مع حذف كل خامس كلمة بإنتظام ، ويطلب من المطالب وضع الكلمة المناسبة بدلا من تلك التى تم حذفها . ويوضح هذا النوع من الإختبارات عما إذا كان هناك إتقان بين المستوى اللغوى الذى كتب به الكتاب والمستوى اللغوى للطالب .

والخطوات التالية تستخدم كمرشد ودليل لكيفية بناء إختبار التنمية لقياس القدرة القرائية فى الرياضيات .

إرشادات لاختبار التتمه المستخدم فى قياس القدرة القرائية :

(١) تخير قطعة من الكتاب المدرسى فى الرياضيات بحيث تتكوّن من ٣٠٠ كلمة نثرية تقريبا . ولاتختار القطع التى تحتوى على معادلات وأمثله وأشكال وتمارين والأنواع الأخرى غير النثرية .

(٢) أكتب الفقرة الأولى من القطعة كما هى موجودة فى الكتاب .

(٣) تخير بطريقة عشوائية كلمة من بين الخمس كلمات الأولى فى الجملة الثانية ، ثم إحذف هذه الكلمة ، واترك بدلا منها فراغا حوالى ـــ ١ سم عندما تعيد كتابة الجملة مرة ثانية . ومن الجملة الثانية فصاعداً عليك بحذف كل خامس كلمة إعتباراً من الكلمة المحذوفة الأولى .

(٤) أكتب الجملة الأخيرة فى القطعة الممتازة كما هى دون حذف أى كلمة منها .

(٥) إعطى نسخة من اختبار التتمة المعد فى ضوء الخطوات من ١ ـــ ٤ إلى كل طالب فى الفصل ثم اعطى مثال توضيحى يبين كيفية الاجابة على الإختبار ووضح للطلاب أن المطلوب منهم هو قراءة القطعة ووضع الكلمة المناسبة المكافئة للكلمة المحذوفة .

(٦) أعطى الطلاب الوقت الكافى لتكملة اختبار التتمة قبل أن تجمع أوراق الإجابة منهم .

(٧) واثناء تصحيح اجابات الطلاب فإنه يجب ملاحظة أن الكلمات التى لا ترتبط بالكلمة المحذوفة تعتبر إجابات خاطئة . ثم احسب النسبة المئوية للكلمات الصحيحة لكل طالب .

(٨) وكما أوضحت نتائج البحث المتعلقة باختبارات التتمة الثابتة والصادقة فى قياس المستوى القرائى فى الرياضيات أن الطلاب الذين يجيبون إجابات صحيحة فى حدود ٥٥٪ أو أكثر إن ذلك يعبر عن منتوى عال من الفهم : أما الطلاب الذين يحصلون على نسب مئوية تتراوح بين ٣٠٪ ، ٥٥٪ كإجابات صحيحة للكلمات المحذوفة يكونون فى مستوى مرض من الفهم لهذه القطعة .

أما الطلاب الذين يحصلون على نسبة تقل عن ٣٠٪ فإنهم بذلك يعانون من بعض المشاكل المتعلقة بفهم نص الكتاب المدرسى .

(٩) وبعد تصحيح الإختبار وتحديد الطلاب الذين تقل نسبتهم عن ٣٠٪ فى درجات الاختبار والذين يعافون من بعض صعوبات الفهم فى القراءة فإنه يجب عمل توزيع تكرارى يتكون من عشرين خلية كل خلية تمثل ٥٪ من الاجابات الصحيحة تترواح بين صفر ٪ الى ١٠٠ ٪ وهذا التوزيع التكرارى سوف يعطى المعلم مؤشر جيد للقدرة القرائية للطلاب فى الرياضيات .

التدريس للطلاب الموهوبين رياضيا (فى الرياضيات)

زادت حدة الاهتمام بتربية الطلاب الموهوبين اثناء الخمسينيات نتيجة التأكد الزائد على أهمية العلم وكالتكنولوجيا للمجتمع . وأثناء السيتنيات ، أدى الوعى المتزايد فى المجتمع بحقوق الأفراد ببعض المدارس إلى أن تمنح برامج تعليمية خاصة للطلاب الموهوبين وللطلاب بطيىء التعلم أيضاً . فالحاجة داخل المجتمع لتنمية مواهب الناس للمساعدة فى حل مشكلات إجتماعية ، وسياسية ، وتكنولوجية خطيرة ، بالاضافة إلى التأكيد على حقوق الأفراد فى أن تكون لديهم الفرصة لتنمية مهاراتهم الخاصة للحد الأقصى فى المدرسة . كل ذهب دفع الأنظمة المدرسية إلى منح مزيد من الفرص التعليمية للطلاب الموهوبين وحيث أن الناس لديهم أنواع كثيرة من المواهب والقدرات ، فليس هناك إتفاق دقيق بشأن تعريف الطالب الوهوب (مَنْ هو الطالب الموهوب) فينظر بعض الناس إلى الموهوبية Gifedness من حيث معامل الذكاء I. Q . وينظر اخرون إلى الموهوبين على أنها الأداء الحسن فى المدرسة . وهناك اخرون يعتبرون أن الموهوبية هى ان يكون لديك موهبة للموسيقى والفن ، والكتابة والمحاولات الإبتكارية الأخرى وهناك معيار اخر للموهوبية الا وهو القدرة على الوصول إلى القمه فى مهنه أو حرفة الفرد . وحيث أن معامل الذكاء يعتبر مقياساً مبدئيا لكل من القدرة العقلية العامة ومجموعة من قدرات عقلية خاصة عديدة ، تميل كثير من المدارس إلى تصنيف الطلاب الموهوبين طبقا لدرجاتهم على اختبارات معامل الذكاء مابين ١٢٠ و ١٤٠ علامة على الدرجة المعتدله من الموهوبية ، وأن الدرجات مابين ١٤٠ و ١٦٠ علامة على مستوى عال من الموهوبية ، وأن درجات الذكاء فوق ١٦٠ درجة مقياساً للموهوبية الاستتثنائية فى الناس وعلى الرغم من أن درجات معامل الذكاء تميل إلى أن تستخدم كتقريب أولى (مبدئى) للتعريف على الموهوبين من الأطفال ، أو كمعيار أوحد فى بعض الأبحاث الا أننا سنبنى التعريف الأكثر شمولًا للموهوبين الذى أعطاه الجمعية القومية لدراسة التربية ففى الكتاب السنوى السابع والخمسين ، بعنوان التربية للموهوبين جزء ٢ (١٠٥٨) ، تعرف الجمعية القومية لدراسة التربية الموهوبية كما يلى :

إن الطفل الموهوب هو ذلك الذى يظهر اداء ملحوظا على نحو منسق فى أى مستوى من مستويات المحاولة التى تستحق القيام بها . وبهذا فسوف تشمل بذلك ليس الموهوبين عقليا فحسب ولكن أيضا أولئك الذين يظهرون أملًا (وعداً) فى الموسيقى ، وفنون الرسم والكتابة الإبداعية

والتمثيليات ، والمهارات الرياضية ، والقيادة الاجتماعية ، ويستطرد الكتاب السنوى للجمعية القومية لدراسة التربية فى التأكيد على هذا التعريف بالنظر إلى الموهوبين من الناس على أنهم ليسوا ٢ أو ٥ فى المائة الذى يتميزون بمعامل الذكاء الأعلى ، ولكن نسبة العشرين فى المائة من الذين يتشمون بالأداء الجيد على نحو استيثنائى فى مجموعة متنوعة من مجالات الأنشطة البناءة ، فلقد أصبح المجتمع ينظر إلى الموهوبين على أنهم مورد إجتماعى لا يجب تضييعة (التفريط فيه) . ففى إطار النظام التربوى ، يحق لكل طالب ، كما أن له المسئولية أيضاً ، فى تنمية مواهبه للحد الأقصى . ونتيجة لهذا ، تم تطوير وتنفيذ برامج خاصة للطلاب الموهوبين فى المدارس الثانوية والابتدائية . ومن الجدير بالملاحظة على أية حال ، ان أقسام الدوله (أقسام الولايات) المعنية بالتربية وإحياء المدارس تستخدم معايير مختلفة لتحديد الموهوبية واستخدام اجراءات متنوعة للتعرف على الطلاب .

سمات الطلاب الموهوبين

قبل أن نناقش السمات الأكاديمية والعقلية والجسمية ، والإجتماعية للطلاب الموهوبين ، من الأفضل أن تزيل المغالطات الشائعة Common Fallacies عن الناس الموهوبين – أولًا إن كون الفرد متميزا فى مجال ما مثل الرياضيات لايعنى ببساطه إنه ضعيف فى مجالات أخرى . فكما يصدق على معظم الناس ربما يكون الطالب الوهوب بارزا فى نواحى عديده ، متوسطا فى مجالات أخرى وعاجزاً فى محاولات معينة أخرى وثانياً ، إن الموهوبين كجماعة لا يميلون إلى أن يكونوا أقل من المتوسط فى السمات الجسمية مثل الحجم الصغير ضعف الرؤية ، أو عيوب جسيمة أخرى . وواقع الأمر أن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا فوق المتوسط بدرجة ما بالنظر إلى السمات الجسمية وفوق المتوسط بدرجة لا بأس بها فى القدرات العقلية والابتكاية . وثالثاً إن الموهوبين من الطلاب لايميلون إلى أن يكون ضد الاجتماعية Antisocial أو غير ناضجين انفعالياً حيث تشير الابحاث إلى أن الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا أكثر اجتماعية More Sociable وأكثر نضجاً من الناحية الانفعالية من الطلاب الاخرين فى عمرهم وبوجه عام ، فمن الخطأ الاعتقاد بأن الطبيعة التى حبت (استثنائية) Exceptional حرمت هذا الشخص من سمات أخرى معينة مرغوبة للاحتفاظ بنوع ما من التوازن الافتراضى Hypothetical Balance بين السمات البشرية .

السمات العقلية والأكاديمية للموهوبين :

ويميل الطلاب الوهوبون إلى أن يؤدوا جيداً فى معظم المواد الدراسية ويؤدوا أداء جيداً على نحو استثنائى فى عدد قليل من المواد . فهم يحرزون درجات عليا على إختبارات معامل الذكاء I. Q واختيارت الابتكارية واختبارات التمكن التى يقوم المعلم ببنائها وكثير من الاختيارات الأخرى التى تصمم لمقياس صفات أكاديمة معينة . ويؤدى الطلاب الموهوبون أداء جيدا على معظم الاختبارات التى يقوم المعلّم ببنائها لأنهم يتمتعون بذاكرة جيدة ، بمعنى أنهم قادرون على حفظ (استظهار) الحقائق واتقان الخوارزميات بسرعة وتذكرها لفترة طويلة من الوقت كما أن الطالب الموهوب أيضا

قارىء جيد ويفهم مايقراه بسهوله فهو يحتفظ بكثير مما يقرأه أو يسمعه بقليل من الممارسة والتدريب ، ويستخدم عدداً كبيراً من الكلمات بسهوله ودقه . كما أن الموهوبين ليس لديهم مشكلة (صعوبة) كبيرة فى قراءة وفهم التعليمات والتوجيهات مما يفسر قدرتهم على الأداء الجيد فى الاختبارات فمعظم الطرب الموهوبين قادرون على قراءة الكتب المتقدمة لسنوات عديدة بالنسبة لصفتهم الدراسيه ، وتاريخ الرياضيات حافل بأمثلة للموهوبين فى الرياضيات فى عمر المراهقة المبكرة حيث استطاعوا أن يقرأوا بوعى الكتب والمقالات التى كتبها اساتذه الرياضيات بالجامعة والباحثين فى مجال الرياضيات وتلك الاعمال المكتوبة لنقل الاكتشافات الرياضية داخل جماعة الرياضيين (داخل مجتمع الرياضيين) .

إن الطلاب الموهوبين فى الرياضيات على مستوى جيد تماماً فى العمليات المعرفية ذات المستوى الاعلى مثل التحليل ، والتركيب والتقويم فهم يدخلون مرحلة الاجرائية الشكلية المعرفية فى مبكره The cognitive formal operational stage كما يصبحون على درجة عالية من الكفاءة فى التفكير المجرد Abstract thinking والاستدلال الاستنباطى (الاستنتاجى) Deductive reasoning وهم أيضا يتمتعون بمستوى جيد فى حل المشكلات لأنهم لايستطيعون التعامل مع عدد من المتغيرات فى وقت واحد ويستطيعون اداراك العلاقات المركبة بين المفاهيم الرياضية كما أن الموهوبين رياضيا قادرون أيضا على فهم المفاهيم والأساسيات الرياضية يتركب فئات الرموز الرياضية والتناول العقلى لها بمعنى أنهم على مستوى جيد فى الاستدلال الرمزى : فالطلاب الموهوبون رياضيا لهم القدرة على صياغة الحدسيات ، واثبات النظريات وحل المسائل فى الرياضيات لأنهم يميلون إلى أن يكونوا على بصيرة فى مدخلهم للرياضيات ، فهم يستطيعون النظر إلى المسائل بوجهات نظر متفردة ، كما أن لديهم ومضات بصيرة وهم قادرون على الانخراط فى التفكير التباعدى وكذا التفكير التقاربى فهم مفكرون رياضيون يتسمون بالابتكارية والأصالة وفى المدرسية يظهر الطلاب الموهوبون رياضيا درجة لابأس بها من حب الاستطلاع العقلى (الفكرى) فهم مهتمون بمدى واسع من الأفكار الرياضية ويسألون كثيراً من الاسئله الجيده ، ويلتقون (يصادفون) بأفكار ابتكارية (خلاقة) ويبدوا وأنهم يريدون دائما أن يعرفوا أسباب الأشياء . فهم يحتاجون إلى أن يعرفوا كيف تأتى الاجراءات (الخطوات) الخوارزميه بالاجابة الصحيحة ، وكيفية صحة النظريات وكيف تم اكتشاف الأفكار الرياضية . فالطلاب الموهوبون يترددون فى قبول (الحقائق اليقينية) المبنية على السلطة (مفروضة) ، وهم يريدون أن يفهموا المفاهيم والأساسيات التى تتضمنها كل عملية رياضية . وحيث أن الطلاب الموهوبون قادرون أيضا على قراءة وفهم الرياضيات بأنفسهم ، فإنهم يميلون إلى التقدم فى كتبهم ويبحثون طواعية عن الكتب والمقالات فى مجال الرياضيات لقراءتها . فهم يبحثون عن مشكلات تتحدى قدراتهم وقراءات والعاب والغاز رياضية شيقة وبعض الطلاب الموهوبين يحبون أن يسألوا أسئلة صعبة (يعرفون الاجابات عليها مسبقا) فى الفصل ليروا إذا كانوا يستطيعون جعل المعلم يزل (يخطىء) ونتيجة لجهود بعض الطلاب الموهوبين للإستمرار فى التقدم مع المعلم ، فيجب أن يكون المعلمون أنفسهم موهوبين رياضياً ، وأن يكونوا على ثقة فى المامهم بالرياضيات وأن يكون لديهم

أحساس جيد بالمرح وحيث أن هناك من الطلاب الموهوبين رياضيا فى المدارس العليا مَنْ قد يسيقون معلميهم بسرعة فعلى المعلم أن يتجنب محاولة الدخول فى مناقشة فردية مباشرة معهم (مع الطلاب الموهوبين) . فالمعلم قد يفقد فقط المناقشة الفعلية وسيلجأ إلى السلطة للسيطرة على الموقف فى حجرة الدراسة . فمحاولة التنافس فى الفصل مع الطلاب الموهوبين يؤدى إلى فقدان احترام الطلاب للمعلم فالمعلمون الذين يختارون تسوية مناقشاتهم (مشكلاتهم) الرياضية بإستخدام سلطاتهم التنظيمية قد يولدون بذلك احتقار الرياضيات لدى الطلاب الموهوبين فيجب أن يكون هناك شركة تعلم بين المعلم والطالب الموهوب حيث يتعلم كل منهما من الآخر فيجب أن يعترف الطلاب أن المعلم أفضل تعليما ويمكن أن يساعدهم فى تعلم الكثير عن الرياضيات ، ويجب أن يعترف المعلم أن الطلاب لديهم موهبة أستثنائية (متميزة) فى الرياضيات ويجب أن يساعدهم المعلم فى تنمية هذه الموهبة . فالطلاب الموهوبون قادرون على تعلم المهارات الرياضية الرياضية بتدريب بسيط فى الحفظ وهم يستطيعون فهم المفاهيم والأساسيات دون رؤية عدد كبير من الأمثلة المحسوسة وهم أيضا يتسمون باليقظة والملاحظة الواعية (الحاذقة ، مما يمكنهم من الإستجابة بسرعة فى الفصل . ونتيجة لذلك ، ينبغى على المعلم الذى ينبغى على المعلم الذى لديه طلاب موهوبون فى فصوله أن يكون حريصاً على ألّا ينادى على الطلاب الأفضل (للإجابة) بإستمرار ويتركهم — فى الواقع — يسيطرون على الفصل على حساب استبعاد طلاب آخرين فالطلاب الموهوبون عادة ما تستثار دافعيتهم على نحو جيد ، إذا شجعهم معلمون واعون ، وسوف يقومون بقدر لا بأس به من العمل الأكاديمى بأنفسهم . فكثير من الطلاب الموهوبين رياضياً لا يحصلون على القدر الكافى من الرياضيات ، لذا فهم يقضون كثيرا من وقت فراغهم فى دراسة وتعلم الرياضيات . فالطلاب الموهوبون يتعلمون بالفعل بسرعة أكبر من طلاب آخرين ، ويمكن تسميتهم « بالطلاب سريعى التعلم » فى مقابل الطلاب بطيىء التعلم السابق التحدث عنهم فى هذا الفصل .

السمات الجسمية والإجتماعية للموهوبين

منذ عام ١٩٢٠ قام عدد من الباحثين — بارب (١٩٦٥) Barbe ، وجالار (١٩٦٩) Gallagher وليكوك وكايلور (١٩٦٤) Laycock and Caylor ومارلاند (١٩٧٢) Marland ومارتنسون وسيجل (١٩٦٧) Martinson & Seagel ، ويترمان (١٩٢٥ — ١٩٥٩) Terman ويتى Witty (١٩٤٠) ، وآخرون قاموا بدراسة السمات الجسمية والإجتماعية والانفعالية للموهوبين من الأطفال . فبين عامى ١٩٢٠ — ١٩٥٥ قام لويس أ . تيرمان Terman أستاذ علم النفس بجامعة ستانفورد ، بجمع بيانات عن ١٫٥٢٨ من الموهوبين الذين قاموا بتعريفهم (تحديدهم) كأطفال موهوبين عام ١٩٢٠ حيث تتبع هذه المجموعة من الناس الموهوبين مبنية على نتائج تيرمان فى بعض النواحى فمن حيث السمات الجسمية والصحة العامة ، نجد أن الطلاب الموهوبين (الذين يتمتعون بمعامل ذكاء عال) يميلون إلى أن يتجاوزوا قليلًا المعايير العامة للأطفال الأمريكيين فمثل هؤلاء الأطفال يكونون أضخم وأقوى قليلًا عند الميلاد — كما أنهم يتعلمون المشى

مبكراً وهم لديهم مشكلات صحية أقل من المتوسط ولديهم عيوب جسمية أساسية وثانوية أقل من العادى .

وحيث أن الناس الموهوبين الذين تم التعرف عليهم فى الأبحاث أتوا من بيوت أعلى فى المستوى الإقتصادى الاجتماعى قريبا تكون السمات الجسمية المتميزة (العالية) التى وجدت فى هؤلاء الناس راجعة فى معظمها إلى التغذية والرعاية الصحية الجيدة بدلًا من الذين تناولتهم الدراسات ، ومع هذا فهذه الدراسات المتعلقة بالسمات الجسمية للموهوبين تفند (ترفض) بالفعل الصورة الكاريكاتيرية (الهزلية ــ الساخرة) للطلاب الموهوبين الذين يتسمون بالنحافة والذين يلبسون نظارات والضعاف جسميا وتدل الأبحاث على أن الطلاب الموهوبين عقليا كجماعة يميلون إلى يكونوا أفضل من الناحية الجسمية ولقد وجد أن كثيراً من طلاب المدرسة العليا رياضيون على مستوى جيد أيضاً .

وفيما يتعلق بالنضج الإنفعالى والتوافق الاجتماعى فإن الطلاب الموهوبين عقليا على مستوى جيد أيضا حيث توضح الدراسات أن الأطفال الموهوبين عقليا يميلون إلى أن يكون لديهم توافق انفعالى أفضل ــ وكمجموعة (جماعة) ، فإنهم يميلون إلى أن يكونوا أكثر سيادة وأكثر اعتماداً على النفس وأقل عصبية من أقرانهم . ومع هذا فالطلاب الموهوبون كأفراد لديهم مشكلات توافق ترجع إلى احباطهم فى العثور على أطفال آخرين لديهم وقدرات واهتمامات متشابهة ، وإلى وعيهم الكبير بالمشكلات الإنفعالية والإجتماعية الرئيسية للأطفال الموهوبين إلى عزلتهم عن معاصريهم من الأطفال واحباطهم بعجزهم عن الوفاء بحاجات تعلمهم ، والملك فى المدرسة ، والإهتمام بالمشكلات المعنوية والأخلاقية .

وبوجه عام ، يميل الأطفال الموهوبين إلى أن يتقبلهم الأطفال الآخرون قبولًا حسناً ففى المدرسة ، يميلون إلى أن يكونوا قادة Leaders وغالبا ما يتم انتخابهم للجان المدرسة . فهم يتسمون بالنشاط فى جريدة الطلاب ، والأندية المدرسية ، والألعاب الرياضية والمحاولات الإبتكارية ، والأنشطة الأخرى المنهجية الإضافية وعلى الرغم من أن الطلاب الموهوبين يتمتعون بهدايات فردية ، ودراسات متفردة فهم أيضا يتمتعون باللعب والإشتراك فى أشكال أخرى من الأنشطة الجماعية وفى بعض الحالات ، حصلت الرغبة فى القبول (التقبل) الإجتماعى وضغوط الرفاق الطلاب الموهوبين يهملون دراساتهم الأكاديمية على حساب الأنشطة الإجتماعي مع الطلاب الآخرين . وحيث أنهم يرون أنفسهم مختلفين عقليا وأكاديمياً ، فإن بعض الطلاب الموهوبين يقصرون أداءهم الأكاديمى ليكون مثل زملائهم فى الفصل . وفى حالات أخرى ، قد يرى الطلاب الموهوبين أنهم أفضل من الناحية الإجتماعية من الطلاب الآخرين ويبحثون عن طلاب آخرين موهوبين عن أجل التفاعل الإجتماعى فى حين أنهم ينسحبون (يتهربون) من الطلاب الأقل قدرة من الناحية الأكاديمية فى جماعات عمرهم .

وعلى الرغم من النتائج القليلة المتناقضة فى الدراسات عن الموهوبين والأستثناءات القليلة التى يمكن ملاحظتها ، فإن الطلاب الموهوبين والإبداعيين (الإبتكاريين) من الناحية العقلية يميلون إلى أن

يكونوا أكثر تشابها من الناحية الإنفعالية والإجتماعية مع الطلاب الآخرين من كونهم أكثر اختلافا عنهم . فكما يرى روث أ مارتينسون Martinson في كتابه « Exceptional Children in The School (١٩٧٣) أن : بوجه عام إن نمط توافق وانتاجية ما بعد المدرسة بالنسبة للكبار الموهوبين هو نمط ممتاز . فكثير من الأفراد الموهوبين يجدون أرضاء (قناعة) عظيماً فى عملهم ويغرقون فى أنفسهم فى أعمالهم بعمق وذلك باختيارهم . فهم يشركون أنفسهم فى عملهم بكثافة وتكريس شديد وغالباً ما يسهمون فى المجتمع أكثر من الشخص المتوسط .

حاجات الطلاب الموهوبين

على الرغم من أن الطلاب الموهوبين قد يكونون قادرين على تعلم منهج الرياضيات المدرس بسرعة بقليل من رعاية المعلمين الّا أنهم يحتاجون إلى ارشاد وتوجيه لينموا مواهبهم الرياضية على نحو كامل وحيث أن بطيىء التعلم يميلون إلى الأداء السيء فى المدرسة ، فمن الواضح لمعظم المعلمين أنهم يحتاجون لمساعدة خاصة فى الرياضيات . ومع ذلك فالطلاب الموهوبين لهم حاجات خاصة أيضاً ؛ حتى على الرغم من أنهم قد يكونون قادرين على الحصول على تقديرات عالية بمساعدة قليلة من المعلم وليس من الصحيح ، كما يعتقد البعض أن نفترض بأن أفضل طريقة للتدريس للموهوبين هى اعطاؤهم بعض الكتب الدراسية وعدم التدخل فى تعلمهم . فالمراهقون الموهوبين هم فى المقام الأول مراهقون لهم كثير من المشكلات والحاجات الشائعة (المشتركة) فى معظم المراهقين وفى عام ١٩٦٠ ، أعدت الجمعية (اتحاد التربية القومى) القومية للتربية .

هدفاً عاماً أو حاجات عامة للطلاب الموهوبين ، لاتزال صادقة حتى يومنا هذا فطبقاً للإتحادات القومية للتربية NEA ، فالطالب الموهوب هو الذى يحتاج إلى :

(١) أن يصبح محباً للإستطلاع من الناحية العقلية ، ويبحث عن المعانى ويحاول أن يعثر على علاقات جديدة بدلًا من الحقائق القديمة .

(٢) أن يحسن القدرة على الدراسة المستقلة وأن يقوم بالبحث مع العناية بعادات العمل الأساسية ومهارات الدراسة وطرق البيحث .

(٣) أن يتعلم تطبيق مدى واسع من المعارف والأساسيات (الأسس والمبادىء) على حل كثير من مشكلات الحياة .

(٤) أن يكتسب المهارة فى تقويم الذات .

(٥) أن ينمى مهارات فى التفكير الناقد .

وأن يكتسب الرغبة فى الوصول للحقيقة ، ويصبح ، منفتح العقل (واسع الأفق) مع احساس بالحكم المعلق غير الحاسم .

إدراك المسئوليات وكذا قوة المعرفة .

(٧) أن ينمى القَدرة القيادية ويتضمن ذلك التوازن الشخصى (الإتزان) إحترام حق الآخرين والمهارة فى ديناميات الجامعة وعلاقات الشخص بالشخص .

(٨) أن يوسع الميل نحو إبتكارية أنماط (أنواع) مختلفة .

(٩) أن يحس بمضامين التغير .

(١٠)أن يتقن المهارات فى الإتصال .

(١١)أن ينمى عرض الرؤية (مساحة الرؤية) ليدرك إمكانات المستقبل ، وحقائق الحاضر ، وتراث الماضى ، ليرى فى ذلك كله التيار المستمر لأفكار واهتمامات وقضية الإنسان .

وبينما يمكن أستخدام الحاجات العامة للموهوبين ، المذكورة سابقاً كمجموعة من الأهداف للأطفال الموهوبين ، فإن هؤلاء الناس لهم أيضا حاجات خاصة معينة فى تعلم الرياضيات . وحيث أن كثيراً من الطلاب الموهوبين يقرأون كتب الرياضيات بأنفسهم ويتعلمون أكثر كثيراً من الرياضيات التى تحتويها الكتب الدراسية ، فإنهم يحتاجون إلى التفاعل مع معلمين يعرفون أكثر كثيراً من الرياضيات التى يقدمونها لفصولهم . وهم يحتاجون إلى معلمين على دراية كبيرة يستطيع مساعدتهم فى تحديد الكتب والمقالات الجيدة عن الرياضيات وعلى درجة كافية من الحساسية بحيث يستطيعون التدريس للطلاب الذى قد يكونون متفوقون عقليا على أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبين الذين يسبقون (يتفوقون على) معلميهم فى معرفتهم ببعض موضوعات الرياضيات فيجب على المعلمين أن يشعروا بأنه ميزه لقدرات التدريس بالنسبة لهم أن يكونوا قادرين على مساعدة الطلاب الموهوبين فى التفوق على معرفتهم (المامهم) بالرياضيات فمعلموا الطلاب الموهوبين رياضياً (فى الرياضيات) يجب أن يكونوا مهتمين بتعلم المزيد فى الرياضيات بأنفسهم حتى يستطيعوا مساعدة الطلاب القادرين على تجاوز مستوى منهج الرياضيات المدرسى .

ومن الأمور الهامة بالنسبة للمعلم أن يكون قادراً على التعرف على القدرة الرياضية الاستثنائية (المتميزة) وتغذيتها وأن يكتف طرق التدريس ومنهج الرياضيات للوفاء بالسرعة (المعدل Pace) الذى يتعلم هؤلاء الطلاب الرياضيات فالطلاب الموهوبون ، مثلهم فى ذلك مثل الطلاب بطيىء التعلم ، يحتاجون إلى قضاء وقت إضافى مع معلمْيهم خارج الفصل . فهم يحتاجون لمساعدة خاصة فى فهم المفاهيم والأساسيات من القراءات الرياضية الى يقومون بها باستقلالية .

فالطلاب الموهوبون قادرون على تعلم الرياضيات المدرسية بسرعة ، لكنهم لا يزالون فى حاجة إلى كيفية تركيز انتباههم وتوجيه جهودهم نحو تعلم رياضيات ذات مستوى أعلى . فإذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم ، فإنهم قد يقضون ساعات طويلة فى قراءة بعض القراءات الرياضية الضعيفة ، وفى الألعاب الرياضية غير المناسبة ، أو فى حل الغاز تافهه . فهم يحتاجون إلى المساعدة من المعلم فى ايجاد وتنفيذ أنشطة بناءه فى تعلم الرياضيات وكما لاحظنا فى الفصل ٥ ، فإن كثيرا من الأنشطة المعملية والألعاب فى مجال الرياضيات لها أهداف تعلم رياضيات قابلة للنقاش ولسوء الحظ ، إذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم قد يضيعون ساعات طويلة فى أنشطة رياضية تافهة غير مهمة .

وحيث أن الطلاب الموهوبين عادة ما يحتاجون إلى قضاء وقت قليل فى القيام بتمارين وتدريبات روتينيه لتعلم المهارات الرياضية ، فيجب أن يسمح لهم بنوع ما من المرونة فى أنشطة الفصل وتعيينات الواجب المنزلى . ولكنهم أيضا يحتاجون إلى أن يتم التدريس لهم بشأن كيفية تنظيم وقتهم وتنظيم أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبون الذين يكونون على ثقة زائدة ، ويفشلون فى الانتباه لحقائق ومهارات التعلم فى الفصل ، وقد يمثلون مشكلات نظام فى الفصل . فهم قد يفشلون فى القيام بتعيينات الواجب المنزلى فى تعلم الرياضيات وكما لاحظنا فى الفصل ٥ ، فإن كثيرا من الأنشطة المعملية والألعاب فى مجال الرياضيات لها أهداف تعلم رياضيات قابلة للنقاش ولسوء الحظ ، إذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم قد يضيعون ساعات طويلة فى أنشطة رياضية تافهة غير مهمة .

وحيث أن الطلاب الموهوبين عادة ما يحتاجون إلى قضاء وقت قليل فى القيام بتمارين وتدريبات روتينيه لتعلم المهارات الرياضية ، فيجب أن يسمح لهم بنوع ما من المرونه فى أنشطة الفصل وتعيينات الواجب المنزلى . ولكنهم أيضا يحتاجون إلى أن يتم التدريس لهم بشأن كيفية تنظيم وقتهم وتنظيم أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبون الذين يكونون فى الفصل ، وقد يمثلون مشكلات نظام فى الفصل . فهم يفشلون فى القيام بتعيينات الواجب المنزلى ويأخذون اتجاه ليس علىّ أن أتنبه فى الفصل أو أقوم بتعيينات الواجب المنزلى لأننى أفضل طالبا فى الفصل » فيجب على المعلم أن يحذر من أن تأخذه الدهشة بمستوى الطالب العقلى العالى إلى درجة يسمح فيها له أن يفعل ما يحلو له فى الفصل . فالطلاب الموهوبون فى حاجة أيضا إلى تعلم قواعد السلوك والأعراف (التقاليد) الإجتماعية .

فالطلاب الموهوبون لا يجب معاملتهم كأفراد أفضل من زملائهم فى الفصل . فيجب أن نعلمهم احترام الناس الذين قد لا تكون لهم القدرات العقلية النوعية التى يتمتعون هم بها ، ويجب أن يتعلموا قيمة القدرات والكفاءات غير المعرفية ، فى المجتمع . ويجب أن يتعلموا استخدام المامهم (معرفتهم) الجيدة بالرياضيات وأن يعلموا ويساعدوا الطلاب الذين قد يؤدون أداء شيئاً فى برامج الرياضيات . ويجب أن يتعلم الطلاب الموهوبون فى الرياضيات أيضا احترام وتقدير الاهتمامات والقدرات المميزة لأقرانهم ، والتى قد تكون مختلفة عن اهتماماتهم وقدراتهم الخاصة . ولكى يتعلم الطلاب الموهوبون المهارات الإجتماعية ، احترام الآخرين ، ودرجة معينة من التواضع الأمين ، يجب وضعهم فى مجموعات متجانسة من الطلاب ولا يجب عزلهم عن الطلاب الأقل قدرة بالنسبة لكل دراساتهم بالمدرسة فالطلاب الموهوبون فى الرياضيات يجب تشجيعهم على الأداء الجيد فى كل موادهم الدراسية وعلى الحصول على تعليم واسع حر بالإضافة لتنمية قدراتهم الرياضية فهم يجب أن يشاركوا فى الأنشطة المنهجية الإضافية مثل أندية المدرسة ، والألعاب الرياضية والموسيقى ، والتمثيليات والمحاولات الخلاقة (الإبتكارية) الأخرى فالتأكيد الزائد على الرياضيات فى المدرسة قد يجعل الطلاب ينمون (يتحولون إلى) الصورة الخاطئة للمتخصص فى الرياضيات ، بمعنى ، الشخص اللامع فى الرياضيات ، لكنه لا يستطيع التعامل مع الناس وليس على المستوى المناسب فى معظم المحاولات

(المواقف) غير الرياضية والطلاب الموهوبون يحتاجون إلى التشجيع فى دراساتهم بإعطائهم الإثابة والإعتراف (التقدير) المناسبين . ولكن حيث أنهم يتمتعون بقدرات عاليه فيجب أن نتوقع منهم تحصيلًا مرتفعاً .

فيجب الا نكافئهم على مجرد العمل الجيد حينما يكونون قادرين على العمل الممتاز فالطلاب الموهوبون يجب أن يتعلموا أنهم يجب أن يستخدموا مواهبهم الخاصة للقيام بعمل بارز (متميز) .

فالقدرة الاستثنائية (المتميزه) فى الرياضيات هى مورد يجب تنميته واستخدامه ، ولا يجب إضاعته فالطلاب الموهوبون يحتاجون إلى أن يتعلموا أن عليهم مسئولية نحو أنفسهم ونحو مجتمعهم فى إستخدام مواهبهم بطريقة بناءة .

ومجمل القول ، فالطلاب الموهوبون لديهن كثير من نفس الحاجات فى المدرسة مثل الطلاب الأقل موهبة ، وبالإضافة إلى ذلك ، فالموهوبون لديهم حاجاتهم ومسئولياتهم الخاصة التى ناقشناها سابقاً .

وبوجه خاص يجب على المعلمين أن يقوموا بتوجيه ونصح الطلاب الموهوبين حتى يمكن تنمية مواهبهم للحد الأقصى .

أنشطة التعليم / التعلم للطلاب الموهوبين

يميل الطلاب الموهوبون إلى أن يكونوا ذات دافعية جيدة وأن يكون لديهم مدى واسع من الإهتمامات ، وأن تفتنهم الأنشطة الخيالية وأن يتعلموا أسرع من معظم الطلاب . ولكى تستغل اهتمامات وقدرات الطلاب الموهوبين يجب أن يقوم بالتدريس لهم معلمون يستخدمون مجموعة متنوعة من نماذج التعليم / التعلم . فكل نماذج التعليم/ التعلم الاثنى عشر التى ناقشناها فى الفصل الخامس والسادس هى نماذج ملائمة لتدريس الرياضيات للطلاب الموهوبين ، لكن الاستقصاء ، حل المشكلات ونماذج برهنة النظريات تناسب على نحو خاص الطلاب الموهوبين وحيث أن معظم الطلاب الموهوبين تكون لديهم دافعية جيدة فى المدرسة ، فإن نموذج التعليم/ التعلم التوضيحى القائم على المحاضرة يمكن أن يستخدم بفاعلية عن طريق المعلمين القادرين على إعداد واعطاء محاضرات شيقه ، فعند استخدام هذا النموذج فى التدريس للطلاب الموهوبين رياضيا ، يكون المعلم قادراً على تقديم مفاهيم وأساسيات جديدة بسرعة دون الحاجة إلى توضيح كل فكرة بعدد كبير من الأمثلة . وعلى الرغم من أن الطلاب الموهوبين يحتاجون بالفعل إلى التعامل مع شروح محسوسة لأفكار رياضية ، الا أنهم عادة مايكونون قادرين على فهم كثير من المفاهيم والأساسيات الجديدة من خلال شروح المعلم التوضيحية ، كما أن ميل الطلاب الموهوبين إلى تنمية مفردات لغوية كثيرة تجعلهم قادرين على فهم تعريفات الكتاب المدرسى للمفاهيم دون الإضطرار إلى اعادة صياغة التعريفات بأسلوبهم الخاص . فالطلاب الموهوبين يتعلمون الرياضيات بسرعة وهم قادرون على إتقان حقائق ومهارات جديدة بمشاهدة (ملاحظه) المعلم وهو يشرح أمثلة عديدة وبحل تمارين من الكتاب المدرسى.

وعلى الرغم من المحاضرات يمكن أن تكون إستراتيجيات فعاله جداً فى التدريس للفصول ذات المستوى العالى ، إلا أنه ينبغى إستخدامها بحذر عند التدريس لفصول غير متجانسة . فإلقاء محاضرات على فصل يحتوى طلاباً موهوبين وطلاب بطىء التعلم إما أن يجعل الطلاب الموهوبين يشعرون بالملل بسبب المعدل البطيء أو أن يجعل الطلاب بطىء التعلم يتأخرون بسبب تقديم المعلم السريع للأفكار الجديدة . وعموماً فإن نموذج التعليم/ التعلم التوضيحى يجب استخدامه مع نماذج أخرى عند التدريس للطلاب الموهوبين ، وكذا للطلاب الآخرين . وإن هذا النموذج يلائم الطلاب الموهوبين على وجه الخصوص لأنهم قادرون على فهم الأفكار والاساسيات باستعداد (وإهتمام) أكثر من معظم الطلاب الآخرين . فعندما لا يفهمون محاضرة ، من المحتمل أن يعطل الطلاب الموهوبين بين شرح المعلم ليسألوا أسئلة ويلتمسوا تفسيرات ، وتوضيحات وأمثلة فنتيجة حبهم للبحث والتحقق ، فإنهم أقل إحتمالاً لأن يصبحون مضطربين أو متأخرون (يتوقفون) أثناء المحاضرة حيث يتم تشجيع الطلاب على مقاطعة المعلم بأسئلة وملاحظات مناسبة . ويعتبر نموذج المنظم المتقدم نموذجاً جيداً الاستخدام عند بداية موضوع جديد مع فصل من الموهوبين . فمثل هؤلاء الطلاب قادرون على التفكير على نحو تجريدى ، ويمكن لهم تنظيم المعلومات وهم قادرون على إدراك العلاقات بين عدد من المفاهيم ولهذا فالطلاب الموهوبين قادرون عادة على إعداد أنفسهم للفهم ذات المعنى للمعلومات الجديدة من خلال دروس المنظم – المتقدم التوضيحية التى يقدمها المعلم .

فالمنظم ـــ المتقدم مفيد فى مساعدة الطلاب الموهوبين فى إستيعاد وتكييف معلومات جديدة فى تراكيب معرفية فدروس المنظم ـــ المتقدم تتطلب من الطلاب أن يقوموا بتنفيذ أنشطة معرفية ذات مستوى أعلى مثل التحليل والتركيب والتقويم ، كما أن الطلاب الموهوبين فى المدارس العليا يميلون إلى أن يكونوا فى مستوى النضج العقلى للعمليات الشكلية ، فما يسمح لهم بإستخدام هذه العمليات العقلية العليا فى تعلم مواد جديدة وبينما يميل الطلاب بطيئو التعلم إلى تعلم الرياضيات فى أجزاء صغيرة منفصلة (منعزلة) نسبياً ، يريد الطلاب الموهوبون أن يفهموا العلاقات بين الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم والأساسيات الرياضية ، مما يمكن أن يتم تسهيلة (تسيرة) من خلال المنظم ـــ المتقدم فدروس المنظم ـــ المتقدم المنظمة تنظيماً جيداً والمتسللة بطريقة ملائمة هى طريقة ممتازة لتقديم موضوعات جديدة فى الرياضيات وإظهار كيفية إرتباط المواد الجديدة بموضوعات تم تعلمها سابقاً .

كما أن الطلاب الموهوبين هم محبون للإستطلاع بطبيعة الحال ، ويترددون فى قبول معلومات جديدة مبنية على القول هذا بالفرض (بالقوة دون إبداء أسباب) ، وهم يحبون إكتشاف الأمور بأنفسهم . ولهذه الأسباب فإن النموذج التعليم / التعلم بالاكتشاف يتلقاه الطلاب الموهوبون بطريقة جيدة . وبينما يحتاج بطيئو التعلم لتوجيه ومساعدة كبيرة فى القيام بالاكتشافات الرياضية فإن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكتشفوا كلية بأنفسهم أو بقليل من توجيهات المعلم . ودافع الأمر ، فإن الناس الموهوبين رياضياً يبدو أن لديهم ومضات استبصار تسمح لهم بأن يقوموا

بتعميمات واسعة ودقيقة مبنية على حالات قليلة منعزلة لأساس ما (القاعدة ما) فعلى سبيل المثال ، قد يعلن طالب من الصف السابع فجأة قوله « أى عددين كليين متتابعين لا يكون لهما قاسم مشترك سوى قاسم مشترك واحد » عند دراسة القاسم المشترك . فعندما يقترح طالب موهوب بالفعل فرضاً غير متوقع فى الفصل ، فإن المعلم الواعى يستطيع أن يستخدم (يستغل) الأكتشاف كأساس لدرس حل المشكلات (بطريقة التشجيع واقناع الآخرين) بأن يقترح يقوله « هذه فكرة شيقة هل يمكن أن تقنع باقى الطلاب بأن ذلك صحيح ؟ »

وفى الفصول غير المتجانسة ، يمكن استخدام حدسيات الطلاب الموهوبين كبؤرة (كأساس — كمحور) لدروس الاكتشاف وحل المشكلات التى يمكن أن تولد (تحدث) إهتماماً بالرياضيات لكل الفصل . فالطلاب بطيئو التعلم يمكنهم ممارسة المهارات الرياضية بإيجاد أمثلة أو أمثلة مقابلة للغرض فى حين الموهوبين يستطيعون محاولة صياغة برهان وواقع الأمر ، فدروس الاكتشاف وسيلة ممتازة لإشراك الطلاب من كل مستويات القدرة فى أنشطة رياضية شيقة وبناءة .

وإن كل الطلاب تقريباً يحبون اللعب ، ونماذج التعليم / التعلم الموجه باللعب يمكن أن تكون مداخل (طرقاً) فعالة لدورات التدريب والممارسة ودورات المراجعة لفصول تشمل طلاب بطىء التعلم ، وطلاب متوسطى التعلم ، وطلاب موهوبين . وحيث أن الطلاب الموهوبين يحتاجون إلى دراسة تدريب وممارسة أقل من الطلاب الآخرين ، فإن ألعاب الرياضيات يمكن أن تستخدم كأستراتيجية لجذب اهتمام الطلاب الموهوبين فى حين أن الفصل كلة يكون فى مراجعة الأفكار والمهارات المألوفة والتدريب عليها . ومع ذلك ، فالمعلم يجب أن يكون حريصاً على تكوين العاب تشمل كل الطلاب فى أنشطة تعلم أن تيسيرة الطلاب الموهوبون بسبب مواهبهم الرياضية المتميزة . فالالعاب . لفصل كامل من الموهوبين يجب أن تؤكد على تحليل وتركيب المفاهيم والأساسيات ، ولكن الألعاب لجماعة (مجموعات) من بطيىء التعلم يجب أن تركز عادة على معرفة ومنهم الحقائق والمهارات .

ففى فصول تكون فيها مجموعة كبيرة من القدرات الرياضية ربما يصبح نموذج التعليم / التعلم الفردى أحد النماذج الجيدة للوفاء بحاجات كل طالب . فالطلاب الموهوبون فى الفصل قد يكونون قادرين على أن يتقدموا على الطلاب الآخرين بالدراسة بمفردهم أو فى جماعات صغيرة . أما بطيئو التعلم فيحتاجون إلى مساعدة إضافية من المعلم ، ويمكن للطلاب الموهوبين أن يقوموا بإختبار وتعزيز (تقوية) فهمهم الخاص للموضوعات الرياضية بالشرح للطلاب الذين فى حاجة إلى مساعدة إضافية . ومن الطرق الجيدة لجعل التعليم فردياً للطلاب غير المتجانسين أن تبدأ كل درس بمراجعه موجزة للمادة والواجب المنزلى السابقين ، ويتبع ذلك مقدمة موجهة من المعلم للمادة الجديدة . وبعد ذلك يمكن للطلاب أن يبدأ والعمل على تعيينات واجب منزلى مختلفة مع تعين المسائل الأسهل للطلاب بطىء التعلم والمسائل الأصعب للطلاب الموهوبين رياضياً . وعندما يكون الطلاب الأفضل يسيرون على ما يرام فى عملهم الخاص يمكن إعطاؤهم قراءات ومسائل إضافية أو يستطيعون أن

يعملو المعلمين للطلاب بطيىء التعلم الذين يجدون صعوبة فى عملهم . إن هذا المدخل (هذه الطريقة) للتدريس يمكن أن يستخدم لتجنب شعار التدريس « المتوسط الفصل » والذى يمكن أن يجعل بطيىء التعلم يتأخرون فى حين يحل الطلاب الموهوبون إن نموذج التعليم / التعلم الحلزونى هو مدخل (طريقة) عام جيد يستخدم فى التدريس للطلاب من كل مستويات القدرة الرياضية . فالطلاب بطيىء التعلم يجب أن نأخذ بيدهم (تساعدهم) من خلال كل مفهوم ، أو مهارة ، أو مبدأ (أساس) فى شكل حلزونى وبخطوات بسيطة وان طلاب المدارس العليا الموهوبين يمكن أن يتقدموا بسرعة من خطوة لخطوة فى كل شكل حلزونى فى الرياضيات ويمكن أن نتوقع منهم أن يكونوا قادرين على تناوله الشروح الشكلية والمجردة لكل موضوع فى الرياضيات فى عمر مبكر عن بطيىء التعلم . فكل من بطيىء التعلم والطلاب الموهوبين يحتاجون إلى شروح محسوسه لكل مفهوم وأساس من الأساسيات ، على الرغم من أن الطلاب الموهوبين سيكونون قادرين على ايجاد كثير من الشروح بأنفسهم ، فى حين أن بطيىء التعلم سيكونون أكثر اعتماد على المعلم فى أمثلهم (فى الأمثلة) .

برامج ومواد للتدريس للموهوبين

فى المدارس التى يعطى فيها الطلاب الموهوبين رياضياً فرصاً تعلمية خاصة تتبع ممارستان عامتان ــ فأما أن يوضع الطلاب الموهوبون فى برامج ومقررات خاصة أو أن يعطوا أنشطة لإثراء عملهم فى المقررات . بالإضافة إلى ذلك فإن الأنشطة الأضافية مثل معامل الرياضيات ، المعارض والمسابقات يمكن أن تتاح للطلاب الموهوبين الذين يشجعون للإشتراك فى هذه الأنشطة أن البرامج والمقررات الخاصة للموهوبين يمكن أن تقدم فى المدارس الأكبر حيث أنها تمتلك إمكانات كافية لعمل مثل هذه البرامج . ومن بين الكثير من التطوريرات التى تقوم بها المدارس هناك :

١ ــ اعطاء مقررات ومشروعات رياضية متقدمة وخاصة أثناء برامج الصيف للطلاب الموهوبين .

٢ ــ اعطاء مقررات متقدمة تسمح للطلاب بتخطى بعض المقررات الجامعية عند التحاقهم بها .

٣ ــ السماح لطلاب المدرسة الثانوية بدراسة مقررات على مستوى جامعى وذلك فى كلية أو جامعة قريبه أثناء العام الدراسى .

٤ ــ السماح للطلاب بأن يأخذوا مقرر أو أثنين اضافيين كل فصل دراسى فى المدرسة الثانوية لتحسين تقديراتهم فى المدرسة الثانوية .

٥ ــ تعيين موضوعات اضافية فى الرياضيات للطلاب الموهوبين .

٦ ــ اعطاء الأذن لعمل مشروعات بحوث اضافية ودراسات وأنشطة أخرى يقوم بها الطلاب فى نوادى الرياضيات والمعارض والمسابقات الخ .

٧ ــ عمل جلسات تعليمية متاحة للطلاب الذين يعدون مشروعاً لمعرض الرياضيات وللذين يدرسون للإشتراك فى المسابقات الرياضية المحلية والعالمية .

٨ ــ السماح للطلاب بعمل دراسة مستقلة فى مجالات خاصة للرياضيات تحت إشراف معلم .

٩ ــ تقديم خدمات استشارية للطلاب الموهوبين .

١٠ ــ توفير « برنامج شرف » فى المدرسة للطلاب الذين أظهروا قدرة على تحصيل أفضل بالنسبة للمستوى المطلوب فى مقرراتهم .

١١ ــ السماح للطلاب بالحصول على مقررات عن طريق الامتحان للتسجيل فى مقررات المراسله أو مقررات التلفزيون وحتى المدارس التى تقدم مقررات خاصة لأنشطة اضافية للطلاب الموهوبين على مستوى المدرسة فيمكن للمعلمين أن يعطوا تنوعاً من الفرصة لمواجهة حاجات الموهوبين . وإذا ما تكيفت وصوعت نماذج التعليم والتعلم التى نوقشت فى هذه الكتاب لكى يستخدمها الطلاب الموهوبون فإنه يمكنهم أن يكونوا قادرين على تطوير قدراتهم بشكل غير متجانس وفى أى من الحالتين (توفير مقررات خاصة) للموهوبين أو وضعهم فى فصول نظامين مع طلاب آخرين) فإن الكتب المتميزة والمواد التعليمية الأخرى يجب أن تكون متاحة للإستخدام للطلاب الموهوبين رياضياً .

وهناك العديد من المشروعات الرياضية التى تصدر مسلسلات من الكتب والكتب المعاونة للطلاب ذوى القدرة العالية فى الرياضيات . وهناك أيضاً الكثير من الكتب الممتازة عن الرياضيات والتى بالرغم من أنها لم تكتب ككتب دراسية لمقررات معينة فإنه يمكن أن تستخدم بواسطة المعلمين والطلاب كمواد اضافية لمقررات المدرسة الثانوية وبالإضافة إلى كل ذلك فإن الدوريات والمجلات الخاصة بتعلم الرياضيات تقدم الكثير من المواد المقيدة للطلاب الموهوبين .

وقد اعد المشروع رياضيات المدرسة «SMP» فى انجلترا مجموعة من الكتب والكتب المعينة للإستخدام فى فصول المدرسة الثانوية للطلاب ذوى القدرة العالية . وهذه الكتب المعنوية بالرياضيات المتقدمة تنشر عن طريقه مطبعة جامعة كمبردج الفرع الأمريكى .

برنامج الرياضيات المدرسية الشاملة CSMP : كذلك فقد طور من كتب الرياضيات للطلاب ذوى القدرة العالية فى الصفوف من السابع وحتى الاثنى عشر ويشمل على كتب عن المنطق والمجموعات ، المجلات والعلاقات والدوال والنظم العددية والتحليل الحقيقى والهندسة وحساب المثلثات والجبر الخطى والزمر والحلقات وفراغات الاحتمال ونظرية القياس . ان الذين طوروا هذا البرنامج يعتقدون أن |CSMP يجب أن يكون ذا توجه نظامى . وهم يقصدون بذلك أنه فى حين أن كل الجوانب التعليمية للتعليم الرياضى تحظى باهتمام عميق فإن الأولوية تعطى لإختيار وتطوير محتوى رياضى جيد وأن طرق التدريس المستخدمة فى المشروع تؤكد على أنشطة متعددة المجالات وهناك مشروع آخر قد طور المقررات الرياضية للطلاب الموهوبين وهو دراسة تحسين منهج الرياضيات فى المدرسة الثانوية |SSMCIS حيث أنه أعد لمن هم فوق ٢٠٪ من القدرة الأكاديمية من طلاب الصفوف السابع حتى الثانى عشر .

وتعتبر الدوريات والمجلات مصدراً آخر للمواد للطلاب الموهوبين فطبعات كثيرة مثل معلم الرياضيات/ Mathematic Teacher ومعلم الحساب |Asithmetic Teaher وغيرها تحتوى على مقالات عن موضوعات وطرق تدريس الرياضيات . وهى ذات أهمية خاصة للطلاب ذوى الدافعية العالية .

تمارين وأنشطة

(١) عرف بطيء التعلم فى الرياضيات ، وأذكر وناقش الخصائص المختلفة لهذا النوع من التلاميذ وما الخصائص المشتركة بينهم ؟

(٢) عرف التلاميذ الموهوبين فى الرياضيات ، وما الخصائص التى يشترك فيها هؤلاء التلاميذ ؟

(٣) أكتب مقالا عن حاجات كل من الطلاب بطيىء التعلم والموهوبين فى الرياضيات ، وما الحاجات المشتركة بينهم ؟

(٤) أى من نماذج التعليم والتعلم المذكورة فى هذا الفصل تعتبر أكثر فاعلية تدريس الموهوبين مادة الرياضيات ؟ وأى منها أقل فاعلية ؟ أعط أسبابا تدعم رأيك .

(٥) اكتب مقالا عن طرق مساعدة بطيىء التعلم فى الرياضيات لتحسين مهاراتهم فى قراءة وفهم الرياضيات الموجودة فى الكتب المدرسية . ناقش كل طريقة بالتفصيل ووضح كيفية تنفيذها فى حجرة الدراسة بالمدرسة الثانوية .

(٦) تخير موضوعا من الرياضيات ، وقم بتحضير درسا لمجموعة صغيره من الطلاب الموهوبين فى الرياضيات .

(٧) تخير موضوعا من الرياضيات ، وقم بتحضير درسا لمجموعة من الطلاب بطيىء التعلم فى الرياضيات .

مراجع مختارة

Barbe, W. B. *Psychology and Education of the Gifted: Selected Readings*. New York: Appleton-Century-Crofts, 1965.

Dunn, Lloyd M. (Editor). *Exceptional Children in the Schools* (2nd Edition). New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1973.

This book contains 10 chapters, which were written by nine authors, pertaining to teaching exceptional children. The chapters deal with mild, moderate and severe general learning disabilities; superior cognitive abilities; behavioral disabilities; oral communication disabilities; hearing disabilities; visual disabilities; health problems; and major specific learning disabilities.

Earle, Richard A. *Teaching Reading and Mathematics*. Newark, Delaware: International Reading Association, 1976.

This 88-page monograph offers mathematics teachers ideas and methods for assessing students' abilities to read and understand mathematics books, and suggests ways for teachers to help students improve their reading skills. It is intended to provide the "what and how" of teaching reading in mathematics while teaching mathematics content. The book contains many specific activities for assessing and improving mathematical reading skills.

Gallagher, J. J. "Gifted Children." *Encyclopedia of Educational Research*. New York: Macmillan, 1969, pp. 537-544.

———. *Teaching the Gifted Child* (Revised Edition). Rockleigh, New Jersey: Allyn and Bacon, 1975.

An excellent resource for teachers who teach special classes for gifted students or who have gifted students in their regular courses, this book is recommended as a reference for mathematics teachers.

Hater, Mary A. and Kane, Robert B. "The Cloze Procedure as a Measure of Mathematical English." *Journal for Research in Mathematics Education*, 1975, Vol. 6, No. 2, pp. 121-127.

The article describes how the cloze procedure can be used to assess readibility of mathematical materials, and presents the conclusions from a study designed to "adapt the cloze procedure to the language of mathematics and to assess its behavior as a measure in that language."

Henry, Nelson B. (Editor). *Education for the Gifted. Fifty-seventh Yearbook, National Society for the Study of Education, Part II*. Chicago: University of Chicago Press, 1958.

This Fifty-seventh Yearbook of the National Society for the Study of Education contains 18 chapters on teaching gifted students. These chapters, which were contributed by 21 professional educators, are organized into three sections about gifted students—*Social Factors, The Gifted Person,* and *Education of the Gifted*. Included in the book are chapters about the nature of giftedness, identification of the gifted, secondary-school programs for gifted students, guiding the gifted, and preparing teachers for the education of gifted students.

Herber, Harold L. *Teaching Reading in Content Areas.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1970.

A general book about the importance of reading in the content areas, this book contains a considerable amount of information which is related to teaching reading in the mathematics classroom. It also has an appendix titled "Reading and Reasoning Guides: Mathematics."

Jacobs, Harold R. *Mathematics A Human Endeavor.* San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1970.

Although not designed specifically as a textbook for slow learners, Jacobs' book can be used quite successfully for junior high school courses, courses in high school for slow learners, and beginning general mathematics courses in college. The book contains many interesting mathematics topics and student activities. Whether or not it is used as a textbook for a mathematics course, it should be in the mathematics library and should be used as a resource by teachers and students.

Keating, Daniel P. (Editor). *Intellectual Talent: Research and Development.* Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1976.

This book of readings contains 18 chapters about research studies, findings, and conclusions related to the early childhood education of intellectually gifted people. The papers contained in the book are based upon the Sixth Annual Blumberg Symposium on Research in Early Childhood Education. The chapters are organized under three headings—*Identification and Measurement of Intellectual Talent, Programs for Facilitation of Intellectual Talent,* and *The Psychology of Intellectual Talent.*

Kirk, Samuel A. *Educating Exceptional Children* (2nd Edition). Boston: Houghton Mifflin Company, 1972.

This book is about many different kinds of exceptional children. It is intended to be the basis for a general, introductory course on the characteristics, needs, and education of exceptional children—slow learners, handicapped children, and gifted students. However, many teachers will find certain chapters to be useful references when teaching students with specific learning handicaps or students who are exceptionally talented. The book contains chapters about speech-handicapped children, the intellectually gifted, low intelligence, mental retardation, auditory handicaps, visual problems, neurologic and orthopedic impairments, and behavior disorders.

A very readable and useful book for teachers, *Educating Exceptional Children* contains an excellent chapter (pages 105-158) titled "The Intellectually Gifted Child." In fact, Kirk's book is a valuable resource for any teacher who encounters various types of exceptional children in his or her classes.

Laycock, F., and Caylor, J. S. "Physiques of Gifted Children and Their Less Gifted Siblings." *Child Development,* 1964. Vol. 35, pp. 63-74.

Love, Harold D. *Educating Exceptional Children in a Changing Society.* Springfield, Illinois: Charles C. Thomas, Publisher, 1974.

This book contains chapters about educating various kinds of exceptional children—mentally retarded, visually disabled, speech-handicapped, hearing

impaired, physically handicapped, socially and emotionally maladjusted, learning disabled and gifted. Each short chapter contains a brief overview of several relevant factors in teaching a particular type of exceptional student.

Marland, S. P. (Submitter) *Education of the Gifted and Talented*. Washington, D.C.: U.S. Office of Education, 1972.

Martinson, R. A., and Seagoe, M. V. "The Abilities of Young Children." *CEC Research Monograph B4*. Virginia: Council for Exceptional Children, 1967.

National Council of Teachers of Mathematics. *The Slow Learner in Mathematics: Thirty-fifth Yearbook*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1972.

An excellent resource on teaching mathematics to slow learners, this book contains 12 related sections written by classroom teachers and mathematics educators. The section titles are:

1. Characteristics and Needs of the Slow Learner
2. The Research Literature
3. Behavioral Objectives
4. A Favorable Learning Environment
5. Adjustment of Instruction (Elementary School)
6. Teaching Styles (Secondary School)
7. Aids and Activities
8. The Laboratory Approach
9. Diagnostic-Prescriptive Teaching
10. Classroom and School Administration
11. Promising Programs and Practices
12. The Training of Teachers

Appendix A: Activities, Games, and Applications
Appendix B: Sample Lessons

Project on the Academically Talented Student and National Association of Secondary-School Principals. *Administration: Procedures and School Practices for the Academically Talented Student in the Secondary School*. Washington, D.C.: National Education Association of the United States, 1960.

Even though it was published in 1960, this book still contains much relevant information about educating gifted secondary-school students in the nineteen eighties. The book has chapters about identifying gifted students, accelerating learning, ability grouping for students, enrichment teaching/learning strategies, and counseling and guiding gifted students.

School Mathematics Study Group. "Mathematics for Disadvantaged and Low Achieving Students: Newsletter No. 33." Stanford University, California: SMSG, September, 1970.

This newsletter contains a report and description of SMSG textbooks for slow learners in mathematics.

Shepherd, David L. *Comprehensive High School Reading Methods*. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill Publishing Company, 1973.

Secondary school teachers will find among the 13 chapters in this book the following helpful topics for teaching students how to read and understand mathematics: *Effective Teaching Through Diagnosis, Vocabulary Meaning and Word Analysis, Comprehension of Reading Material, Reading Study Skills for the Student, Applying the Reading Skills to Mathematics.*

Shields, J. B. *The Gifted Child.* London: The National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1968.

This 96 page soft-bound book contains summaries of research findings and conclusions about certain characteristics of gifted children. The five chapters in the book are titled *The Problem of Definition, A High IQ, Creativity, Logical Thinking,* and *Educating the Gifted Child.*

Sobel, Max A. *Teaching General Mathematics.* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1967.

This book can be used by teachers as a source of topics and activities for slow learners in mathematics. It is intended for use as a teacher supplement for a standard course in general mathematics. Topics contained in the book are:

1. The Slow Learner
2. Survey of Related Curriculum Developments
3. Explorations with Numbers and Numerals
4. Explorations with Geometric Figures
5. Explorations with Computation and Mensuration
6. Explorations in Probability
7. Explorations with Mathematical Systems
8. Explorations with Mathematical Recreations

Stanley, Julian C., Keating, Daniel P., and Fox, Lynn H. (Editors). *Mathematical Talent: Discovery, Description, and Development.* Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1974.

Based upon the Third Annual Blumberg Symposium on Research in Early Childhood Education, this book contains sections about characteristics of mathematically precocious youth, methods for facilitating the educational development of the mathematically talented, a program for fostering mathematical achievement, and values and interests of the mathematically gifted.

Suydam, Marilyn N. *Teaching Mathematics to Disadvantaged Pupils: A Summary of Research.* Columbus, Ohio: ERIC Information Analysis Center, April, 1971.

This publication contains an annotated bibliography of research studies and conclusions relative to teaching mathematics to "disadvantaged pupils."

Swain, Henry. *How to Study Mathematics: A Handbook for High School Students.* Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1970.

A good guide for both teachers and students, this monograph contains many practical suggestions about how to study mathematics reading assignments, how to use textbooks, how to do homework, how to make the most of the class period, how to take tests, and other "how to's" for studying mathematics.

Terman, L. M. (Editor) *Genetic Studies of Genius, Vols. I-V,* Stanford, California: Stanford University Press, 1925-1959.

The University of the State of New York. *Improving Reading-Study Skills in Mathematics Classes.* Albany, New York: New York State Department of Education, 1968.

This 25-page monograph contains some practical suggestions about how teachers can assist students in improving their reading and study skills in mathematics.

Travers, Kenneth J.; and others. *Teaching Resources for Low-Achieving Mathematics Classes.* Columbus, Ohio: ERIC Information Analysis Center, July, 1971.

According to the abstract, this booklet:

reviews teaching approaches and general resource materials for low achievers in both elementary and secondary mathematics classes. A survey of reported characteristics of low achievers is divided into two classes: (1) social and emotional problems, and (2) learning difficulties. . . .Teaching approaches which have been reported as being successful include the use of computational aids, manipulative devices, and laboratory techniques. Also reported was the development of individualized short-term curriculum units, emphasizing success and immediate reward. The two bibliographies included are: (1) a bibliography of general resource material, and (2) an annotated bibliography of articles which have appeared in *The Arithmetic Teacher* and *The Mathematics Teacher* which suggest lessons for low achievers.

Witty, P. A. "A Genetic Study of 50 Gifted Children." In Nelson B. Henry (Editor). *Intelligence: Its Nature and Nurture. Thirty-ninth Yearbook, National Society for the Study of Education, Part I.* Chicago: University of Chicago Press, 1940.

قائمة بآهم المصطلحات العلمية

(أ)

إبداعى – إبتكارى	Creative
إثابة	Reward
إجرائى	Operational - operant
أجهزة ثقيلة	Hardware
إختبار	Test
إختبار قصير (موجز)	Quiz
إرشادى (خطوط إرشادية)	Guiding (guide lines)
أساسى	Base
إستبانه	Questionnaire
إستبقاء	Retention
إستجابة	Responding
إستراتيجية	Strategy
إسترجاعى	Retrieval
إستقراء	Induction
إستقصاء	Inquiry
إستكمال	Extrapolation
اسلوب	Technique
إستنباط	Divergent
إستنتاجى	Unferential
إستيعاب	Assimilation
إشباع	Satisfaction
أعداد متسامية	Transcendental numbers
إعداد معلم (مدرس)	Teacher education
أعداد مؤلفة	Composite numbers

إقتران	Mapping
إكتساب	Acquisition
إكتشاف	Discovery
الحد الأدنى	Minimal
ألغاز	Puzzles
إنجاز	Achievement
إنقرائية	Readability
آنى (فى آن واحد)	Simultaneous

(ب)

بديهية	Axiom
بطىء	Slow
بُعدى	Post
بُغض واجتناب	Aversive and aversion
بنائى – تكوينى	Formative
بنية – تركيب	Structure
بيان / بيانات	Datum / data
بيئة	Environment

(ت)

تالٍ – عاقبة	Consequence
تام – كامل	Complete
تباعدى	Divergent
تجمع	Chunk
تحصيل	Attainment
تحليل	Analysis
تدريس	Teaching
تدعيم	Reinforcement
ترجمة	Translation
تركيب	Synthesis

تسلسل	Chaining
تشاكل	Isomorphisim
تضمين	Implication
تطابق	Congruence
تطبيق	Application
تطوير	Development
تعلم	learning
تعلم إستظهارى	Rote - learning
تعلم إشارى	Signal learning
تعليم رياضيات	Mathematics education
تعليم فردى	Individualized instruction
تفريد	Individualization
تفسير – شرح	Explanation
تقاربى	Convergent
تقيم	Evaluation
تقييم عام	Assessment
تكامل	Integration
تكامل معتل	Improper integral
تكرارى	Iterative
تموينات	Supplies
تمييز	. Characterization
تناظر أحادى	One - to - one correspondance
تنظيم	Organization
توزيعات مشتركة	Join distribution

(ح)

حاصل ضرب جداء	Product
حدسى	Intuitive
حساب القياس	Modulas arithmetic
حسى	Sensory
حقيقة	Truth
حكم تقييمى (فى ضوء قيم معينة)	Valuing

حل المشكلات	Proproblem solving
حلازونى	Sprial

(خ)

خارج	Quotient
خبره	Experience
خبرى (عن خبرة)	Experientail
خطأ	False
خطو	Pacing
خطوط إرشادية	Guide lines
خلية تعليمية	Module
خوارزمية (طريقة عمل إجرائية)	Algorithm

(د)

دافعية	Motivational
دالة أسية	Exponential function
دالة محدودة	Bounded function
درجة - صف	Grade
دلالات الألفاظ	Semantics

(ذ)

ذاكرة	Memory
ذو معنى	Meaningful

(ر)

رباعيات (تتبع جبر الرباعيات لهاميلتون)	Quaternions
ربط	Junction
رمزى	Symbolic

(ز)

زمرة	Group

(س)

سرد	listing
سلطة	Authority
سلوكى	Behavioral
سمات	Characteristics
سوء توافق إنفعالى	Emotional maladjustment
شادة (تنسور)	Tensor
شبكة (مربعات)	Grid
شكلى	Formal

(ص)

صالح	Valid
صف تكافؤ	Equivalence class
صواب	True
صلاحية	Validity

(ض)

ضمور (ضعف) رياضى	Mathematical Atrophy

(ط)

طالب موهوب	Gifted student
طبقى	Categorical
طور التخزين	Storage phase
طور الوعى (الإدراك)	Apprehending
عائد – مردود	Autcome
عامل	Factor
عبارة/ تقرير	Statement

عدد أولى	Prime - number
عدد صحيح	Integer
عدد غير نسبى	Irrational number
عدد فوق مركب	Hyper complex number
عدد كاردينالى	Cardinal number
عدد مركب	Complex number
عدد نسبى	Aational number
عدم إتصال	Discontinuity
عرض مباشر	Expository
عشوائى	Random
عقاب	Punishment
عقلى	Intellectual
عقلانى	Rational
علم التفاضل والتكامل (علم الحسبان)	Calculus
عمل إتزان	Equilibration
عملية تجميعية	Essociative operation
عملية – تشغيل	Process - processing
عملية ثنائية	Binary operation
عمودى	Orthogonal
عنصر محايد	Identity element
علامات – درجات	Marks

(غ)

غاية – هدف عام	Goal
غير مفصول فيه	Undecidable

(ف)

فراغ مترى	Metric space
فريد – وحيد	Unique
فصل (مجموعة)	Class
فصل منطقى	Disjunction
فضاء	Space

Aample space	فضاء عينه
Obtrusive	فضولى
Comprehension	فهم
Physical	فيزيائى - فيزيقى

(ق)

Rule	قاعدة
list	قاعة - ثبت
Modus tollens	قانون الرفع المنطقى
Modus ponens	قانون الوضع المنطقى
Pre	قبلى
Ability	قدرة
Arbitrary	قسرى - وضعى
Proposition	قضية
Cuts	قطوع
Value	قيمة

(ك)

Potential	كامن
Pseudosphere	كرة زائفة/ شبه كرة
Competency	كفاءة - مهارة
Radicals	كميات جذرية
Infinitismals	كميات متناهية فى الصغر
Computer	كمبيوتر/ حاسوب

(ل)

Game	لعبة
Verbal	لفظى
Iogarithm	لوغاريتم

(م)

ماهر	Proficient
مبدأ	Principle
متأخر فى التحصيل	Underachever
مُتجه	Vector
متسق	Consistent
متمركز حول الطالب	Student centered
مثال مضاد	Counter example
مثالى	Ideal
مثير	Stimuluse
مجرد	Abstract
مجموعة	Set Group
مجموعة غير منتهية	Infinite set
مجموعة مترابطة	Connected set
محدب	Convex
محدد	Finite
محسوس - عيانى	Concrete
محك	Criterion
مختصة بالشكل	Figural
مخططات	Schemas
مخطط عام	Outline
مخطط متدفق	Flow chart
مراجعة	Review
مزود	Augmented
مسألة	Problem

مستقل	Independent
مستمر	Continuous
مُسلمه	Postulate
مشكلات الانضباط	Discipline problems
مصفوفة	Matrix
مُعادٍ – غير ودى	Hostile
معرفة	Knowledge
معرفة	Cognition
معرفى	Cognitive
معضلة/ متناقضة	Paradox
معقد/ مركب	Complex
معكوس/ نظير	Inverse
مفهوم	Concept
مقعر	Concave
مناقشة	Argument
منطق	Logic
منطقة الأعداد الصحيحة	Integral domain
منظم خبرة متقدم	Advance organizer
مواد المقررات (بالكمبيوتر)	Courseware
مواد خفيفة (بالكمبيوتر)	Software
مؤثر	Operator
ميزان تقديرات	Rating acale

(ن)

نشاط	Activity
نضج	Maturation
نطاق – مجال	Domain
نظام عد	Numeration system
نظام مقياسى	Modular system
نظرية القيمة المتوسطة	Mean value theorem
نظرية الأعداد	Number theory

نظرية الأنماط	Theory of types
نظرية تمهيدية	Lemma
نفسي حركي	Psychomotor

(هـ)

هالة	Aura

(و)

وجداني	Affective
ورقة عمل	Working sheet
وصفي	Descriptive
وصل	Conjunction

(ى)

يثمن/ يقدر	Appreciate
يمايز	Discriminate
ينقل	Impart